

Integration af GPS og Traditionelle Landmålingsteknikker

Line Bro Treppendahl

Kongens Lyngby 2005
IMM projekt nr. 90

Forord

Denne rapport er udarbejdet som eksamensprojekt for civilingeniørstudiet ved Informatik og Matematisk Modellering, Danmarks Tekniske Universitet i perioden 1. februar til 1. november 2005, svarende til 45 ECT point.

Gennem hele projektet har der været vist stor interesse og der har været meget hjælp at hente når det har været nødvendigt. Der skal i denne forbindelse lyde tak til professorerne Keld Dueholm og Allan Aasbjerg Andersen, IMM samt Ole Mærsk-Møller, BYG. Også tak til Ole Illum Jacobi for vejledning under projektet. Derudover skal der lyde tak til Erik Lund Poulsen, IMM, for hjælp med udstyr under den praktiske del af opgaven

Slutteligt også tak til professor Anna B. O. Jensen, der har været vejleder på projektet.

Rapporten henvender sig primært til folk med baggrund i landmålingen, og det skal derfor nævnes, at læsningen kræver et vist kendskab til opmåling, da de allermest grundlæggende ting omkring GPS og totalstationer ikke gennemgås.

Line Bro Treppendahl (s973542)
1. november 2005

Abstract

The purpose of this thesis is to measure the measuring points located at Eremitagesletten in Jægerborg Dyrehave by combining GPS measurement with traditional surveying methods, and finally reduce the coordinates.

The first chapters are about the location of the measuring points and former methods to solve the problem.

After that, the basic methods and terms of GPS- and traditional surveying methods are dealt with.

The practical part of the project, meaning the measuring process is swiftly outlined. The project also includes programming a reduction routine, and this process is also described in the thesis. Then, the results are presented and discussed.

Finally, a future plan for the further development of the project is discussed.

The conclusion of the project is, that GPS and traditional surveying methods complement each other, but GPS is superior to traditional surveying methods.

INDHOLDSFORTEGNELSE

FORORD	I
ABSTRACT	III
1 INDLEDNING	1
1.1 FIKSPUNKTER I DYREHAVEN	1
1.2 PROBLEMFOMULERING.....	1
2 HISTORISKE PROBLEMER VED KOMBINATION AF GPS OG TERRESTRISK OPMÅLING	3
3 METODER OG BEGREBER	5
3.1 GPS	5
3.1.1 Målemetoder	5
3.1.2 Fejkilder og nøjagtighed	8
3.1.3 DOP-begrebet	10
3.2 TOTALSTATION.....	11
3.2.1 Målemetoder	11
3.2.2 Fejkilder.....	12
3.3 VERIFICERING AF DATA	12
4 BEREGNINGSPRINCIPPER	13
4.1 DIFFERENSDANNELSE	13
4.1.1 Enkeltdifferens.....	13
4.1.2 Dobbeldifferens	14
4.1.3 Trippeldifferens.....	15
4.1.4 Bestemmelse af periodekonstanterne	16
5 INSTRUMENTER	19
5.1 GPS	19
5.2 TOTALSTATION.....	19
6 OPMÅLING	21
6.1 PLANLÆGNING.....	21
6.1.1 KMS referencepunkter og Valdemar	21

6.1.2 GPS opmåling	22
6.1.3 Terrestrisk opmåling.....	23
6.2 UDFØRSEL.....	24
6.3 DATABEHANDLING.....	24
6.3.1 GPS	24
6.3.2 Terrestriske målinger.....	26
6.4: DELKONKLUSION.....	28
7 UDJÆVNING.....	29
7.1 MINDSTE KVADRATERS PRINCIP	29
7.1.1 Kredsdrejningselement.....	33
7.1.2 Beregningseksempel.....	34
7.2 FORVENTNINGER TIL PROGRAM.....	38
7.3 PROGRAMDOKUMENTATION, PLANE KOORDINATER	39
7.3.1 Data til programmet.....	39
7.3.2 Elementer i programmet.....	40
7.4 HØJDEUDJÆVNING	44
7.4.1 Programdokumentation, højde	44
7.5 DELKONKLUSION.....	45
8 RESULTATER	47
8.1 SAMLET UDJÆVNING FOR TERRESTRISKE OG GPS OBSERVATIONER	47
8.2 UDJÆVNING FOR TERRESTRISKE OBSERVATIONER	48
8.3 UDJÆVNING FOR GPS OBSERVATIONER.....	48
9 ANALYSE AF RESULTATER.....	51
9.1 DELKONKLUSION.....	55
10 PERSPEKTIVERING	57
10.1 UDJÆVNINGSPROGRAMMET.....	57
10.2 NIVELLERING AF DYREHAVEFIKSPUNKTERNE.....	58
10.2.1 Trigonometrisk nivellement.....	58
10.2.2 Præcisionsnivellement.....	59

11 KONKLUSION	61
LITTERATUR	63

BILAGSFORTEGNELSE:

- BILAG 1: KORT OVER EREMITAGESLETTEN
- BILAG 2: GPS BASISLINIER
- BILAG 3: TERRESTRISKE VINKELOBSERVATIONER
- BILAG 4: OBSERVEREDE AFSTANDE MED OG UDEN KORREKTIONER
- BILAG 5: UDDRAG AF TILBAGESKÆRINGER
- BILAG 6: OMRÆGNING FRA GPS OBSERVATIONER TIL AFSTAND OG REDUCERET VINKEL
- BILAG 7: UDJÆVNINGSPROGRAM TIL UDJÆVNING AF SAMTLIGE OBSERVATIONER
- BILAG 8: INDDATAFILER, OPSTILLINGSPUNKTER
- BILAG 9: INDDATAFILER: SIGTEPUNKTER
- BILAG 10: INDDATAFILER: VINKELOBSERVATIONER
- BILAG 11: INDDATAFILER: AFSTANDSOBSERVATIONER
- BILAG 12: RESULTATER FOR DEN SAMLEDE UDJÆVNING
- BILAG 13: SPREDNINGER FOR DE ENKELTE ELEMENTER EFTER SAMLET UDJÆVNING
- BILAG 14: SPREDNING FOR HVERT PUNKT FUNDET I DEN SAMLEDE UDJÆVNING
- BILAG 15: RESULTAT FOR DEN TERRESTRISKE UDJÆVNING
- BILAG 16: SPREDNINGER FOR DE ENKELTE ELEMENTER EFTER TERRESTRISK UDJÆVNING
- BILAG 17: SPREDNING FOR HVERT PUNKT FUNDET I DEN TERRESTRISKE UDJÆVNING
- BILAG 18: GPS UDJÆVNING
- BILAG 19: RESULTAT AF GPS UDJÆVNING
- BILAG 20: HØJDEUDJÆVNINGSPROGRAM
- BILAG 21: INDDATAFILER TIL HØJDEUDJÆVNING
- BILAG 22: CD-ROM MED PROGRAMFILER OG ANDEN INFORMATION OM BEREGNINGER OG ANALYSER FORETAGET I PROJEKTET

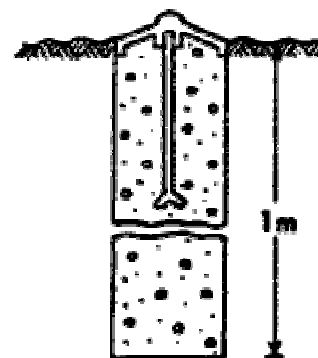
1 Indledning

Tilblivelsen af projektet bunder i IMM's 3-ugers kursus i landmåling, sommeren 2004, hvor der ved gennemgangen af de udarbejdede rapporter kunne ses en tendens, der pegede på spændinger i fikspunktsnettet i Dyrehaven. Helt præcis hvilke punkter der er fejlagtige, om ikke alle, og hvor meget det drejer sig om, vides ikke, men det vil kun være naturligt at der sker en vis sætning over tiden. Desuden forekommer der oftere kørsel af tungere køretøjer i forbindelse med vedligeholdelse af stier og græsslåning, samt pløjning, tilsåning og høst af forsøgsmarken.

Da der forlanges en vis præcision og grundighed af de studerende ved opmåling, er det nødvendigt at have nøjagtige fikspunktskoordinater.

1.1 Fikspunkter i Dyrehaven

Dyrehaven har været brugt til praktiske landmålingskurser ved DTU i mange år. De oprindelige punkter på Eremitagesletten var defineret ved en træpæl slået ned til terræn, og kunne nemt forstyrres af forbipasserende og vildtet. Punkterne, som de kan ses i dag, er etableret i starten af 70'erne, som erstatning for de gamle punkter, og som en mere varig løsning. De er forankret ved en ca. 1 meter lang betonsøjle støbt ned i terrænet, hvorpå der er sat en metalkalot som punktdefinition. Derefter blev samtlige nye punkter indmålt af Søren Riff Alexandersen.



Figur 1.1:
Fikspunktsbefæsnint



Figur 1.2: Dyrehaven, illustration af Ole Jacobi

DTU har i dag 24 punkter på Eremitagesletten, hvoraf de 3 ikke længere anvendes. Punkt 20 fordi det blev erstattet af punkt 19 af hensyn til golfklubben, der følte at det gamle punkt lå for tæt på et af deres tee-steder, punkt 17 fordi det hører til en punktserie på den anden side af Eremitageslottet som ikke længere bruges, og derfor ikke har relevans for Eremitageslettens punkter, og punkt 14 fordi det for tiden ligger på forsøgsmarken. Punkt 14 må dog antages at skulle bruges igen når forsøgsmarken flyttes.

1.2 Problemformulering

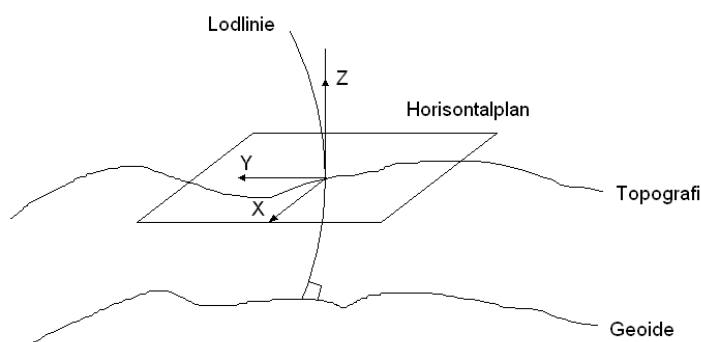
Formålet med projektet er at opmåle samtlige punkter på Eremitagesletten med GPS og totalstation, og til sidst lave en kombineret udjævning af de to metoder. Til

2 Historiske problemer ved kombination af GPS og terrestrisk opmåling

Tidligere har kombinationen af GPS og traditionelle landmålingsmetoder givet anledning til store problemer. Dette kan man læse mere om i [4], hvor 3 landinspektør-studerende har udført et omfattende projekt om emnet.

Problemet med kombination af GPS og traditionelle landmålingsmetoder har i høj grad bestået i forskel i referencesystem for observationerne og forskel af type observation.

