

Anwendung der „Uncertainty Quantification“ bei eisenbahndynamischen Problemen

Application of the “Uncertainty Quantification“ in railway dynamical problems

M. Sc. Daniele Bigoni, Prof. Allan P. Engsig-Karup, Prof. em. Hans True, Lyngby (Dänemark)

Zusammenfassung

Die Anwendung von „Uncertainty Quantification“-Methoden in der Eisenbahnfahrzeugdynamik wird präsentiert. Die Systemparameter sind durch Verteilungsfunktionen gegeben. Die Ergebnisse der Anwendung von Monte-Carlo- und „generalized Polynomial Chaos“-Methoden auf ein einfaches Drehgestell-Modell werden diskutiert.

Abstract

The paper describes the results of the application of “Uncertainty Quantification” methods in railway vehicle dynamics. The system parameters are given by probability distributions. The results of the application of the Monte-Carlo and generalized Polynomial Chaos methods to a simple bogie model will be discussed.

1 Einführung

Bei den theoretischen Untersuchungen in der Eisenbahnfahrzeugdynamik werden dynamische Modelle mit größter Sorgfalt mathematisch formuliert. Für die Parameter in den Problemen wie Adhäsionsbeiwert und die Parameter der Aufhängung werden feste Werte oder wohldefinierte Funktionen gewählt, um zu einem deterministischen System zu gelangen. Die Analyse der Probleme der Eisenbahnfahrzeugdynamik ist wegen der Anzahl der Körper und der damit verbundenen vielen Freiheitsgrade sowie der Nichtlinearität und Nicht-Glattheit vieler Funktionen schwierig. Bei der Untersuchung eines schon existierenden Fahrzeugs müssen alle Parameterwerte und funktionalen Zusammenhänge in dem dynamischen Problem von vornherein gemessen werden, was beim Entwurf eines Fahrzeugs nicht möglich ist. Beim Entwurf werden deswegen die nominellen Werte und Funktionen in das dynamische Problem substituiert, dessen Lösung dann als Grundlage für die Bewertung der dynamischen Eigenschaften des Fahrzeugs dient. Viele Werte wie auch Funktionen werden paarweise gleich gesetzt, wobei sehr oft mindestens eine Symmetrie, nämlich die um die Längsachse des Eisenbahnfahrzeugs, in das dynamische Problem eingeführt wird. Die Symmetrie spielt eine Rolle für die Existenz der Lösungen des dynamischen Problems. Zum Beispiel haben symmetrische nichtlineare dynamische Probleme im Allgemeinen keine chaotischen Lösungen, die erst nach einer symmetriebrechenden Verzweigung bei höheren Geschwindigkeiten existieren können.

Alle Elemente in der Fahrzeugaufhängung werden mit Fertigungstoleranzen hergestellt. Deshalb existiert erstens deswegen kein symmetrisch gebautes Eisenbahnfahrzeug und zweitens

sind die Lösungen des deterministischen dynamischen Problems mit den wohldefinierten Parameterwerten im Vergleich zur Dynamik des wirklichen Fahrzeugs eine Annäherung, deren Güte nicht abzuschätzen ist. Der Ingenieur hat dabei ein ungutes Gefühl. Wie zuverlässig sind die Rechenergebnisse, z. B. die Berechnung der kritischen Geschwindigkeit eines Eisenbahnfahrzeugs? Er kann sich nur auf Erfahrungen mit früheren Berechnungen stützen, aber gelten die Ergebnisse auch für ein neues Fahrzeug mit seinen noch nicht in der Konstruktion geprüften Elementen?

Eine Abschätzung kann mit Hilfe der Monte-Carlo-Methode wie in [1] durchgeführt werden. Ihre Berechnungen benötigen aber viel Rechenzeit. Die Autoren schlagen deswegen eine andere Methode vor, die weniger zeitaufwändig ist und mindestens genau so gute Ergebnisse liefert. Es ist die Methode der „Uncertainty Quantification“ (UQ). Die Methode wird in [2] beschrieben und wurde in der Fahrzeugdynamik zuerst von Fünfschilling und Perrin [3] und später von Kewlani et al. [4] angewendet. In [3] wird der Einfluss der Variationen der Rad/Schiene-Kontaktgeometrie auf die Fahrzeugdynamik untersucht. In [4] wird u. a. die senkrechte Dynamik eines ‚Viertel-Wagen-Modells‘ mit zwei Freiheitsgraden und parametrischer Unsicherheit unter einer deterministischen Erregung behandelt. [4] enthält auch eine kurze Beschreibung der Methode.

Im folgenden Beitrag wird statt der Abschätzung von Ergebnissen eines erregten Systems mit parametrischer Unsicherheit die Abschätzung der kritischen Parameterwerte, wie die kritische Geschwindigkeit eines Eisenbahnfahrzeugs unter Einfluss der parametrischen Unsicherheit, behandelt. Die Berechnungsmethode wird kurz präsentiert und auf ein einfaches Drehgestell-Modell angewendet. Die Ergebnisse der Anwendung werden

präsentiert und diskutiert. Zum Schluss wird die Erweiterung auf reale Probleme mit mehreren Freiheitsgraden und einer hohen Zahl von Federn und Dämpfern in einem Modell eines Wagens erörtert. Dieses Problem ist, wie diese Präsentation, ein Teil der laufenden Doktorarbeit von Daniele Bigoni.

2 Die Methode der „Uncertainty Quantification“ (UQ)

Das fahrzeugdynamische Problem ist in der Form

$$d\mathbf{q}/dt = \mathbf{F}(\mathbf{q}, \mathbf{Z}) \quad (1)$$

mit zugehörigen Bindungen und Anfangsbedingungen gegeben. Hier ist $\mathbf{q}(t, \mathbf{Z})$ ein $2N$ -dimensionaler Vektor, wobei N die Zahl der Freiheitsgrade des dynamischen Systems ist und t die Zeit. \mathbf{F} ist eine Vektorfunktion und \mathbf{Z} ein Vektor, dessen M Komponenten Zufallsparameter mit gegebenen Verteilungen sind. Gesucht sind der Mittelwert $\mathbf{E}[\mathbf{q}(t, \mathbf{Z})]$ und die Varianz $\mathbf{V}[\mathbf{q}(t, \mathbf{Z})]$ für $t > 0$.