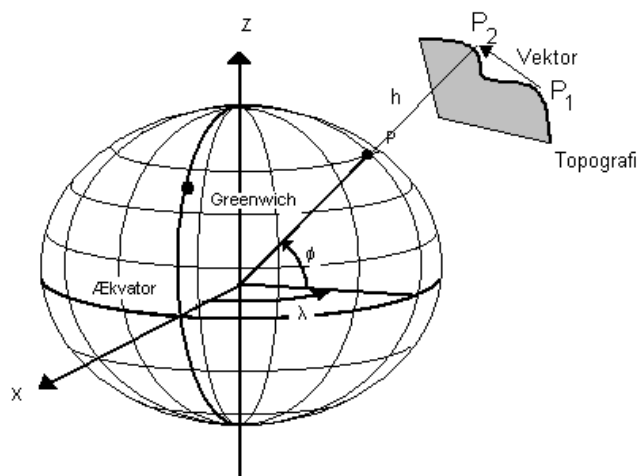
For referencesystemet er den største forskel orienteringen, idet terrestriske observationer er orienteret i et lokalt system med z-aksen sammenfaldende med tangenten til den lokale lodlinie. Der findes altså et lokalt referencesystem for hvert nyt opstillingspunkt.



Figur 2.1: Terrestriske observationers referencesystem

GPS observationer orienteres i et geocentrisk referencesystem. De terrestriske referencesystemer er venstrehåndssystemer og GPS er et højrehåndssystem. For at løse dette problem, skal der etableres en fælles reference, således at beregninger kan foretages i samme system.

Idet der i dag allerede laves GPS observationer i et lokalt system, giver dette ikke anledning til problemer.



Figur 2.2: GPS observationers referencesystem

Observationstyperne er inddelt i afstande, horisontal- og vertikalvinkler for de terrestriske opmålinger, og for GPS observationer som tredimensionale vektorer, oftest koordinatforskelle. Problemet er for så vidt stadig eksisterende i dette projekt, og løses ved at konvertere forskelle i højde, northing og easting til vinkler, afstande og højdeforskelle. I [4] er der beskrevet indtil flere metoder til hvordan problemet ellers kan løses, som der dog ikke skal komme nærmere ind på her.

3 Metoder og begreber

Dette kapitel omhandler grundlæggende metoder og begreber for opmåling med GPS og totalstation.

3.1 GPS

De følgende afsnit omhandler teorien bag brugen af GPS, og tager primært udgangspunkt i [3]. Opbygningen af GPS vil ikke blive gennemgået, her henvises igen til [3].

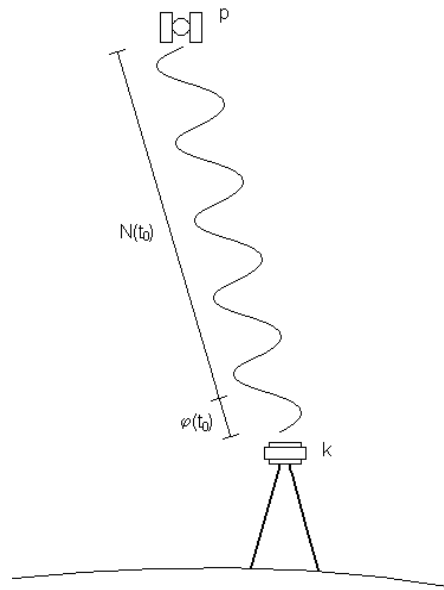
3.1.1 Målemetoder

Ved GPS observationer tales der i grove træk om to overordnede målemetoder, kodemåling og fasemåling. Kodemåling foregår ved måling af pseudoafstande, og er den billigste, men også den mindst nøjagtige metode. Da observationerne til dette projekt foregår ved fasemåling, vil kodemåling ikke blive gennemgået nøjere, men der henvises til [3].

GPS modtagere til fasemåling er langt dyrere end modtagere til kodemåling, men til gengæld langt mere nøjagtige. Fasemåling foregår altid som en relativ måling mellem to modtagere, hvorved der findes en basislinie mellem modtagerne.

Der findes to forskellige slags fasemodtagere, en-frekvente modtagere, der kun måler på L1-bærebølgen og to-frekvente modtagere, der både måler på L1- og L2-bærebølgen.

Ved fasemåling forstås bestemmelse af faseforskel, ϕ mellem bærebølgen fra satellitten og en kopi af bærebølgen dannet i modtageren til tiden t_0 . Faseforskellen beskriver brøkdelen af den sidste bølgelængde til tiden t_0 .



Figur 3.1: Faseobservation til tiden t_0

Den samlede faseforskel F kan udtrykkes ved:

$$F_k^p(t_0) = \varphi_k^p(t_0) + N_k^p(t_0) \quad (3.1)$$

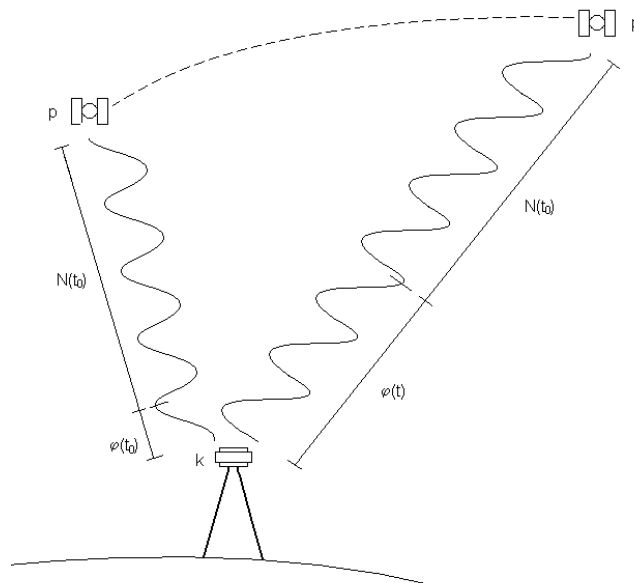
hvor

φ_k^p er den målte faseforskel mellem modtager, k og satellit, p .

N_k^p er periodekonstanten, defineret som hele antal bølger mellem modtager, k og satellit, p .

Under en måling låser modtageren sig fast på bærebølgen, og så længe den har kontakt med satellitten, kan den løbende opdatere faseændringen ved måling af hele antal bølgelængder siden start. Periodekonstanten holdes konstant, men er ukendt. Dette resulterer i følgende formel

$$F_k^p(t) = \varphi_k^p(t) + N_k^p(t_0) \quad (3.2)$$



Figur 3.2: Faseobservation til samme satellit til to forskellige tider.
 Periodekonstanten $N(t_0)$ er hele tiden den samme.

Afstanden mellem satellit og modtager kan nu udtrykkes ved hjælp af bølgelængden, λ , og giver

$$r_k^p(t) = \lambda \cdot \varphi_k^p(t) + \lambda \cdot N_k^p(t_0) \quad (3.3)$$

Denne formel er idealiseret, og tager ikke højde for fejlbidrag, som der derfor skal korrigeres for. Formlen kaldes ofte for fasemålingens pseudoafstand. Med fejlbidragene inkluderet, kan den sande afstand udtrykkes som:

$$\rho_k^p(t) = \lambda \cdot \varphi_k^p(t) + \lambda \cdot N_k^p(t_0) - c \cdot dT_k - c \cdot dt^p - d_{ion} - d_{trop} + e \quad (3.4)$$

hvor

c er lysets hastighed

dT_k er modtagerens urfejl

dt^p er satellittens urfejl

d_{ion} er ionosfærens fejlbidrag

d_{trop} er troposfærens fejlbidrag

e er restfejlen, som f.eks. multipath

For at kunne finde længden af den modtagne bærebølge, isoleres $\lambda \cdot \varphi$, og kaldes nu ϕ :

$$\phi_k^p(t) = \rho_k^p(t) - \lambda \cdot N_k^p(t_0) + c \cdot dT_k + c \cdot dt^p + d_{ion} + d_{trop} \quad (3.5)$$

Denne ligning kaldes målingens observationsligning. Restfejlen, e , er stadig til stede i denne ligning, men for nemheds skyld i senere beregninger, skrives den ikke længere med.

3.1.2 Fejlkilder og nøjagtighed

Urfejl

Både satellitter og modtagere er forsynet med ur. Satellit ure skal være meget præcise, da selv ganske små fejl medfører betydelige fejlbidrag til observationen. Hver satellit er udstyret med 4 ure, 2 med stor stabilitet på korte tidsintervaller og 2 med stor stabilitet i længere tidsrum. For yderligere at minimere fejlen, kontrolleres urene flere gange i døgnet.

Modtagernes ure er billigere, og derfor også mindre præcise. Under en måling korrigeres de efter satelliternes ure for at opnå bedst mulig præcision.

Urfejl i både modtager og satellit kan elimineres ved differentiell måling, se afsnit 4.1

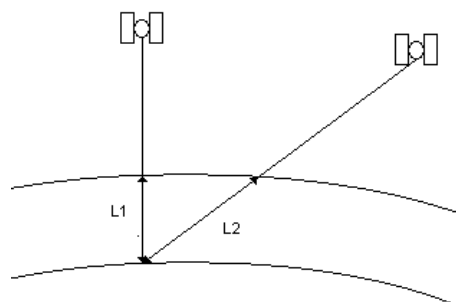
Banefejl

En satellits bane kan i dag forudsiges inden for et par meter. Under differentiell GPS ved fasemåling med basislinier kortere end 100 km vil banefejlen ikke have nogen nævneværdig betydning, da der er tale om en relativ måling.

Atmosfærefejl

Atmosfæriske forstyrrelser kan groft opdeles i et ionosfærebidrag og et troposfærebidrag. I ionosfæren findes frie elektroner, der påvirker signalet fra satellitterne. Antallet af frie elektroner varierer med tid på døgnet, årstid og solpletaktivitet. Fejlbidraget fra ionosfæren kan fjernes ved modellering ud fra kendskab til elektrondensiteten. Desuden kan den elimineres ved differentiell måling, forudsat afstanden mellem modtagerne er tilpas lille, se afsnit 4.1.

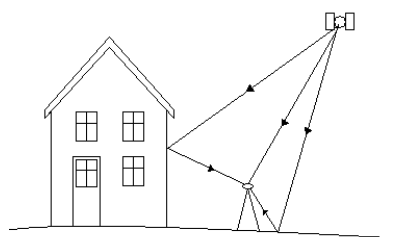
Troposfærefejlen opstår pga. den vanddamp der findes her, idet signalet afbøjes og ruten forlænges i forhold til modtageren. Fejlbidraget kan formindskes ved at der vælges en tilpas høj elevationsmaske, idet bidraget bliver større jo lavere satellitten står over horisonten. Signalet har den korteste opholdstid i troposfæren når satellitten står i zenit.



Figur 3.3: Signalets rute gennem troposfæren. $L1 < L2$.

Multipath

Multipath er det fejlbidrag der opstår når et signal fra en satellit reflekteres på en overflade, f.eks. en bygning eller jorden, og opfanges i modtageren som en reel signal. Signalet vil være forsinket i forhold til det direkte signal, da det skal bevæge sig længere, og derfor give en fejl på C/A-koden og P-koden. Det anses for at være et af de største fejlbidrag, 0-1 m for fasemåling, og 0-5 m for kodemåling. [3]



Figur 3.4: Signalreflektion

Jo højere elevationsmasken sættes, jo mindre vil bidraget fra multipath være, idet der undgås en del af refleksionsfladerne.

En måde at undgå multipath forstyrrelser på, er at bruge en antenne med choke-ring eller ground plane. Med en sådan antenne modtages signaler der kommer fra jorden ikke. Choke-ringen forhindrer dog ikke signaler reflekteret fra bygninger m.m. i antennens nærhed, hvorfor den bedste måde at undgå multipath signaler på, er at lave opstillingen i et område hvor der er så få reflekterende overflader som muligt. Dette kan være en svær løsning at gennemføre, da det ofte er forudbestemt hvor opstillingen skal laves. I ekstreme tilfælde må GPS derfor fravælges som opmålingsmetode, da fejlbidraget er for stort.

Antenne fasecenter flytning

Antennens fasecenter er defineret som det punkt i antennen, GPS observationer refererer til. Det kan ikke fastsættes som et fysisk punkt, men flytter sig afhængigt af satellitternes position. Dette kan give en spredning på op til 2-3 mm, afhængigt af modtageren. For nyere antenner er problemet dog ikke ret stort.

Nøjagtighed

Nøjagtigheden af en observation afhænger af de førnævnte faktorer. Desuden forudsætter metoden at der måles i 20-60 minutter, afhængigt af PDOP og afstand mellem modtagerne. For fasemåling er grundfejl, σ_g og afstandsafhængig fejl, σ_a ved opmåling givet udfra følgende skema ifølge [3].

Modtagertype	σ_g [mm]	σ_a [ppm]
En-frekvent	3	0,8
To-frekvent	2	0,1

Tabel 3.1: Forventet spredning i planen

Spredninger i højden vil typisk være 1.5-2 gange højere, da indbindingen er bedre horisontalt end vertikalt. Der henvises i den forbindelse til figur 2.1 i [3].

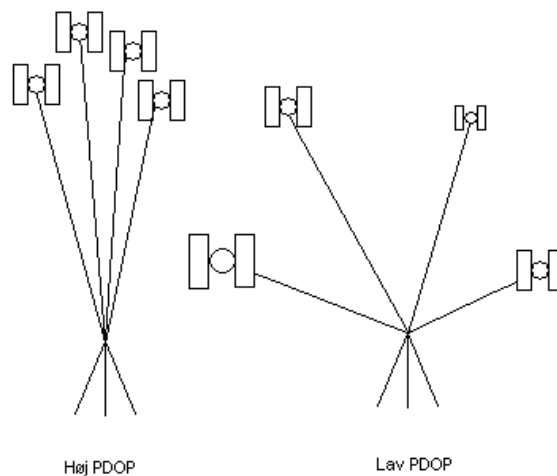
Det ses at fasemåling med to-frekvent modtager er markant mere nøjagtig ved opmåling af længere basislinier. Årsagen er, at denne type modtager kan udnytte de forskellige frekvenser til eliminering af det meste af ionosfærebidraget

3.1.3 DOP-begrebet

DOP står for "Dilution Of Precision", og siger noget om satelliternes indbyrdes placering i forhold til modtageren. Satellitkonstellationen kan have meget stor betydning for nøjagtigheden af en måling, og man kan derfor drage god nytte af DOP-begrebet i planlægningen af sine målinger.

Der er defineret flere forskellige typer DOP-værdier, men da man kun bruger PDOP i planlægningen, er det denne, der gennemgås her.

PDOP er den DOP-værdi der beskriver afvigelsen i 3D-positionen. Ved at betragte volumen af den figur der udspændes mellem modtager og satellitter, kan man få et billede af PDOP. Et stort volumen vil betyde at satellitterne er spredt godt ud, og dermed give en lav PDOP. Jo flere synlige satellitter der er, jo bedre bliver PDOP ofte, da mulighederne for stor spredning af satellitterne bliver bedre.



Figur 3.5: Satellitkonstellation ved hhv. høj og lav PDOP

En så lav PDOP-værdi som muligt er altså at foretrække, og normalt siges det, at er PDOP under 4, er der gode måleforhold. Under planlægning af målinger, vil perioder hvor PDOP er over 6 typisk udelukkes. Man kan godt måle mens PDOP ligger mellem 4 og 6, men da er det anbefalelsesværdigt at forlænge måletiden.

Til planlægningen kan man finde et estimat på dagens satellitkonstellation for et givet punkt på Internettet, bl.a. hos Trimblecenter Danmark. Trimble Geomatics Office (TGO), som er det program der benyttes til beregning af GPS data, har også et planlægningsværktøj hvor man kan få et godt billede af antallet af synlige satellitter

samt PDOP, det kræver dog at man opdaterer efemiridefiler løbende, enten ved at finde dem på Internettet eller ved at bruge egne filer downloaded fra en GPS modtager sammen med en evt. måling.

Man kan udregne DOP-værdier efter en måling vha. diagonal-elementerne i covariansmatricen for den estimerede pseudoafstand, men disse er ikke interessante i planlægningen. Covariansmatricen er givet ved:

$$Cov = \underline{\sigma}_0^2 (\underline{A}^T \cdot \underline{P} \cdot \underline{A})^{-1} \quad (3.6)$$

hvor:

$$\underline{Q}_{DOP} = (\underline{A}^T \cdot \underline{P} \cdot \underline{A})^{-1} \quad (3.7)$$

Da kan PDOP beregnes ved:

$$PDOP = \sqrt{Q_{DOP,11} + Q_{DOP,22} + Q_{DOP,33}} \quad (3.8)$$

3.2 Totalstation

I det følgende gennemgås målemetoder og fejlkilder for terrestrisk opmåling.

3.2.1 Målemetoder

Der er 3 overordnede målemetoder ved terrestrisk opmåling. De 2 gennemgås her. Metoderne vil ikke blive beskrevet dybere i rapporten, men der henvises til [6] for yderligere information.

Vinkelmåling

Vinkelmåling foregår ved at lave en opstilling i et punkt, og derefter sigte til stokke sat op i andre punkter. Der måles kun horisontale vinkler. Der laves satsmåling for at udelukke systematiske fejl, og der måles min. to satser fra hvert punkt, eller så mange der kræves, indtil der haves to satsmålinger, der er sammenfaldende inden for en acceptabel grænse, der typisk sættes til 7 mgon.

Elektromagnetisk distancemåling

Afstandsmåling foregår ved elektromagnetisk distancemåling (EDM). EDM kan opdeles i to grupper, fasesammenligningsmetoden og impulsmetoden. Fasesammenligningsmetoden fungerer ved at instrumentet udsender en moduleret bølge, der reflekteres i et prisme. Instrumentet måler så faseforskellen mellem den udsendte og den returnerede bølge. Impulsmetoden måler den tid det tager for en lys-

eller mikrobølgeimpuls at bevæge sig fra en sender til en modtager via en reflektor. I projektet benyttes fasesammenligningsmetoden, og den samme afstand måles 4 gange med ny skarpstilling på prismet mellem hver måling.

I projektet er der kun lavet højdemålinger med GPS, men der burde have været et trigonometrisk midtpunktsnivellement. Det bedste ville være et præcisionsnivellement, men et sådant kan ikke laves af kun én person.

3.2.2 Fejkilder

Som for GPS opmålinger, vil der også være fejkilder for terrestriske målinger. De vil ganske kort blive ridset op her.

Vejret spiller en stor rolle ved terrestrisk opmåling. Ved solskin vil der hurtigt komme varmeglimmer fra jorden, der gør det svært at indstille kikkertsigtet præcist på stokken eller prismet. Problemet opstår allerede ved lave lufttemperaturer. Regn vil genere linsen, og gøre sigtbarheden dårlig. Det bedste vejr til terrestrisk målinger er en overskyet dag uden dis, med moderate temperaturer.

3.3 Verificering af data

For at undersøge om der er grove fejl i observationer, bruges grovfejlsgrænsen. Grovfejlsgrænsen er defineret som [8]:

$$\text{Grovfejlsgrænse} = 2.5 \cdot \sigma \quad (3.9)$$

hvor

$$\sigma = \text{spredningen}$$

Det er lidt med forskel om man bruger 2.5 eller 3 gange spredningen som grovfejlsgrænse. Det afhænger af hvilket konfidensinterval man ønsker at bruge. 3 gange spredningen svarer til et konfidensinterval på 95% og 2.5 gange spredningen svarer til 99%. I projektet er der anvendt et 99% konfidensinterval.

4 Beregningsprincipper

GPS observationer kan behandles på to måder. Den ene måde er at bruge observationerne udifferentierede, hvilket kræver at atmosfærefejl og urfejl skal estimeres. Den anden måde er at benytte sig af differensdannelser. Kapitel 4 beskriver denne metode.

4.1 Differensdannelse

Følgende afsnit tager udgangspunkt i [3].

4.1.1 Enkeltdifferens

Måles der samtidig fra to modtagere, k og m , til en satellit, p , kan der opstilles to observationsligninger vha. formel (3.4):

$$\phi_k^p(t) = \rho_k^p(t) - \lambda \cdot N_k^p(t_0) + c \cdot dT_k + c \cdot dt^p + d_{ion} + d_{trop}$$

$$\phi_m^p(t) = \rho_m^p(t) - \lambda \cdot N_m^p(t_0) + c \cdot dT_m + c \cdot dt^p + d_{ion} + d_{trop}$$

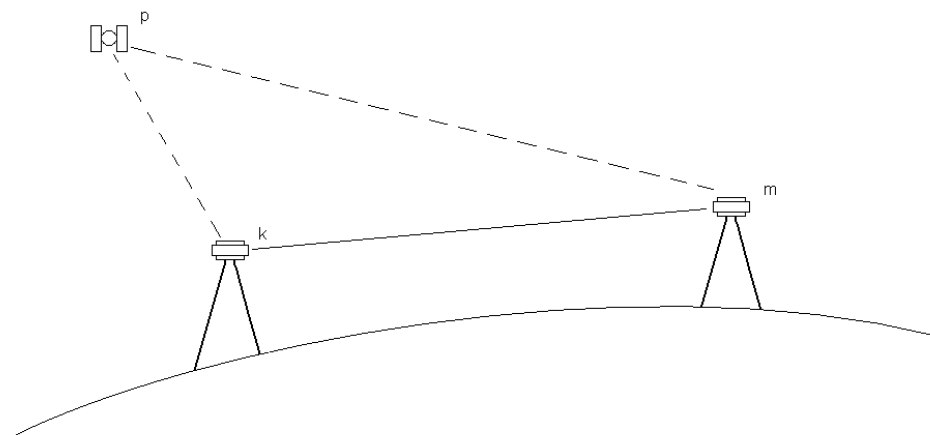
Subtraheres de to ligninger, fås enkeltdifferensen:

$$\phi_{km}^p(t) = \phi_k^p(t) - \phi_m^p(t) \Rightarrow$$

$$\phi_{km}^p(t) = \rho_k^p(t) - \lambda \cdot N_k^p(t_0) + c \cdot dT_k + c \cdot dt^p + d_{ion} + d_{trop} - (\rho_m^p(t) - \lambda \cdot N_m^p(t_0) + c \cdot dT_m + c \cdot dt^p + d_{ion} + d_{trop}) \Rightarrow$$

$$\phi_{km}^p(t) = \rho_k^p(t) - \rho_m^p(t) - \lambda \cdot (N_k^p(t_0) - N_m^p(t_0)) + c \cdot (dT_k - dT_m) \quad (4.1)$$

Da satellittens urfejl er ens for begge målinger, elimineres denne ved enkeltdifferens. Atmosfærebidraget er idealiseret set også det samme, og kan derfor fjernes ved enkeltdifferens, men det kræver at modtagerne ikke er placeret for langt fra hinanden. Normalt antages det at atmosfærefejlen vil være relativt ens for modtagerne hvis der maksimalt er 100 km mellem dem.