Die Lösung des dynamischen Problems mit Parameterverteilungen, die als einzige Bedingung stetig sind, wird durch eine Reihenentwicklung der Verteilungen in orthogonale Funktionen angenähert, für die der Einfachheit wegen eine Basis von Hermiteischen Polynomen $\{H_k(\mathbf{Z})\}_{|k| \leq N}$ gewählt wird. Jedes Glied in der Entwicklung besteht aus einem Tensor-Produkt von drei „eindimensionalen“ Hermiteischen Polynomen. k ist ein dreidimensionaler Multiindex, dem dreidimensionalen euklidischen Raum entsprechend – zum Beispiel ist für $|k|=0$ $k = (0, 0, 0)$ und $k=1$. Für $|k|=1$ gibt es drei Kombinationen für k : $(1, 0, 0) \sim k=2$, $(0, 1, 0) \sim k=3$ und $(0, 0, 1) \sim k=4$ usw. Für $|k|=2$ gibt es z. B. sechs Kombinationen des dreidimensionalen Multiindexes. Ein Vorteil der Anwendung von Hermiteischen Polynomen ist, dass in vielen Rechenprogrammen, wie z. B. MATLAB, eine Annäherung einer willkürlichen Funktion mittels Hermiteischen Polynomen nach der Eingabe einiger Stützpunkte durch eine Operation durchführbar ist.

Im weiteren Verlauf können zwei Methoden angewendet werden. Entweder kann eine Spektralmethode, die als „Generalized Polynomial Chaos“ oder gPC bekannt ist, oder die „Stochastische Kollokation Methode“ (SKM) genutzt werden. Der Name „Generalized Polynomial Chaos“ wurde von Wiener [5] im Jahr 1938 eingeführt, und er hat nichts mit dem dynamischen Begriff „Chaos“ zu tun. In gPC werden die Reihenentwicklungen der Parameterverteilungen in das dynamische Problem (1) substituiert und unter Ausnutzung der Orthogonalität der unterschiedlichen Hermiteischen Polynome vereinfacht. Dadurch entsteht ein größeres dynamisches System, worin in jeder einzelnen Gleichung nur eine Kombination von Hermiteischen Polynomen statt der ursprünglichen Verteilungsfunktionen auftritt. Die Gleichungssysteme sind in Gruppen aufgeteilt, die die unterschiedlichen Kombinationen von Hermiteischen Polynomen enthalten und sonst alle gleich sind, was die numerische Lösung des größeren dynamischen Systems erheblich vereinfacht. Für die numerische Lösung $q_j(t_i)$ des „großen Problems“ müssen die Stützpunkte t_i für alle j , das heißt in allen Gruppen,

gleich gewählt werden, damit Mittelwert und Varianz über j berechnet werden können. Das Ergebnis liefert die Näherung an den gesuchten Mittelwert $\mathbf{E}[\mathbf{q}(t, \mathbf{Z})]$ und die Varianz $\mathbf{V}[\mathbf{q}(t, \mathbf{Z})]$ für $t > 0$.

In SKM wird eine Folge von Punkten – die so genannten Kollokationspunkte – aus der Verteilungsfunktion gewählt, deren Funktionswerte zur Bestimmung der Koeffizienten in der gewählten Entwicklung in Hermiteische Polynome dienen. Die dadurch gebildete Annäherung wird Näherungsfunktion oder Surrogatfunktion genannt. Dadurch entsteht wie bei der gPC-Methode ein großes Gleichungssystem, das in Gruppen aufgeteilt ist. Auf die Wahl der Kollokationspunkte wird hier nicht eingegangen, aber es ist klar, dass der Fehler in der Näherung von dieser Wahl abhängig ist. Bis auf die unterschiedlichen Kombinationen von Hermiteischen Polynomen sind alle Gruppen gleich und das dynamische Problem wird, wie oben für die gPC-Methode beschrieben, numerisch gelöst. Für weiterführende Informationen wird auf [2 und 4] verwiesen.

3 Ein Beispiel aus der Eisenbahnfahrzeugdynamik

Im folgenden Beispiel wird nicht eine Simulation wie die von Mazzola und Bruni [1], Fünfschilling und Perrin [3] und Kewlani et al. [4], durchgeführt, sondern der wichtige Systemparameter, die kritische Geschwindigkeit eines Eisenbahnfahrzeugs, abgeschätzt. Als Modell wird das früher untersuchte „einfache Cooperrider Drehgestell“ [6] (Bild 1) gewählt. Das Drehgestell-

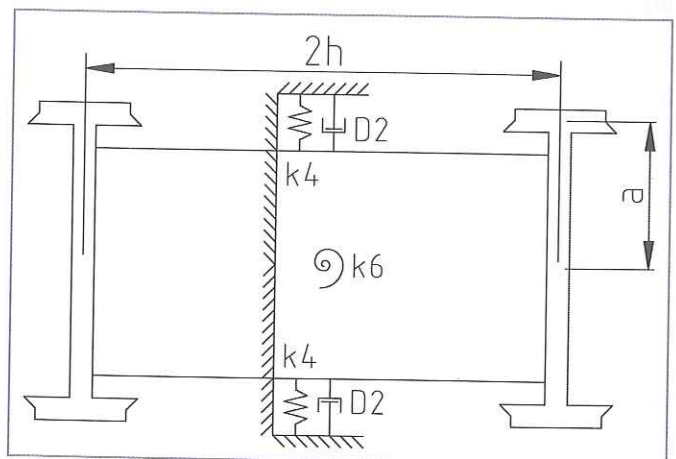


Bild 1: Das einfache Cooperrider-Drehgestell-Modell von oben

Modell besteht aus zwei Radsätzen mit konischem Radprofil, die frei rotieren können, aber sonst fest mit dem Drehgestellrahmen verbunden sind. Sie werden alle als Festkörper betrachtet. Da nur Interesse an den Querbewegungen besteht, kann angenommen werden, dass die senkrechten Bewegungen und Beschleunigungen so klein sind, dass sie in allen Bewegungsgleichungen vernachlässigbar sind. Deswegen werden die senkrechten Elemente der Aufhängung vernachlässigt, und die Verbindung zwischen dem Rahmen und dem Wagenkasten besteht nur aus einem Paar von seitlichen Feder-Dämpfern und einer Torsionsfeder, die lineare Charakteristiken haben.

Das dynamische System ist nach [6] zu beschreiben:

$$m\ddot{q}_1 = -2D_2\dot{q}_1 - 2k_4q_1 - 2\left[F_x(\xi_{x_1}, \xi_{y_1}) + F_x(\xi_{x_2}, \xi_{y_2})\right] - F_T(q_1 + haq_2) - F_T(q_1 - haq_2), \quad (2)$$

$$I\ddot{q}_2 = -k_6q_2 - 2ha\left[F_x(\xi_{x_1}, \xi_{y_1}) - F_x(\xi_{x_2}, \xi_{y_2})\right] - 2a\left[F_x(\xi_{x_1}, \xi_{y_1}) + F_x(\xi_{x_2}, \xi_{y_2})\right].$$

D_2 ist der lineare Dämpfungswert und k_4 und k_6 sind die lineare Federsteifigkeiten. F_x und F_y sind die Schlupfkräfte in Quer- und Längsrichtung. F_T ist die Rückführungskraft des Spurkranzes. Das Drehgestell läuft auf einem geraden und idealen Festkörpergleis mit konstantem Adhäsionsbeiwert.

$$F_x(\xi_x, \xi_y) = \frac{\xi_x F_R(\xi_x, \xi_y)}{\varphi \xi_R(\xi_x, \xi_y)}, \quad F_y(\xi_x, \xi_y) = \frac{\xi_y F_R(\xi_x, \xi_y)}{\psi \xi_R(\xi_x, \xi_y)},$$

$$\xi_R(\xi_x, \xi_y) = \sqrt{\frac{\xi_x^2}{\varphi^2} + \frac{\xi_y^2}{\psi^2}},$$

$$\frac{F_R(\xi_x, \xi_y)}{\mu N} = \begin{cases} u(\xi_R) - \frac{1}{3}u^2(\xi_R) + \frac{1}{27}u^3(\xi_R) & \text{für } u(\xi_R) < 3 \\ 1 & \text{für } u(\xi_R) \geq 3 \end{cases}$$

$$u(\xi_R) = \frac{G\pi ab}{\mu N} \xi_R.$$

Die Schlupfkräfte sind nach [7]:

$$\xi_{x_1} = \frac{\dot{q}_1}{v} + ha \frac{\dot{q}_2}{v} - q_2, \quad \xi_{y_1} = a \frac{\dot{q}_2}{v} + \frac{\lambda}{r_0}(q_1 + haq_2),$$

$$\xi_{x_2} = \frac{\dot{q}_1}{v} - ha \frac{\dot{q}_2}{v} - q_2, \quad \xi_{y_2} = a \frac{\dot{q}_2}{v} + \frac{\lambda}{r_0}(q_1 - haq_2).$$

Die Rückführungskraft des Spurkranzes wird durch eine nicht-lineare Feder mit Spiel und hoher Steifigkeit angenähert:

$$F_T(x) = \begin{cases} \exp(-\alpha/(x-x_f)) - \beta x - \kappa, & 0 \leq x < b \\ k_0 \cdot (x - \delta), & b \leq x \\ -F_T(-x), & x < 0 \end{cases}$$

Die verwendeten Parameterwerte sind im Folgenden aufgelistet:

$m = 4963 \text{ kg}$	$h = 1,5 \text{ m}$	$a = 0,7163 \text{ m}$
$I = 8135 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	$D_2 = 29200 \text{ N} \cdot \text{s/m}$	$k_0 = 14,60 \cdot 10^6 \text{ N/m}$
$k_4 = 0,1823 \cdot 10^6 \text{ N/m}$	$k_6 = 2,710 \cdot 10^6 \text{ N/m}$	$\lambda = 0,05$
$r_0 = 0,4572 \text{ m}$	$b = 0,910685 \cdot 10^{-2} \text{ m}$	$\phi = 0,60252$
$\psi = 0,54219$	$G\pi ab = 6,563 \cdot 10^6 \text{ N}$	$\mu N = 10^4 \text{ N}$
$\delta = 0,0091 \text{ m}$	$\alpha = 0,1474128791 \cdot 10^{-3}$	$\beta = 1,016261260$
$\kappa = 1,793756792$	$x_f = 0,9138788366 \cdot 10^{-2}$	

3.1 Die kritische Geschwindigkeit des deterministischen Modells

Wie erwartet, ist die kritische Geschwindigkeit des Drehgestell-Modells die höchste Geschwindigkeit, an der die stationäre Gleichgewichtslösung des dynamischen Problems eindeutig ist. Im Zustands-Parameterraum hat das Problem also dieselben Eigenschaften wie das in Bild 2 dargestellte. Hier ist der ungestörte Lauf die Nulllösung – die Abszissenachse. Der kleinste Verzweigungspunkt liegt bei 134 km/h, aber nicht auf dieser Achse. Dort verzweigen eine instabile (gestrichelt) und eine stabile (durchgezogen) periodische Lösung, die die Schlingerbewegung darstellt, voneinander. Die Nulllösung ist für $V > 160 \text{ km/h}$ instabil.