Figur 4.1: Princippet ved enkeltdifferens

4.1.2 Dobbeldifferens

Måles samtidig fra to modtagere, k og m, til to satellitter, p og q, kan man danne to enkeltdifferenser:

$$\phi_{km}^p(t) = \rho_k^p(t) - \rho_m^p(t) - \lambda \cdot (N_k^p(t_0) - N_m^p(t_0)) + c \cdot (dT_k - dT_m)$$

$$\phi_{km}^q(t) = \rho_k^q(t) - \rho_m^q(t) - \lambda \cdot (N_k^q(t_0) - N_m^q(t_0)) + c \cdot (dT_k - dT_m)$$

Differensen mellem de to enkeltdifferenser giver dobbeldifferensen

$$\phi_{km}^{pq}(t) = \phi_{km}^p(t) - \phi_{km}^q(t)$$

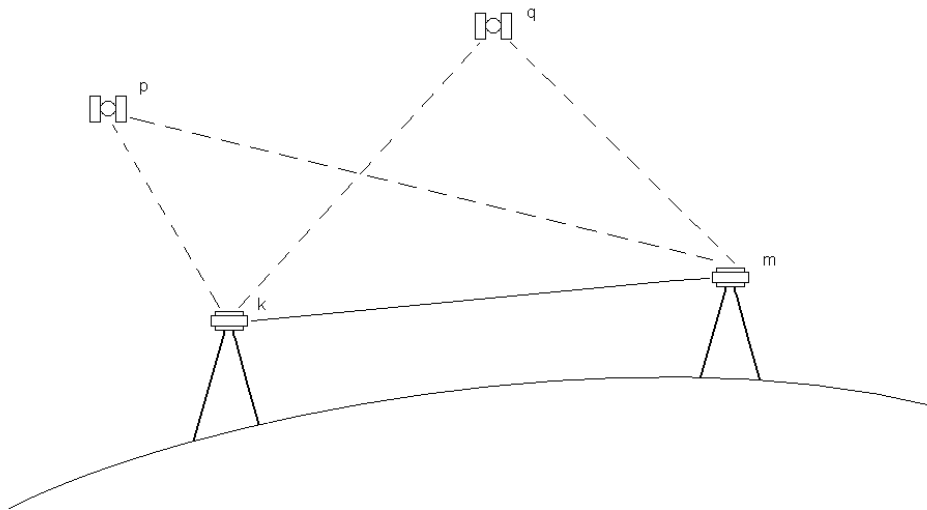
$$\begin{aligned} \phi_{km}^{pq}(t) &= \rho_k^p(t) - \rho_m^p(t) - \lambda \cdot (N_k^p(t_0) - N_m^p(t_0)) + c \cdot (dT_k - dT_m) \\ &\quad - (\rho_k^q(t) - \rho_m^q(t) - \lambda \cdot (N_k^q(t_0) - N_m^q(t_0)) + c \cdot (dT_k - dT_m)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_{km}^{pq}(t) &= \rho_k^p(t) - \rho_m^p(t) - \rho_k^q(t) + \rho_m^q(t) - \lambda \cdot (N_k^p(t_0) - N_m^p(t_0) - N_k^q(t_0) + N_m^q(t_0)) \\ &\quad - c \cdot (dT_k - dT_m - dT_k + dT_m) \end{aligned}$$

Dobbeldifferens eliminerer urfejlen i modtagerne, og kan skrives:

$$\phi_{km}^{pq}(t) = \rho_k^p(t) - \rho_m^p(t) - \rho_k^q(t) + \rho_m^q(t) - \lambda \cdot (N_k^p(t_0) - N_m^p(t_0) - N_k^q(t_0) + N_m^q(t_0))$$

$$\phi_{km}^{pq}(t) = \rho_{km}^{pq}(t) - \lambda \cdot (N_{km}^{pq}(t_0)) \quad (4.2)$$



Figur 4.2: Princippet ved dobbeltdifferens

4.1.3 Trippeldifferens

Måler man samtidig over flere epoker, kan man danne trippeldifferens ved differensen mellem to dobbeltdifferenser:

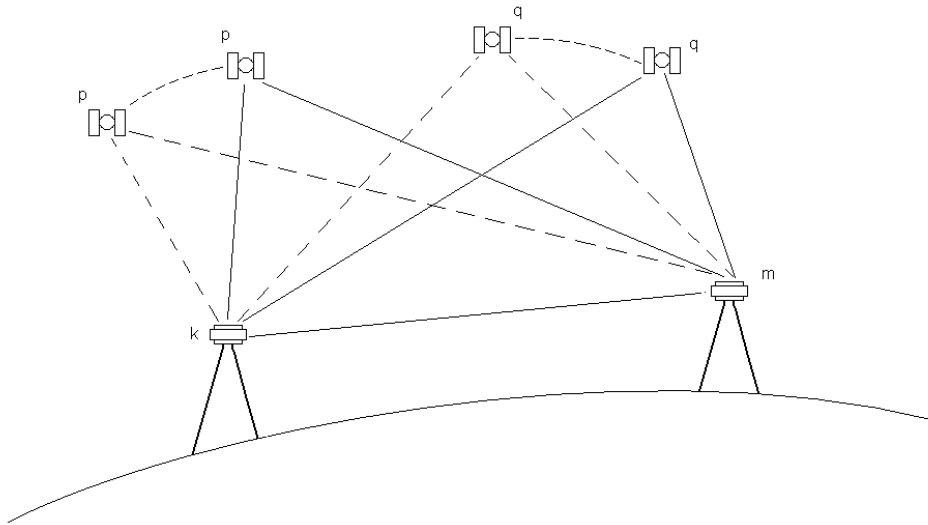
$$\phi_{km}^{pq}(t_1, t_2) = \phi_{km}^{pq}(t_1) - \phi_{km}^{pq}(t_2)$$

$$\phi_{km}^{pq}(t_1, t_2) = \rho_{km}^{pq}(t_1) - \lambda \cdot (N_{km}^{pq}(t_0)) - (\rho_{km}^{pq}(t_2) - \lambda \cdot (N_{km}^{pq}(t_0)))$$

Herved elimineres periodekonstanten, og trippeldifferensen bliver:

$$\phi_{km}^{pq}(t_1, t_2) = \rho_{km}^{pq}(t_1) - \rho_{km}^{pq}(t_2) - \lambda \cdot (N_{km}^{pq}(t_0) - N_{km}^{pq}(t_0))$$

$$\phi_{km}^{pq}(t_1, t_2) = \rho_{km}^{pq}(t_1) - \rho_{km}^{pq}(t_2) \quad (4.3)$$



Figur 4.3: Princippet ved trippeldifferens

4.1.4 Bestemmelse af periodekonstanterne

Ved hjælp af (4.2) kan periodekonstanterne findes, da det ved analyse af dobbeltdifferensen viser sig at det er en tidsafhængig observation. Ifølge [3] gælder følgende punkter:

- ϕ_{km}^{pq} er sammensat af observerede størrelser, nemlig de målte faseforskelle til tiden t .
- ρ_{km}^{pq} er differensen mellem de geometriske afstande fra de to opstillingspunkter til satellitterne, hvor de befandt sig til tiden t . Da satellitternes positioner er kendte fra efemeriderne, er der tre ubekendte i ρ_{km}^{pq} , nemlig koordinaterne $(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)$ til den rumlige vektor, der beskriver basislinien.
- $N_{km}^{pq}(t_0)$ er en kombination af de fire heltallige periodekonstanter. $N_{km}^{pq}(t_0)$ vil som nævnt være konstant over tiden, så længe der måles kontinuert til de samme to satellitter.

Måden et GPS-beregningsprogram beregner periodekonstanterne på, er ved at vælge en referencesatellit, som alle dobbeltdifferencer beregnes ud fra. For hver af de beregnede dobbeltdifferencer er en periodekonstant. De ubekendte er dermed:

- Basislinien mellem de to modtagere, $(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)$
- De $n-1$ periodekonstanter (ved observation til n satellitter)

Der måles samtidigt over så mange epoker som muligt, en grundregel er min. 20 minutter. For hver epoke fås $n-1$ ligninger, og de kan løses ved at lave en elementudjævning [8]. For det meste fås flere løsninger, og løsningen med den bedste

spredning på vægtenheden vælges. Denne løsning sammenlignes med den næstbedste løsning for at undersøge om den er signifikant bedre. Her kan ratio bruges som målestok:

$$ratio = \frac{s_0(næstbedst)}{s_0(best)} \quad (4.4)$$

Ratio skal være så høj som muligt, og er den højere end en af programmet fastsat værdi, siges løsningen at være signifikant. Derved fås en *fixed* løsning.

5 Instrumenter

Kapitel 5 gennemgår instrumenterne anvendt til projektet. Informationen er hentet fra forskellige steder på Internettet, samt fra egne erfaringer.

5.1 GPS

DTU har 4 stationære GPS modtagere til rådighed. Det drejer sig om 2 modtagere af typen Trimble 4600LS og 2 modtagere af typen Trimble 4000SE. Begge modtager er en-frekvente.

4600LS har både antenne, modtager og strømforsyning bestående af 4 C-batterier, integreret i en kompakt pakke. De interne batterier bruges dog sjældent, da den også har en ekstern, genopladelig strømforsyning. De er alligevel rare at have hvis det eksterne batteri skulle svigte, og bruges også ved tømning af filer. Den er meget nem at anvende, og har en af de bedre måder til at måle stationshøjden på, idet den har en krog monteret på siden, med tilhørende målebånd.



Figur 5.1: Trimble 4600 LS



Figur 5.2: Trimble 4000 SE

4000SE er mindre kompakt, til gengæld har den flere funktioner der kan bruges i felten, bl.a. kan den målte stationshøjde indtastes i modtageren med det samme. Der kan desuden laves mange indstillinger, som f.eks. elevationsmaske m.m. Pga. de mange muligheder, er displayet sværere at gennemskue. Til 4000SE hører en antenne og et eksternt batteri.

5.2 Totalstation

De eneste krav til opmålingsudstyret er at det skal kunne måle afstande og vinkler med god præcision. Hermed kan der frit vælges en af DTU's totalstationer. Valget faldt på en Topcon GTS-3B, bl.a. fordi den er let at gå til; ingen indstillinger, som f.eks. nulpunktsfejl, som man kan komme til at ændre på, og intet, som f.eks. tryk og temperatur, der først skal indtastes. Både tryk- og temperatur korrektioner, samt målestoksforholds korrektion for UTM skal udregnes bagefter, hvilket kan synes

besværligt i forhold til at vælge f.eks. et Geodimeter, men erfaringen med disse lidt mere avancerede totalstationer er ikke så god, da de både har problemer med batterier og med hukommelse. Det betyder i praksis at der skal medbringes yderligere strøm i form af tunge, eksterne batterier og at visse ting, bl.a. målestoksforholdet, skal indtastes når instrumentet har været slukket, altså ved hver ny opstilling og når instrumentet går på standby, hvilket det gør meget hurtigt.