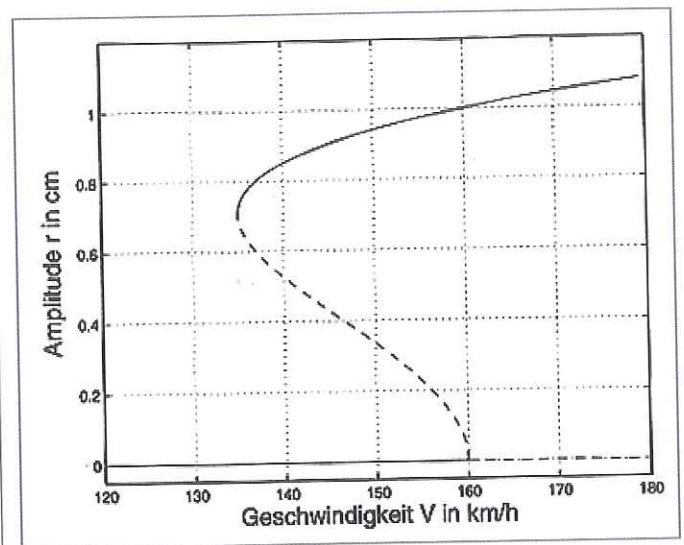


Bild 2: Beispiel für ein Verzweigungsdiagramm für ein Drehgestell: Amplitude der Querbewegung des führenden Radsatzes gegen Fahrzeuggeschwindigkeit

Die subkritische Verzweigung der instabilen, periodischen Lösung des Systems (2) liegt bei $v_L = 66,6107 \text{ m/s} \sim 239,80 \text{ km/h}$. Oberhalb von v_L ist die stationäre Gleichgewichtslösung instabil. v_L wurde mit hoher Genauigkeit durch eine Stabilitätsuntersuchung der stationären Lösung unter Anwendung der Eigenwerte der Jacobi-Matrix des um Null linearisierten Systems gefunden. Danach wurde die stabil schwingende Bewegung – die Schlingerbewegung – im Zustandsraum gefunden und die kritische Geschwindigkeit wurde dann durch Fortsetzung dieser Lösung im Zustands-Parameterraum berechnet. Bei der Fortsetzung – auch *Ramping* genannt – wird die Geschwindigkeit als eine stetige und langsam abnehmende Funktion der Zeit ins dynamische System eingeführt [8]:

$$\dot{v} = \begin{cases} 0 & \text{wenn } t < t_{st} \text{ or } \|\dot{q}\|_2 < \varepsilon_{min} \\ -\Delta & \text{sonst} \end{cases} \quad (3)$$

Das Ergebnis der numerischen Lösung des Systems (2) ist in Bild 3 dargestellt.

3.2 Die kritische Geschwindigkeit des stochastischen Modells

Es wird angenommen, dass die Parameter der Elemente der Aufhängung mit einer Liefertoleranz behaftet sind, und dass die Abweichung der wirklichen Werte vom nominellen Wert durch eine Gauß-Verteilung mit dem nominellen Wert als Mittelwert und einer definierten Varianz gegeben ist. Dadurch wird das deterministische Modell in ein stochastisches Modell verwandelt, in dem jede einzelne Lösung eine partikulare Re-

ter bezieht. Die Dimensionszahl des dynamischen Systems (2) ist hier 4, weil das System (2) durch die Einführung neuer Variablen: $x_1 = q_1$, $x_2 = \dot{q}_1$, $x_3 = q_2$ und $x_4 = \dot{q}_2$ für die Lösung in vier Differentialgleichungen erster Ordnung für die neuen Variablen x_1 bis x_4 überführt wird.

Die Lösung des stochastischen Problems mit SKM wird den Lösungen desselben Problems mit der Monte-Carlo-Methode (MC) und der Quasi-Monte-Carlo-Methode (QMC), die schneller arbeitet, gegenübergestellt, um die benötigte Rechenzeit der Methoden bei gleicher Genauigkeit zu vergleichen. Beide

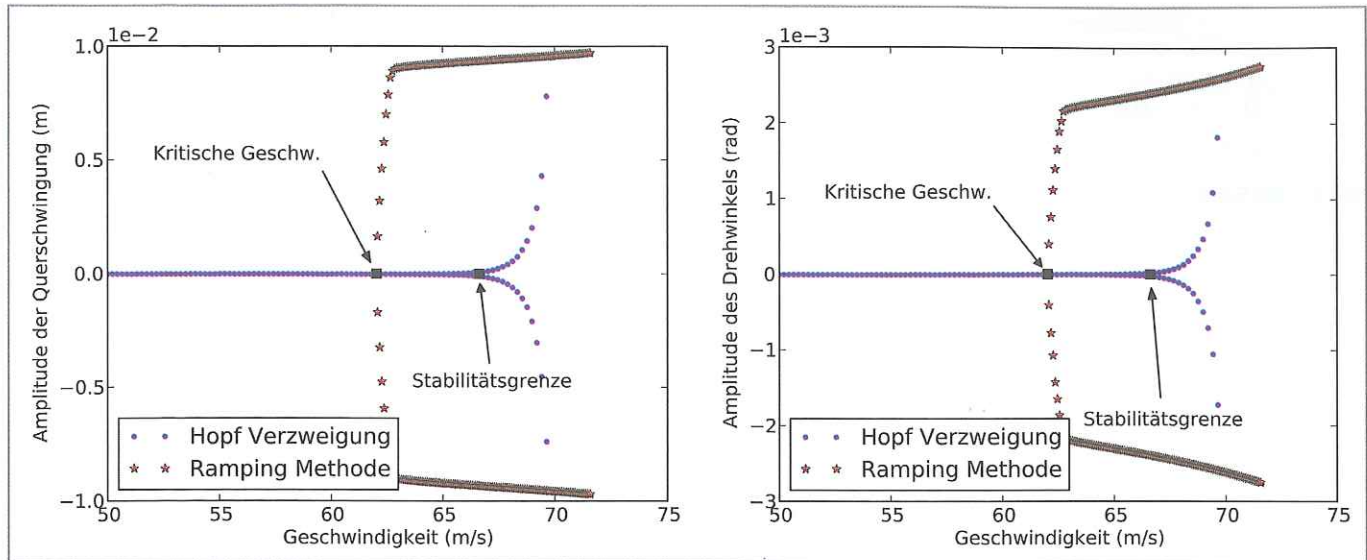


Bild 3: Die nichtlineare Dynamik des deterministischen Systems

alisierung darstellt und probabilistische Momente die Statistik der stochastischen Lösung beschreiben. Die Parameter seien gegeben durch:

$$\begin{aligned}
 k_6 &\sim N(\mu_{k_6}; \sigma_{k_6}^2) = N\left(2,71 \cdot 10^6 \frac{N}{m}; 1,84 \cdot 10^{10} \left(\frac{N}{m}\right)^2\right), \text{ (StA.} \sim 5\%) \\
 k_4 &\sim N(\mu_{k_4}; \sigma_{k_4}^2) = N\left(9,12 \cdot 10^4 \frac{N}{m}; 4,15 \cdot 10^7 \left(\frac{N}{m}\right)^2\right), \text{ (StA.} \sim 7\%) \\
 D_2 &\sim N(\mu_{D_2}; \sigma_{D_2}^2) = N\left(1,46 \cdot 10^4 \frac{N}{m}; 1,07 \cdot 10^6 \left(\frac{N}{m}\right)^2\right), \text{ (StA.} \sim 7\%)
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

mit μ : Mittelwert, σ^2 : Varianz, StA.: Standardabweichung.

Nun wird die „Stochastische Kollokation Methode“ (SKM) aus Abschnitt 2 auf das dynamische Problem (2) angewendet. Jedes der dadurch entstandenen Differentialgleichungssysteme wird wie in Abschnitt 3.1 als ein deterministisches Problem gelöst. Von allen dadurch gefundenen kritischen Geschwindigkeiten werden Mittelwert und Varianz berechnet.

Im ersten Schritt wird ein einfacher eindimensionaler Fall betrachtet. In der Mathematik wird er Codimension 1 genannt, weil die Dimensionszahl sich im Unterschied von der Dimension des dynamischen Systems (2) auf die Anzahl der Parame-

Methoden arbeiten gut, solange die Lösung des Problems hinreichend glatt im Zufallsraum ist. Dies ist mit Sicherheit nicht der Fall, wenn Verzweigungen im dynamischen Problem existieren und unterschiedliche Realisierungen der Zufallsparameter zu unterschiedlichen Attraktoren im Zustands-Parameterraum führen können.

Zunächst wird ein Fall mit Codimension 1 Unsicherheit untersucht. Nur die Federsteifigkeit k_4 sei durch eine Normalverteilung gegeben und die berechneten Mittelwerte und Varianzen der kritischen Geschwindigkeit mit Hilfe sowohl der SKM- wie der MC- und QMC-Methoden sind in Bild 4 dargestellt. Links ist die Abschätzung des Mittelwerts und der Varianz dargestellt, rechts Histogramme der kritischen Geschwindigkeit. Für die MC-Methode wurden 500 Simulationen des Modells und für die SKM-Methode nur zwei Funktionsauswertungen (fAuswt) benutzt. Für die Verteilungsfunktion der SKM-Methode wurden 10^5 Realisierungen der Surrogatfunktion angewendet. Die Standardabweichung ist farblich unterlegt – blau für SKM und rot für MC.

Offensichtlich ist die Abschätzung bei SKM schon bei niedriger Ordnung zufriedenstellend und der Gewinn an Genauigkeit bei höherer Ordnung nur gering. Dies bedeutet, dass die ersten wenigen Glieder in der Entwicklung laut Abschnitt 2 für eine gute Abschätzung der Verteilung der kritischen Geschwindigkeit ausreichen.