Figur 5.3: Topcon GTS 3B

Der arbejdes ud fra følgende specifikationer for en totalstation [8]:

- Forventet spredning på centrering af instrument og signal, s_c : 0.002 m
- Forventet spredning på en retning observeret med én sats, s_t : 0.0015 gon
- Forventet grundspredning på instrument, samt forventet spredning på centrering af instrument og prisme, s_G : 0.005 m
- Forventet afstandsafhængig spredning på instrumentet, s_a : 0.005 ppm

6 Opmåling

Der er primært lavet opmålinger i foråret 2005. For at få dækket alle punkter tilstrækkeligt, dvs. med overbestemmelser, er der lavet lidt over 200 observationer til projektet. Forløbet gennemgås i de følgende afsnit.

6.1 Planlægning

Som første led i planlægningen skal samtlige punkter efterses for at kunne udelukke at nogen (meget mod forventning) skulle mangle, eller på anden måde være beskadiget. Dette er mest en formalitet, da man fra instituttets side har ret godt opsyn med punkterne, i og med de benyttes til landmålingsundervisning hver sommer, og alle punkter er også fundet i god behold vha. en håndholdt GPS modtager, Garmin 12XL.

I samme åndedrag forsøges det at danne sig et overblik over, fra og til hvilke punkter der kan sigtes ved den terrestriske opmåling. Dette viser sig ikke at være muligt uden at opstille stokke i samtlige punkter, og selv da vil det være svært at se uden et kikkertsigte, hvorfor det bliver svært at planlægge alt hjemmefra. Dette kommer i praksis til at betyde at der nødvendigvis vil blive enkelte ændringer i den oprindelige planlægning undervejs i opmålingen.

6.1.1 KMS referencepunkter og Valdemar

For at finde punkter i Dyrehaven til reference, bruges KMS serveren Valdemar. De fundne punkter undersøges før der tages flere beslutninger. Undersøgelsen munder ud i følgende konklusioner:

Umiddelbart ligger der et godt punkt ved Taarbæk havn, og ifølge Valdemar er det GPS-egnet. Beliggenheden af punktet i forhold til Dyrehaven, Buddinge og bygning 321 på DTU giver en god geometri for opmålingerne. Det viser sig desværre at det kan blive svært at placere en GPS modtager i punktet, da det befinder sig ude på molen. På grund af udstyret, som bedst egner sig til underlag, hvor stativbenene kan trædes i jorden, vil risikoen for at det vælter pga. blæst eller bliver forstyrret af forbipasserende være for stor, da det vil være nødvendigt at forlade opstillingen under opmåling.

Der ligger to brugbare punkter ved Eremitageslottet, punkt 1-15-00801 og punkt 1-15-00803. De skulle begge være GPS-egne. Ved undersøgelsen af punkterne var det kun muligt at finde punkt 1-15-00803, da der lå meget sne. Desuden siger informationen på Valdemar, at det andet punkt skal graves frem for at kunne bruges, da det befinder sig 0.5 m under terræn.

Desuden kan punkt 004 under landmålerårnet på Landmålervej bruges til vinkelmåling. Det egner sig ikke til GPS, da der er for mange forhindringer over det.

Desværre er der ikke nogen punkter syd for punkt 23 og det var heller ikke muligt at finde nogle gode punkter længere væk, i retning af Fortunen. De udvalgte punkter ved Raadvad og Mølleåen er heller ikke brugbare.

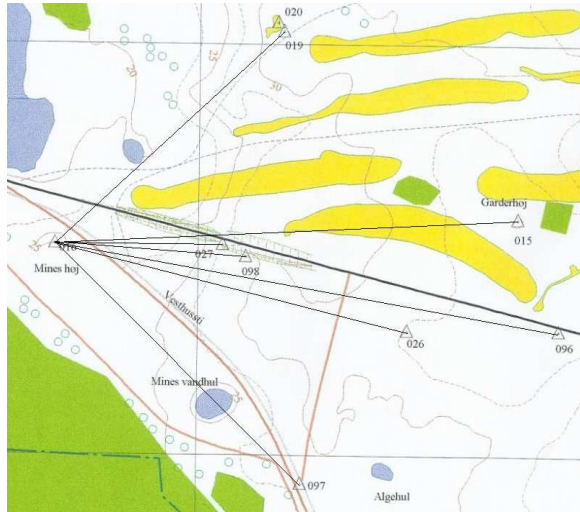
Altså må planen med at have 6 KMS punkter til rådighed ved de terrestriske målinger opgives, og i stedet skal nogle af fikspunkterne i Dyrehaven måles ind med GPS.

6.1.2 GPS opmåling

GPS opmålingerne tager udgangspunkt i 3 overordnede GPS-punkter, GPS-stationen i Buddinge, DTU's GPS-station i bygning 321 og punkt 1-15-00803 ved Eremitageslottet. Selvom koordinaterne til stationen i bygn. 321 er bestemt ud fra stationen i Buddinge, er den vigtig, da den ligger betydeligt tættere på Dyrehaven, og derfor er bedre egnet som masterstation.

De 3 stationer bruges til at bestemme et af de ukendte punkter i Dyrehaven, som så fremover bruges som masterpunkt til at bestemme et antal andre punkter i nærheden af punktet. Ved denne metode opnås kortest mulige basislinier.

Der er i alt 4 GPS modtagere til rådighed, hvoraf den ene opstilles i 1-15-00803, og en anden skal stå i masterpunktet. Dette efterlader 2 modtagere som rovere. Disse stilles op i punkter i nærheden af masterpunktet, hvorefter der skal måles ca. i 30 min. Ved Måling i 30 min. er der taget hensyn til PDOP, idet der ikke måles når PDOP er over 4. Dette tidsinterval burde også passe nogenlunde med at den ene GPS flyttes mens den anden måler.



Figur 6.1: "Stjerne"-GPS måling.

Alle punkter skal måles to gange for at kunne opdage grove fejl, samt for at kunne lave en ren GPS-udjævning. Pga. de gode foreløbige koordinater til punkterne, der haves fra gamle koordinatlistes, skulle det desuden være muligt hurtigt at opdage, hvis en måling af en eller anden grund er gået helt galt.

Punkterne 1, 16, 23, 94 og 96 er valgt som masterpunkter i GPS-opmålingen. Punkterne 1, 16 og 23 er primært valgt for at skulle bruges senere i forbindelse med terrestrisk opmåling, da de ligger i hvert sit yderpunkt af det område der afgrænser DTU's fikspunkter i Dyrehaven.

Følgende punkter skal opmåles fra masterstationerne:

Masterpunkt	Rovere
1	12, 93, 94, 95
16	15, 19, 26, 27, 96, 97, 98
23	13, 22, 24, 91, 92
94	1, 12, 13, 21, 22, 23, 24, 25, 91, 92, 93
96	15, 16, 19, 21, 25, 26, 27, 95, 97, 98

Tabel 6.1: Masterpunkter med tilhørende roverpunkter

Under GPS målingerne skal der taget hensyn til PDOP ved hjælp af TGO's Quickplan for at undgå fejl. Da efemeridefilen til Quickplan er hentet fra egne målinger, skal PDOP-planlægningen også støtte sig til almanakken fra Trimblecenter Danmarks hjemmeside.

Et overblik over beregningen af de fundne basislinier kan ses i bilag 2. Samtlige baseline-rapporter ligger på den vedlagte CD-ROM

6.1.3 Terrestrisk opmåling

Der tages udgangspunkt i, at alle punkter skal kunne udjævnnes under en gennemgang, dvs. at der skal kunne laves et samlet net. Da Kort og Matrikel Styrelsen ikke havde tilstrækkeligt med brugbare punkter i Dyrehaven, indmåles punkterne 1, 16 og 23 over en længere periode med GPS, og ved punkt 23 etableres et nyt punkt, som ligeledes indmåles med GPS. Kort og Matrikel Styrelsens punkter, 004 og 1-15-00803 bruges sammen med disse punkter.

Der måles i første omgang så mange vinkler som muligt, for senere at kunne verificere dem som beskrevet i afsnit 6.3.2. Der lægges vægt på at det er besværligt og tidskrævende at måle afstande, da prismerne til opmålingen skal stilles op med stativ for at opnå den bedst mulige nøjagtighed. Der måles derfor kun afstande til udvalgte punkter. I planlægningen er lagt vægt på at lave prisme-opstillinger i punkter, så de kan bruges for så mange totalstationsopstillinger som muligt, for at lave mindst mulige opstillinger. Afstande måles desuden kun en gang, altså fra A til B, og ikke fra B til A, da de foreløbige data fra tidligere opmålinger af Dyrehaven gør det muligt at verificere afstandene. Kravet er at afstandene ikke afviger mere end nogle centimeter.

Planen for opmåling er som følger:

1. dag: Opstilling af stokke i Dyrehaven. Det antages at dette er rimeligt tidskrævende, da det kan blive svært at transportere det nødvendige antal stokke og stokkeholdere på en gang. Hvis der bliver tid tilovers, vil det være hensigtsmæssigt at påbegynde opmålingerne omkring punkt 16 med afstandsmåling til punkterne 98 og 27, evt. 97 og 19, og ellers påbegynde de følgende dages opgaver.

Resten af ugen: Nå så langt som muligt, med henblik på at alle stokke skal fjernes igen fredag, hvorfor det må antages at denne dag ikke kan bruges 100 % til opmåling. Onsdag er en speciel dag, da der er mulighed for at køre op til slottet i bil, det kunne derfor være en god ide at udnytte dette, hvorfor punkterne i nærheden af slottet

reserves til denne dag. Det drejer sig primært om punkterne 1, 95, 94, 12, 93, 21, 96, eventuelt m.fl. Derudover er det vigtigt at gå så systematisk frem som muligt, da det er svært på forhånd at vide, om alle punkter kan nås på én uge. Det vil derfor være en fordel at lave opmålingerne med henblik på skulle have så lidt stokke med ud som muligt ugen efter. Det mest fordelagtige i denne sammenhæng vil være at opmåle de nordligste punkter først, for så at arbejde sig ned mod punkt 23.

6.2 Udførelse

Ikke uventet tager opmålingerne længere tid end forventet. Dette gælder både for GPS- og terrestriske opmålinger. Det samlede forløb bliver hhv. en uge for GPS opmålingerne og 14 dage for de terrestriske opmålinger.

Vejret har spillet en væsentlig rolle i opmålingerne. I starten af projektperioden forhindrede sne al form for opmåling, af den simple grund at punkterne var dækket til, og mere eller mindre umulige at finde. Desuden ville GPS opmålinger højest sandsynligt give dårlige resultater pga. meget høj signalrefleksion fra jorden. Senere i projektførelsen hindres påbegyndelsen af regn og smeltende sne, ikke at instrumenterne nødvendigvis ville tage skade, men terrænet var helt opblødt og visse steder ufremkommeligt. Den bløde jord gjorde det meget svært at lave en fornuftig opstilling, idet selv forsigtige skridt rundt om stativet gav skævheder.

I forbindelse med de terrestriske opmålinger, etableres det ekstra fikspunkt. Kravene til punktet er, at det skal ligge i nærheden af punkt 23, det skal helst være syd for punktet for at give den bedste geometri i de senere opmålinger, og det skal kunne måles ind med GPS, dvs. der skal være frit udsyn fra punktet. Det sidste kan vise sig at blive et problem, da punkt 23 ligger i udkanten af Eremitagesletten, hvor der begynder at være mere skov. Derfor kan det nye punkt ikke komme til at ligge ret langt væk fra punkt 23, hvilket kan komme til at betyde problemer med nøjagtigheden af de terrestriske målinger. Løsningen må blive at etablere punktet så højt, at der kan måles så langt nede på stokken som muligt, og helst helt nede på spidsen.