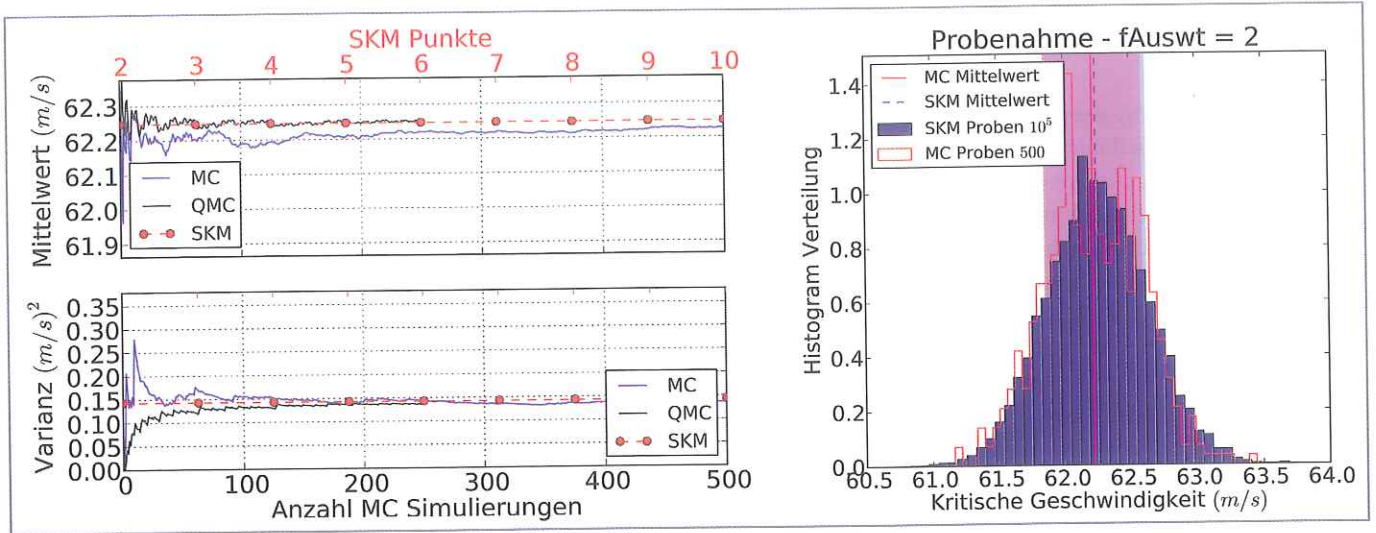


Bild 4: Die Ergebnisse der Berechnung der kritischen Geschwindigkeit. Nur k_4 ist mit einer Unsicherheit behaftet (weitere Erläuterungen im Text)

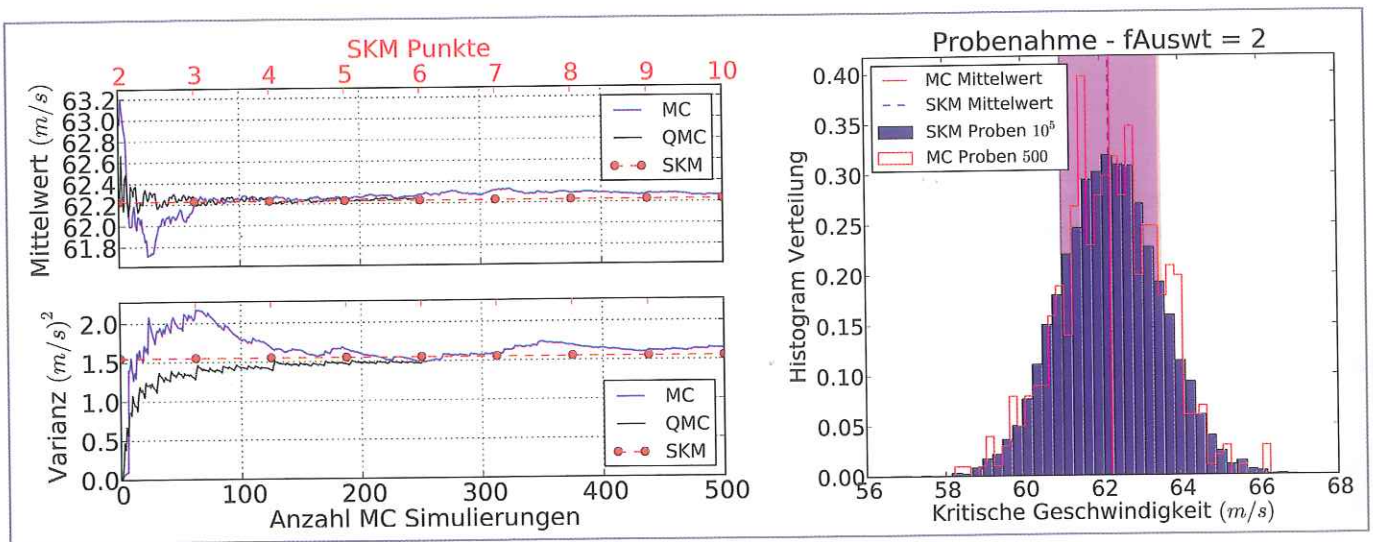


Bild 5: Die Ergebnisse der Berechnung der kritischen Geschwindigkeit mit Hilfe der SKM- sowie der MC- und QMC-Methode. Nur k_6 ist mit Unsicherheit behaftet (Erläuterungen im Text)

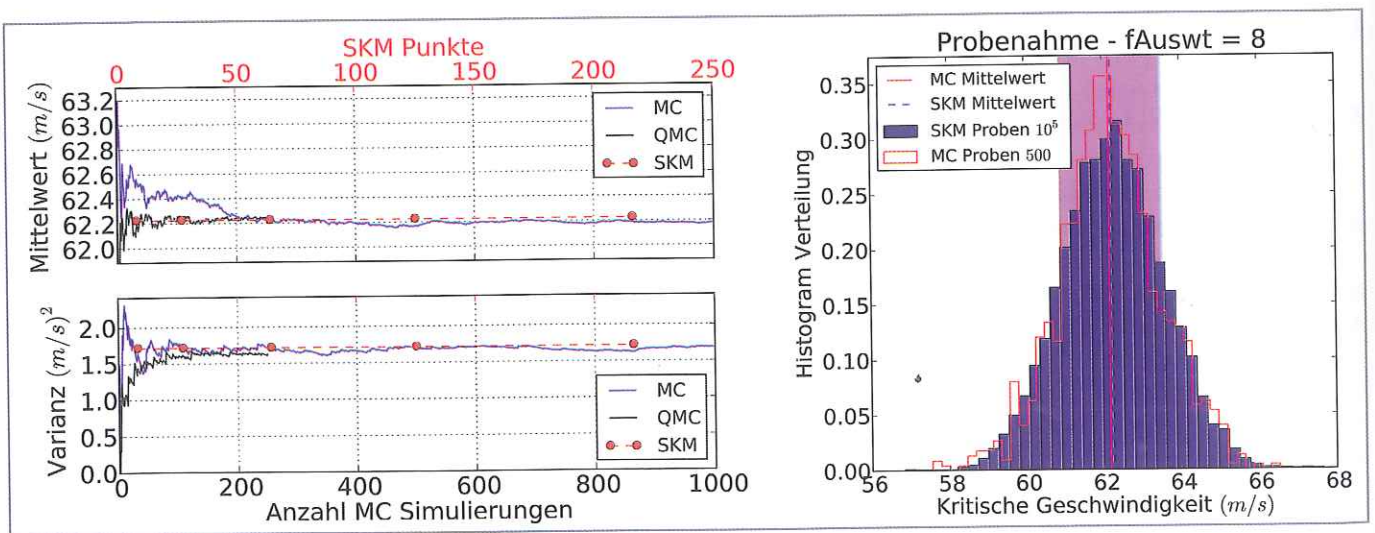


Bild 6: Die Ergebnisse der Berechnung der kritischen Geschwindigkeit mit Hilfe der SKM- sowie der MC- und QMC-Methoden mit dreidimensionaler Unsicherheit (Erläuterungen im Text)

Bild 5 entspricht Bild 4, allerdings ist statt k_4 hier k_6 durch eine Normalverteilung gegeben. Wieder reichen die ersten wenigen Glieder in der Entwicklung laut Abschnitt 2 für eine gute Abschätzung der Verteilung der kritischen Geschwindigkeit aus. Ferner ist erkennbar, dass die Steifigkeit der Torsionsfeder einen größeren Einfluss auf die kritische Geschwindigkeit hat als die Steifigkeit der Querverfederung. Die Standardabweichung ist farbig unterlegt – blau für SKM und rot für MC.

Abschließend wird die SKM-Methode auf das Problem (1) mit den drei Verteilungen (4) angewendet. Die Ergebnisse sind in Bild 6 zusammengefasst. Auch hier zeigt sich, dass eine Näherung niedriger Ordnung für die Berechnung der Lösung mit der größten Genauigkeit ausreicht. Die Anzahl der Auswertungen bei MC wurde hier auf 10^3 erhöht, sonst wie Bilder 4 und 5. Rechts Histogramme der kritischen Geschwindigkeit. Die Standardabweichung ist farbig unterlegt – blau für SKM und rot für MC.

dass der gegenseitige Einfluss der drei Elemente der Aufhängung durch die Nichtlinearität des Problems bei den gewählten Varianzen unbedeutend ist.

4 Diskussion und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurde gezeigt, wie die Fertigungstoleranzen in dynamische Untersuchungen von Fahrzeugen eingeführt werden können. Ein neues Verfahren, die stochastische Kollokation als „Uncertainty Quantification“, wird angewendet und die Genauigkeit und der Rechenaufwand werden mit denen des Monte-Carlo-Verfahrens verglichen. Die „Uncertainty Quantification“ wird zur Abschätzung der berechneten kritischen Geschwindigkeit angewendet und die kritische Geschwindigkeit wird als Mittelwert mit Varianz geliefert. Die Ergebnisse zeigen, dass unter der Voraussetzung derselben Genauigkeit die Konvergenz des neuen Verfahrens der Konvergenz des Monte-

Tafel 1: Geschätzte Mittelwerte und Varianzen der kritischen Geschwindigkeit bei der Anwendung der MC-, QMC- und SKM-Methode. #fA ist die Anzahl der Funktionsauswertungen und CPUt die CPU time. S bedeutet „Stunde(n)“ und M „Minuten“

	MC				QMC				SKM			
	μ	σ^2	#fA	CPUt	μ	σ^2	#fA	CPUt	μ	σ^2	#fA	CPUt
k_6	62,26	1,64	169	~24S	62,24	1,47	152	~21 S	62,23	1,55	2	~10M
k_4	62,23	0,14	17	~2,5S	62,25	0,14	22	~3 S	62,25	0,14	2	~11M
D_2	62,23	0,02	9	~1 S	62,25	0,02	4	~30M	62,25	0,03	2	~11M
k_6, k_4	62,22	1,53	148	~21 S	62,22	1,62	152	~22 S	62,28	1,69	4	~36M
k_6, D_2	62,18	1,72	216	~30 S	62,24	1,50	142	~20 S	62,28	1,57	4	~37M
k_4, D_2	62,25	0,17	25	~3,5S	62,25	0,16	25	~3,5S	62,30	0,17	4	~35M
k_6, k_4, D_2	62,18	1,68	221	~32 S	62,23	1,63	154	~22 S	62,23	1,72	8	~1 S

Während in den linken Bildern 4 bis 6 die Konvergenz der SKM-Methode mit der MC- und QMC-Methode verglichen und damit die Zahl der Auswertungen vorgegeben wird, werden jetzt die Rechenzeiten der Methoden, ausgedrückt durch die CPU time, betrachtet. Für den Vergleich wurde als Basis die Genauigkeit der berechneten Mittelwerte für die kritische Geschwindigkeit gewählt. Bei der SKM-Methode wurde die Iteration so lange fortgesetzt, bis die zweite Nachkommastelle konstant blieb. Weil der Mittelwert bei der MC- und QMC-Methode, wie auf den linken Bildern 4 bis 6 ersichtlich ist, recht lange schwanken kann, wurde beim Vergleich ein über die Zahl der Iterationen gleitendes Fenster mit zwanzig iterativen Werten gebildet. Wenn die zweite Nachkommastelle des Durchschnitts der iterativen Werte im Fenster beim einmaligen Verschieben des Fensters konstant blieb, wurden die Iterationen gestoppt und die CPU time ausgedrückt.