De terrestriske observationer kan ses i bilag 3 og 4.

6.3 Databehandling

Den indsamlede data skal under behandling inden den er klar til udjævningen. For GPS opmålingerne drejer det sig om at konvertere data til brugbare informationer via TGO. Derudover er det ønskværdigt at få en eller anden form for sikkerhed for at opmålingerne er gået tilfredsstillende.

6.3.1 GPS

Først behandles datafilerne for masterpunkterne. Koordinaterne til disse er fundet ved at lave en udjævning for hvert af de seks punkter, baseret på observationerne fra Buddinge, bygning 321 og 1-15-00803. Resultatet for disse udjævninger kan ses i tabel 6.2.

Punkt	Northing [m]	Easting [m]	Kote [m]	s_0
1	6186023.741	347742.855	38.919	1.37
16	6186255.601	346324.884	25.839	0.91
23	6184936.741	346947.464	33.276	1.19
94	6185697.357	347270.910	34.562	0.82
96	6186152.406	346940.614	34.166	1.29

Tabel 6.2: Masterpunkter for GPS opmålinger.

Punkterne 1, 23 og 16 skal desuden bruges som fikspunkter ved den terrestriske opmåling.

Samtlige basislinier beregnes vha. TGO, og bruges derefter i udjævningen. For alle basislinier fås input til udjævningen ved at hente ΔN , ΔE og ΔH , og omregne dem til afstande og vinkler. Afstandene beregnes ved:

$$\text{dist}(p_1, p_2) = \sqrt{\Delta N^2 + \Delta E^2} \quad (6.1)$$

Omregningen til vinkler foregår vha. cosinus relationerne:

For en trekant ΔABC med sidelængderne a , b og c gælder:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos C \Rightarrow$$

$$C = \arccos \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2 \cdot a \cdot b} \quad (6.2)$$

Omregningerne kan ses i bilag 6.

Der er flere måder at bedømme kvaliteten af de enkelte opmålinger på. I første omgang kan en basislinie verificeres ved dens løsnings type, dvs. om der fås en "fixed" eller en "float" løsning. I denne test består alle observationer.

Derefter ses på ratio, RMS og reference variance. Ratio skal være så høj som muligt, jf. afsnit 4.1.4, RMS og ref.var. så lille som muligt. Ref.var. kan sammenlignes med spredning på vægtenheden, og skal helst ligge omkring 1. RMS beskriver radius på fejlellipsen for punktet, og skal helst være meget lille. Typiske størrelser for RMS er 0-10 mm. Ikke alle punkter er tilfredsstillende efter disse kriterier, men accepteres alligevel indtil videre. Se desuden bilag 2.

En sidste test er at sammenligne de fundne koordinater for hvert punkt, idet der haves 2 observationer for hvert punkt. Efter denne test, samt utilfredsstillende resultat af opmålingen af det nye punkt, laves nye opmålinger af punkterne 13, 19, 91, 92 og 95. Opmålingerne foregår med punkt 98 som masterpunkt, da det viser sig at der ikke er sigtbarhed fra punkt 16 til punkt 004, og punkt 16 derfor ikke kan bruges som fikspunkt.

Det nye fikspunkt kaldes 1001, og måles ind med GPS på samme måde som de andre fikspunkter. Data fra 1001 samt data fra 98 behandles også i TGO. Koordinaterne til 1001 og 98 er givet i tabel 6.3:

Punkt	Northing [m]	Easting [m]	Kote [m]	S ₀
1001	6184896.851	346907.882	33.878	-
98	6186240.788	346558.157	29.329	1.43

Tabel 6.3: Koordinater til det nye, til projektet etablerede fikspunkt, 1001, samt koordinater til 98

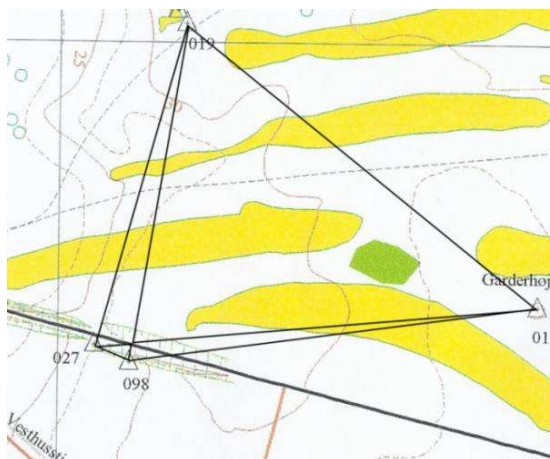
Observationerne for punkterne er udjævnet i TGO, hvor koten for 1-15-00803 ikke er sat som *fixed*, da den ikke virkede troværdig i forhold til de andre observationer. Idet den er beregnet i forhold til en instrumenthøjde, som er målt med målebånd, er det ret sandsynligt at der kan være en grov fejl.

Koter har i det hele taget været GPS-opmålingernes svage punkt. Som nævnt i kapitel 3, er GPS mere nøjagtig i planen end i højden. Dertil kommer usikkerheden ved måling af instrumenthøjden under opmåling. Det ses tydeligt på de fundne koter ved beregning af basislinien.

6.3.2 Terrestriske målinger

En god metode er at udregne vinkelsummen for de opmålte trekkanter [8].

Det er ikke alle trekkanter der kan udregnes, da der ikke har været sigtbarhed mellem visse af punkterne. Trekantberegningerne viser et par mindre udsving på kontrolsummen, men ikke så grove at der er mulighed for at se ved hvilket punkt fejlen ligger. Derfor beslattes det at måle punkterne 27, 98 og 1 om, 1 og 98 mest fordi de er så vigtige i udjævningen. Punkt 27 har hele tiden været problematisk fordi der ikke kan sigtes til ret mange punkter fra det, og et af de få der kan sigtes til, er punkt 98, som står for tæt på til at lave en god måling.



Figur 6.0.1: Eksempel på målte trekkanter

Der eksisterer fra landmålingskurserne på DTU et Excel-ark til tilbageskæring, som er tilpasset Dyrehave-punkternes koordinater. Det kunne, med en smule overbærenhed for en anelse højere spredninger end normalt, være muligt at få en ide om hvordan resultaterne er blevet. I tilfælde af problemer, vil det være svært at isolere fejlen, med mindre der er tale om en meget grov fejl.

Tilbageskæringerne viser som forventet ikke rigtig noget specielt interessant mht. fejlvurdering, da excelarket som nævnt er tilpasset til de oprindelige koordinater. Det eneste spændende ved dem er, at de synes at vise en vis tendens iht. punkt 24. I samtlige tilbageskæringer, hvor punkt 24 indgår som målepunkt, bliver spredningen meget høj. Fjernes punkt 24 fra beregningerne, fås i langt de fleste tilfælde et pænt resultat. Tilbageskæringen fra punkt 24 selv giver ingen anledning til problemer, men sammenlignes de fundne koordinater med punkt 24's gamle tabel-koordinater, har de ændret sig ca. 1 cm på Northing koordinaten, og 1,5 cm på Easting. Det er for tidligt at konkludere noget endeligt, og er muligvis ganske tilfældigt, men kan også betyde, at punkt 24 har ændret sig mere, eller "anderledes" end de andre punkter. Se desuden bilag 5.

Der måles i UTM projektionen. Fra [7] vides, at UTM står for Universal Transverse Mercator, og har udgangspunkt i Mercator-projektionen, som de fleste kender som projektionen hvor f.eks. Grønland og andre lande langt mod nord eller syd er uhensigtsmæssigt store. UTM projektionen ville have samme problem i øst-vest gående retning, og er derfor inddelt i 60 mindre zoner for at undgå denne situation. Danmark ligger i zone 32 og 33. Da zonerne ikke er helt fri for fejl i øst-/vestlig retning, er det nødvendigt at udregne målforholdet ud fra afstanden til midtermeridianen. Derudover skal de målte afstande korrigeres for tryk og temperatur samt instrumentets grundfejl. Dette gøres nemmest i et regneark ud fra informationer om instrumentet. Man skal kende instrumentets nulpunktsfejl, X_0 i meter, dets relative fejl, X_r i ppm. Desuden skal man kende trykket, p og temperaturen, t under opmåling i hhv. mmHg og °C for at kunne beregne den atmosfæriske korrektion, X_t i ppm. For en Topcon beregnes atmosfærisk korrektion ved:

$$X_t = 279 - 106 \cdot \frac{p}{273 + t} \quad (6.3)$$

Målestoksforholdet i UTM beregnes ved:

$$M = \frac{0,99960}{\cos\left(\frac{E - 500000}{6385000}\right)} \quad (6.4)$$

Nu haves alle informationer til at kunne beregne den korrekte afstand. Den fås ved:

$$\text{Korr. afst.} = \left(\text{Vandr.afst.} \cdot \left(1 + \frac{\sum ppm}{10^6} \right) + X_0 \right) \cdot M \quad (6.5)$$

For at undersøge om de målte og korrigerede afstande er rimelige, sammenlignes de med beregnede afstande fundet ud fra de nuværende koordinater. Sammenligningen viser en maksimal forskel i afstand på 17 mm. Denne forskel er ikke urimelig, da koordinaterne antages at have ændret sig.

6.4: Delkonklusion

Det er umiddelbart svært at udelukke nogen observationer på baggrund af den foreløbige databehandling i dette kapitel. De enkelte observationer, der blev fanget af testene, er blevet målt om med bedre resultater. I de videre undersøgelser i kapitel 9 vil det vise sig, hvis nogen observationer må udelukkes.

7 Udjævning

Følgende kapitel omhandler udjævning vha. mindste kvadraters princip. Det indeholder desuden et beregningseksempel for at vise hvordan de enkelte matricer og vektorer dannes. Teorien tager primært udgangspunkt i [1]-[2] og [9]. Beregningsmetoderne hentes fra [8]-[9].

7.1 Mindste kvadraters princip

Ved mindste kvadraters princip forstås minimering af summen af kvadrerede residualer. I landmålingen arbejdes der oftest med ulineære problemer. Da mindste kvadraters princip normalt bruges på lineære ligninger, skal observationsligningerne lineariseres. Linearisering opnås ved Taylor-udvikling af 1. orden af fundamentalligningerne. Grunden til at kun 1. ordens ledet af Taylor-udviklingen bruges er, at de efterfølgende led er ulineære. Lineære ligningssystemer er karakteriseret ved at der haves én løsning på problemet, når observationsligningerne er løst. Det ulineære ligningssystem løses ved iteration.

En ulineær fundamentalligning kan skrives som:

$$l_i = F(x_a, x_b, \dots, x_e) \quad (7.1)$$

Fundamentalligningen Taylor-udvikles, og der fås en lineær observationsligning:

$$v_i = k_i + \frac{\partial F_i}{\partial x_a} \Delta_a + \frac{\partial F_i}{\partial x_b} \Delta_b + \dots + \frac{\partial F_i}{\partial x_e} \Delta_e \quad (7.2)$$

hvor

$$i = 1, \dots, n$$

$$k_i = -l_i + F(x'_a, x'_b, \dots, x'_e)$$

v_i er residualerne

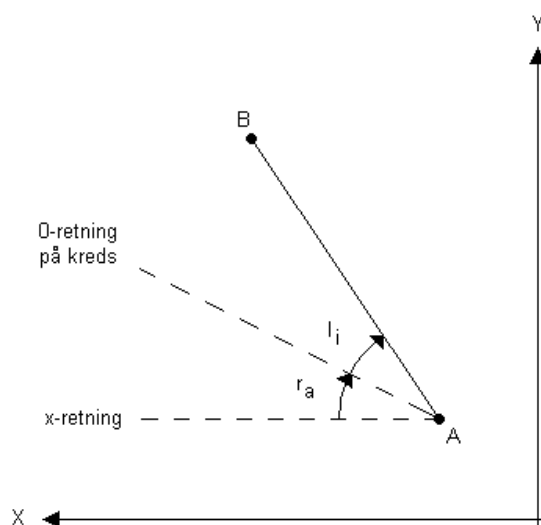
l_i er observationen

Der dannes således observationsligninger for retnings-, afstands- og højdemåling. En fundamentalligningen for en retningsmåling er givet ved:

$$l_i = \arctan\left(\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}\right) - r_A \quad (7.3)$$

Ved Taylor-udvikling fås:

$$\begin{aligned}
 v_i &= \frac{\partial l_i}{\partial x_A} + \frac{\partial l_i}{\partial y_A} + \frac{\partial l_i}{\partial x_B} + \frac{\partial l_i}{\partial y_B} + \frac{\partial l_i}{\partial r_A} \Rightarrow \\
 v_i &= -l_i + \arctan\left(\frac{y_B' - y_A'}{x_B' - x_A'}\right) - r_A' + \omega \cdot \frac{y_B' - y_A'}{a_{AB}'^2} \Delta_{x_A} - \omega \cdot \frac{x_B' - x_A'}{a_{AB}'^2} \Delta_{y_A} \\
 &\quad - \omega \cdot \frac{y_B' - y_A'}{a_{AB}'^2} \Delta_{x_B} + \omega \cdot \frac{x_B' - x_A'}{a_{AB}'^2} \Delta_{y_B} - \Delta_{r_A}
 \end{aligned} \tag{7.4}$$



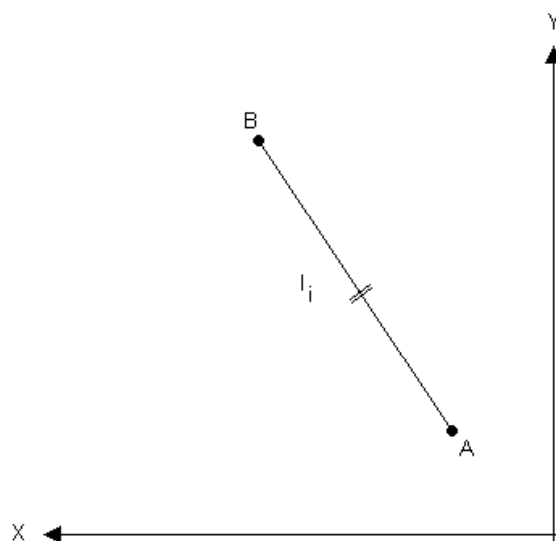
Figur 7.1: Retningsmåling

For afstandsmåling hedder fundamentalligningen:

$$l_i = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \tag{7.5}$$

Taylor-udviklet bliver observationsligningen:

$$\begin{aligned}
 v_i &= -l_i + \sqrt{(x_B' - x_A')^2 + (y_B' - y_A')^2} \\
 &\quad - \frac{x_B' - x_A'}{a_{AB}'} \Delta_{x_A} - \frac{y_B' - y_A'}{a_{AB}'} \Delta_{y_A} + \frac{x_B' - x_A'}{a_{AB}'} \Delta_{x_B} + \frac{y_B' - y_A'}{a_{AB}'} \Delta_{y_B}
 \end{aligned} \tag{7.6}$$



Figur 7.2: Afstandsmåling

Fundamentalligningen for højdeobservationer er givet ved:

$$l_i = z_B - z_A \quad (7.7)$$

Det giver observationsligningen:

$$v_i = -l_i + z'_B - z'_A - \Delta_{z_A} + \Delta_{z_B} \quad (7.8)$$

Udover at bruge mindste kvadraters princip til lineære eller ulineære problemer, kan der også tales om vægtede eller uvægtede mindste kvadrater. For at kunne vurdere hver enkelt observation, er det en fordel at bruge den vægtede metode. Når hver enkelt observation vægtes, vil det være muligt at ændre på vægtene, så der er bedre overensstemmelse med de fundne residualer. Som udgangspunkt bruges standart vægte for vinkel-, afstands- og højdeobservationer. De enkelte p 'er udregnes ved:

$$p_{\text{retning}} = \frac{n_1}{n_1 \cdot \frac{s_c^2}{a^2} \cdot \omega^2 + s_i^2} \quad (7.9)$$

$$p_{\text{afstand}} = \frac{n_2}{s_G^2 + a^2 \cdot s_a^2} \quad (7.10)$$

$$p_{\text{højde}} = \frac{\text{antal nivellementer}}{\text{længde af nivellement}} \quad (7.11)$$

hvor:

$n_1 = \text{antal satser}$

$n_2 = \text{antal afstandsobservationer}$

$s_c = \text{forventet spredning på centrering af instrument og signal}$

$s_i = \text{forventet spredning på en retning observeret med en sats}$

$s_G = \text{forventet spredning på afstandsmåler, samt forventet spredning på centrering af instrument og prisme}$

$s_a = \text{forventet afstandsafhængig spredning på afstandsmåler}$

$a = \text{afstand mellem punkter}$

Disse vægte siger i første omgang ikke noget om kvaliteten af observationen, og først efter den første iteration haves information til nye vægte. De nye p 'er kan findes ud fra princippet:

$$p_i \cdot v_i^2 = 1 \quad (7.12)$$

Løsning af problemer ved mindste kvadraters metode gøres ved at løse:

$$\underline{\underline{A}}^T \underline{\underline{P}} \underline{\underline{A}} \hat{\underline{\underline{\Delta}}} = \underline{\underline{A}}^T \underline{\underline{P}} \underline{\underline{k}} \Rightarrow$$

$$\hat{\underline{\underline{\Delta}}} = \left(\underline{\underline{A}}^T \underline{\underline{P}} \underline{\underline{A}} \right)^{-1} \underline{\underline{A}}^T \underline{\underline{P}} \underline{\underline{k}} \quad (7.13)$$

Dette kan også skrives:

$$\underline{\underline{N}} \hat{\underline{\underline{\Delta}}} = \underline{\underline{c}} \quad (7.14)$$

hvor

$$\underline{\underline{N}} = \underline{\underline{A}}^T \underline{\underline{P}} \underline{\underline{A}} \quad (7.15)$$

$$\underline{\underline{c}} = \underline{\underline{A}}^T \underline{\underline{P}} \underline{\underline{k}} \quad (7.16)$$

Løsningen er da:

$$\hat{\underline{\underline{\Delta}}} = \underline{\underline{N}}^{-1} \underline{\underline{c}} \quad (7.17)$$

A-matricen og k-vektoren, samt Δ dannes vha. observationsligningerne, hvor

$$\underline{\underline{v}} = \underline{\underline{k}} + \underline{\underline{A}} \underline{\underline{\Delta}} \quad (7.18)$$

P dannes vha. vægtene på den enkelte observation.

Iterationen stoppes når følgende stopkriterium er opfyldt:

$$\frac{v^T \cdot P \cdot v}{k^T \cdot P \cdot k} = 1 \quad (7.19)$$

Når der er fundet en tilfredsstillende løsning, dvs. efter endt iteration, kan spredningen på vægtenheden, s_0 , for udjævningen findes. Spredningen på vægtenheden skal helst ligge tæt på 1. Er s_0 for stor, er det tegn på at der er grove fejl i udjævningen, som ikke er blevet nedvægtet tilstrækkeligt. Er s_0 for lille, er det et tegn på at observationerne er blevet nedvægtet for meget. s_0 findes ved formlen

$$s_0 = \sqrt{\frac{\sum p_i v_i^2}{n - e}} \quad (7.20)$$

hvor

n = antallet af observationer

e = antallet af elementer

Spredningen på de enkelte elementer findes vha. diagonalelementerne i covariansmatricen. Covariansmatricen for elementerne er defineret ved

$$\underline{Q}_X = s_0^2 \cdot \underline{N}^{-1} \quad (7.21)$$

Spredninger på de enkelte elementer fås da ved

$$\begin{aligned} s_E^2 &= s_0^2 \cdot N^{-1}(1,1) \\ s_N^2 &= s_0^2 \cdot N^{-1}(2,2) \\ s_r^2 &= s_0^2 \cdot N^{-1}(3,3) \end{aligned} \quad (7.22)$$

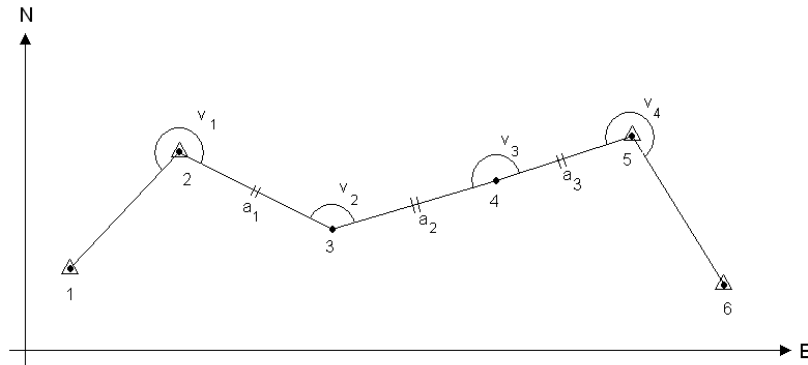
osv.

7.1.1 Kredsrejnningselement

Da kredsrejnningselementet ikke er interessant som resultat i udjævningen, kunne det have været fjernet fra programmet. Normalt fjernes en ubekendt ved at tilføje en linie i designmatricen, der indeholder summen af alle andre linier indeholdende det uønskede element [1]. Denne metode kan sagtens implementeres, dog er det kompliceret at gøre det elegant pga. den meget store designmatrice, og da r i forvejen ikke generer programmet eller resultaterne, er det langt mere enkelt at beholde formlerne som de er.

7.1.2 Beregningseksempel

I en tænkt polygon er der 6 punkter. De 2 punkter i hver ende af polygonen er fikspunkter. Der indgår afstands- og vinkelobservationer, men ingen højdeobservationer. Forklaringen fås i afsnit 7.4.



Figur 7.3: Polygon med to ukendte punkter, 3 og 4.