Tafel 1 zeigt das Ergebnis mit der gewählten Genauigkeit bei der Anwendung der drei Berechnungsmethoden: Monte-Carlo (MC), Quasi-Monte-Carlo (QMC) und Stochastische Kollokation (SKM). Es ist interessant zu bemerken, dass die Varianzen in den zwei- und dreidimensionalen Fällen fast gleich der Summe der Varianzen der eindimensionalen Fälle sind. Das bedeutet,

Carlo-Verfahrens überlegen ist. Aus Tafel 1 geht hervor, dass die CPU time und damit der Rechenaufwand bei der Anwendung der SKM-Methode erheblich kleiner ist als der Rechenaufwand bei Anwendung der MC- und QMC-Verfahren. Der gesamte Rechenaufwand ist bei allen drei Methoden größer als der einer deterministischen Berechnung, weil dasselbe dynamische System, nur mit unterschiedlichen Parameterwerten, wiederholt numerisch gelöst werden muss. Unter diesen Umständen lässt sich aber die Rechenzeit bei einer geschickten Anwendung der Parallelisierung erheblich reduzieren. Die Dynamik des Fahrzeugmodells wird zwischendurch berechnet, weil sie für die Berechnung der kritischen Geschwindigkeit die Grundlage bildet, aber das Ergebnis wird hier aus Platzgründen nicht präsentiert. Es wurde ein sehr einfaches Beispiel gewählt, um die Überlegenheit der SKM-Methode gegenüber dem MC-Verfahren zu demonstrieren. Deswegen wurde durch die Anwendung nur einer Verteilung für die lateralen Feder- bzw. Dämpferkräfte der Einfluss der in einem realen Wagen fehlenden Symmetrie hier nicht untersucht. Der Rechenaufwand wächst bei der Untersuchung eines vollständigen realen Fahrzeugs mit einer hohen Codimension, die leicht 20 übersteigt, gewaltig. Deswegen wird die Doktorarbeit mit dem Ziel, den Rechenaufwand zu re-

duzieren, weitergeführt. Die Codimension kann möglicherweise durch Anwendung statistischer Methoden zur Auswahl der einflussreichsten Systemparameter reduziert werden. – A 295 –

(Indexstichworte: Eisenbahnfahrzeuge, Spurführungstechnik, Fahrwerke)

(Bildnachweis: 1 bis 6, Verfasser)

Literatur

[1] *Mazzola, L.; Bruni, S.*: Effect of Suspension Parameter Uncertainty on the Dynamic Behavior of Railway Vehicles. *Applied Mechanics and Materials* 104 (2011) S. 177–185.
 [2] *Xiu, D.*: Numerical Methods for Stochastic Computations: A Spectral Method Approach. Princeton University Press, Princeton, NJ 2010.

[3] *Fünfschilling, C.; Perrin, G.; Kraft, S.*: Propagation of Variability in Railway Dynamic Simulations: Application to Virtual Homologation. *Vehicle System Dynamics* 50 (2012) sup 1, S. 245–261.
 [4] *Kewlani, G.; Crawford, J.; Iagnemma, K.*: A polynomial chaos approach to the analysis of vehicle dynamics under uncertainty. *Vehicle System Dynamics* 50 (2012) 5, S. 749–774.
 [5] *Wiener, N.*: The homogeneous Chaos. *American Journal of Mathematics* 60 (1938) 4, S. 897–936.
 [6] *True, H.; Kaas-Petersen, Chr.*: A Bifurcation Analysis of Nonlinear Oscillations in Railway Vehicles. Proc. 8th IAVSD-IUTAM Symposium on Vehicle System Dynamics, The Dynamics of Vehicles on Roads and Tracks (1984) S. 655–665, Swets & Zeitlinger, Lisse, NL.
 [7] *Vermeulen, P. J.; Johnson, K. L.*: Contact of nonshperical elastic bodies transmitting tangential forces. *Journal of Applied Mathematics* 31 (1964) S. 338–340.
 [8] *True, H.*: Die Berechnung der kritischen Geschwindigkeit eines Eisenbahnfahrzeuges: Die richtige, die falsche und die Zufallsmethode. *ZEVrail* 135 (2011) TB SFT Graz 2011, S. 162–169.



Dipl.-Ing. Daniele Bigoni (26). Bis 2011 Studium der Computer Science an der Universität in Trento, Italien und am Institut für mathematische Modellierung in der Dänischen Technischen Universität (DTU), Kgs. Lyngby, Dänemark. Seit 2011 Doktorand an der DTU. Anschrift: DTU Compute, Matematiktorvet 303 B, DK-2800 Kgs. Lyngby, Dänemark. E-Mail: dabi@dtu.dk



Prof. Dr.-Ing. Allan Peter Engsig-Karup. Studied mechanical engineering and applied math at the Technical University of Denmark (DTU). PhD from 2003 to 2006 and Post Doc from 2006–2008 at Department of Mechanical Engineering. He was a visiting researcher from 2004 to 2005 at Brown University, Division of Applied Math, Providence, USA. Assistant Professor from 2008–2011 and then promoted to Associate Professor 2011 at DTU Compute (former DTU Informatics)

where he teaches and does research within applied math with a strong focus on modern computational techniques and paradigms. Anschrift: DTU Compute, Matematiktorvet 303 B, DK-2800 Kgs. Lyngby, Dänemark. E-Mail: apek@dtu.dk



Prof. em. Dr.-Ing. Hans True (76). Bis 1960 Studium des Maschinenbaus an der Dänischen Technischen Universität (DTU), Kgs. Lyngby, Dänemark, und der Angewandten Mathematik an der Albert-Ludwigs-Universität, Freiburg i. Br., Deutschland, sowie an der Harvard-Universität, Harvard, USA. Promotion 1964. Von 1967 bis 2003 Lehrer für Angewandte Mathematik an der DTU. Gastforscher an ausländischen Universitäten. Seit 2009 Gastprofessor an der Südwest

Jiaotong Universität in Chengdu, China. Senior Ingenieur bei ES-Consult, Vedbæk, Dänemark, von 1992 bis 1996 und bei Scan Rail Consult, Kopenhagen, von 1997 bis 1998. Eigene Beraterfirma ‚True Consult‘ seit 1997. 1964–1967 Fulbright Fellow und 1970–1971 Stipendiat der Alexander-von-Humboldt-Stiftung. Seit 2003 Präsident der ‚International Association for Vehicle System Dynamics‘.

Anschrift: Dänische Technische Universität, DTU Compute, Matematiktorvet 303 B, DK-2800 Kgs. Lyngby, Dänemark. E-Mail: htru@dtu.dk