Der er lavet 11 observationer i polygonen, 8 vinkelobservationer og 3 afstandsobservationer. Det giver følgende fundamentalligninger:

$$l_1 = \arctan\left(\frac{N_1 - N_2}{E_1 - E_2}\right) - r_2$$

$$l_2 = \arctan\left(\frac{N_3 - N_2}{E_3 - E_2}\right) - r_2$$

$$l_3 = \arctan\left(\frac{N_2 - N_3}{E_2 - E_3}\right) - r_3$$

$$l_4 = \arctan\left(\frac{N_4 - N_3}{E_4 - E_3}\right) - r_3$$

$$l_5 = \arctan\left(\frac{N_3 - N_4}{E_3 - E_4}\right) - r_4$$

$$l_6 = \arctan\left(\frac{N_5 - N_4}{E_5 - E_4}\right) - r_4$$

$$l_7 = \arctan\left(\frac{N_4 - N_5}{E_4 - E_5}\right) - r_5$$

$$l_8 = \arctan\left(\frac{N_6 - N_5}{E_6 - E_5}\right) - r_5$$

$$l_9 = \sqrt{(N_3 - N_2)^2 + (E_3 - E_2)^2}$$

$$l_{10} = \sqrt{(N_4 - N_3)^2 + (E_4 - E_3)^2}$$

$$l_{11} = \sqrt{(N_5 - N_4)^2 + (E_5 - E_4)^2}$$

Der kan godt laves yderligere 3 fundamentalligninger for afstanden, men med mindre der både er målt fra A til B og B til A, kan det betyde at en eventuel fejl tilføjes 2 gange.

Fundamentalligningerne Taylor-udvikles af 1. orden, men da ligning 1 og 8 kun er med for at finde det korrekte kredsdrøjningselement vha. fikspunkterne, behøves de ikke indgå i A-matricen, og derfor skrives de ikke længere med.

Herved fås observationsligningerne

$$\begin{aligned} v_2 &= -l_2 + \arctan\left(\frac{N_3 - N_2}{E_3 - E_2}\right) - r_2 + \omega \cdot \frac{N_3 - N_2}{a_{23}^2} \cdot \Delta E_2 - \omega \cdot \frac{E_3 - E_2}{a_{23}^2} \cdot \Delta N_2 \\ &\quad - \omega \cdot \frac{N_3 - N_2}{a_{23}^2} \cdot \Delta E_3 + \omega \cdot \frac{E_3 - E_2}{a_{23}^2} \cdot \Delta N_3 - \Delta r_2 \\ v_3 &= -l_3 + \arctan\left(\frac{N_2 - N_3}{E_2 - E_3}\right) - r_3 + \omega \cdot \frac{N_2 - N_3}{a_{23}^2} \cdot \Delta E_3 - \omega \cdot \frac{E_2 - E_3}{a_{23}^2} \cdot \Delta N_3 \\ &\quad - \omega \cdot \frac{N_2 - N_3}{a_{23}^2} \cdot \Delta E_2 + \omega \cdot \frac{E_2 - E_3}{a_{23}^2} \cdot \Delta N_2 - \Delta r_3 \\ v_4 &= -l_4 + \arctan\left(\frac{N_4 - N_3}{E_4 - E_3}\right) - r_3 + \omega \cdot \frac{N_4 - N_3}{a_{34}^2} \cdot \Delta E_3 - \omega \cdot \frac{E_4 - E_3}{a_{34}^2} \cdot \Delta N_3 \\ &\quad - \omega \cdot \frac{N_4 - N_3}{a_{34}^2} \cdot \Delta E_4 + \omega \cdot \frac{E_4 - E_3}{a_{34}^2} \cdot \Delta N_4 - \Delta r_3 \\ v_5 &= -l_5 + \arctan\left(\frac{N_3 - N_4}{E_3 - E_4}\right) - r_4 + \omega \cdot \frac{N_3 - N_4}{a_{34}^2} \cdot \Delta E_4 - \omega \cdot \frac{E_3 - E_4}{a_{34}^2} \cdot \Delta N_4 \\ &\quad - \omega \cdot \frac{N_3 - N_4}{a_{34}^2} \cdot \Delta E_3 + \omega \cdot \frac{E_3 - E_4}{a_{34}^2} \cdot \Delta N_3 - \Delta r_4 \\ v_6 &= -l_6 + \arctan\left(\frac{N_5 - N_4}{E_5 - E_4}\right) - r_4 + \omega \cdot \frac{N_5 - N_4}{a_{45}^2} \cdot \Delta E_4 - \omega \cdot \frac{E_5 - E_4}{a_{45}^2} \cdot \Delta N_4 \\ &\quad - \omega \cdot \frac{N_5 - N_4}{a_{45}^2} \cdot \Delta E_5 + \omega \cdot \frac{E_5 - E_4}{a_{45}^2} \cdot \Delta N_5 - \Delta r_4 \\ v_7 &= -l_7 + \arctan\left(\frac{N_4 - N_5}{E_4 - E_5}\right) - r_5 + \omega \cdot \frac{N_4 - N_5}{a_{45}^2} \cdot \Delta E_5 - \omega \cdot \frac{E_4 - E_5}{a_{45}^2} \cdot \Delta N_5 \\ &\quad - \omega \cdot \frac{N_4 - N_5}{a_{45}^2} \cdot \Delta E_4 + \omega \cdot \frac{E_4 - E_5}{a_{45}^2} \cdot \Delta N_4 - \Delta r_5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
v_9 &= -l_9 + \sqrt{(N_3 - N_2)^2 + (E_3 - E_2)^2} - \frac{N_3 - N_2}{a_{23}} \cdot \Delta E_2 - \frac{E_3 - E_2}{a_{23}} \cdot \Delta N_2 \\
&+ \frac{N_3 - N_2}{a_{23}} \cdot \Delta E_3 + \frac{E_3 - E_2}{a_{23}} \cdot \Delta N_3 \\
v_{10} &= -l_{10} + \sqrt{(N_4 - N_3)^2 + (E_4 - E_3)^2} - \frac{N_4 - N_3}{a_{34}} \cdot \Delta E_3 - \frac{E_4 - E_3}{a_{34}} \cdot \Delta N_3 \\
&+ \frac{N_4 - N_3}{a_{34}} \cdot \Delta E_4 + \frac{E_4 - E_3}{a_{34}} \cdot \Delta N_4 \\
v_{11} &= -l_{11} + \sqrt{(N_5 - N_4)^2 + (E_5 - E_4)^2} - \frac{N_5 - N_4}{a_{45}} \cdot \Delta E_4 - \frac{E_5 - E_4}{a_{45}} \cdot \Delta N_4 \\
&+ \frac{N_5 - N_4}{a_{45}} \cdot \Delta E_5 + \frac{E_5 - E_4}{a_{45}} \cdot \Delta N_5
\end{aligned}$$

Disse skal skrives på matrixform iht. $\underline{v} = \underline{k} + \underline{A} \cdot \underline{\Delta}$

$$\underline{k} = \begin{pmatrix} l_2 - \arctan\left(\frac{N_3 - N_2}{E_3 - E_2}\right) + r_2 \\ l_3 - \arctan\left(\frac{N_2 - N_3}{E_2 - E_3}\right) + r_3 \\ l_4 - \arctan\left(\frac{N_4 - N_3}{E_4 - E_3}\right) + r_3 \\ l_5 - \arctan\left(\frac{N_3 - N_4}{E_3 - E_4}\right) + r_4 \\ l_6 - \arctan\left(\frac{N_5 - N_4}{E_5 - E_4}\right) + r_4 \\ l_7 - \arctan\left(\frac{N_4 - N_5}{E_4 - E_5}\right) + r_5 \\ l_9 - \sqrt{(N_3 - N_2)^2 + (E_3 - E_2)^2} \\ l_{10} - \sqrt{(N_4 - N_3)^2 + (E_4 - E_3)^2} \\ l_{11} - \sqrt{(N_5 - N_4)^2 + (E_5 - E_4)^2} \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{A}} = \begin{pmatrix} -\omega \cdot \frac{N_3 - N_2}{a_{23}^2} & \omega \cdot \frac{E_3 - E_2}{a_{23}^2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \omega \cdot \frac{N_2 - N_3}{a_{23}^2} & -\omega \cdot \frac{E_2 - E_3}{a_{23}^2} & -1 & 0 & 0 & 0 \\ \omega \cdot \frac{N_4 - N_3}{a_{34}^2} & -\omega \cdot \frac{E_4 - E_3}{a_{34}^2} & -1 & -\omega \cdot \frac{N_4 - N_3}{a_{34}^2} & \omega \cdot \frac{E_4 - E_3}{a_{34}^2} & 0 \\ -\omega \cdot \frac{N_3 - N_4}{a_{34}^2} & \omega \cdot \frac{E_3 - E_4}{a_{34}^2} & 0 & \omega \cdot \frac{N_3 - N_4}{a_{34}^2} & -\omega \cdot \frac{E_3 - E_4}{a_{34}^2} & -1 \\ 0 & 0 & 0 & \omega \cdot \frac{N_5 - N_4}{a_{45}^2} & -\omega \cdot \frac{E_5 - E_4}{a_{45}^2} & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -\omega \cdot \frac{N_4 - N_5}{a_{45}^2} & \omega \cdot \frac{E_4 - E_5}{a_{45}^2} & 0 \\ \frac{N_3 - N_2}{a_{23}} & \frac{E_3 - E_2}{a_{23}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{N_4 - N_3}{a_{34}} & -\frac{E_4 - E_3}{a_{34}} & 0 & \frac{N_4 - N_3}{a_{34}} & \frac{E_4 - E_3}{a_{34}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{N_5 - N_4}{a_{45}} & -\frac{E_5 - E_4}{a_{45}} & 0 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{\Delta}} = \begin{pmatrix} \Delta E_3 \\ \Delta N_3 \\ \Delta r_3 \\ \Delta E_4 \\ \Delta N_4 \\ \Delta r_4 \end{pmatrix}$$

Vægtmatricen skal opstilles vha. formlerne 7.9 og 7.10, hvor p_1 - p_6 er givet ved 7.9, og p_7 - p_9 er givet ved 7.10:

$$P = \begin{pmatrix} p_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_9 \end{pmatrix}$$

Δ findes nu som beskrevet i afsnit 7.1. N vil være en 6×6 matrice og c vil være en 1×6 vektor. Dermed bliver Δ også en 1×6 vektor. Δ lægges så til de foreløbige koordinater og kredsdrejningselementer, og udjævningen køres igen med de nye tal, hvis det er nødvendigt jf. et stopkriterium. Stopkriteriet fås ved at undersøge formel 7.19. Bliver brøken forskellig fra 1, gentages iterationen.

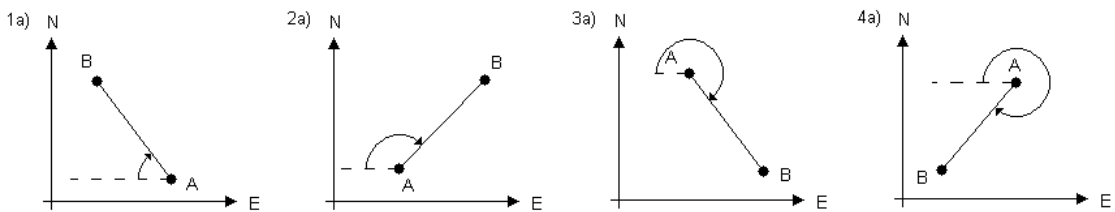
7.2 Forventninger til program

Der skal laves et program i Matlab, der kan udjævne koordinater ud fra vinkler, afstande og højder fra både GPS observationer og totalstationsopmålinger vha. mindste kvadraters princip, som i eksemplet ovenfor.

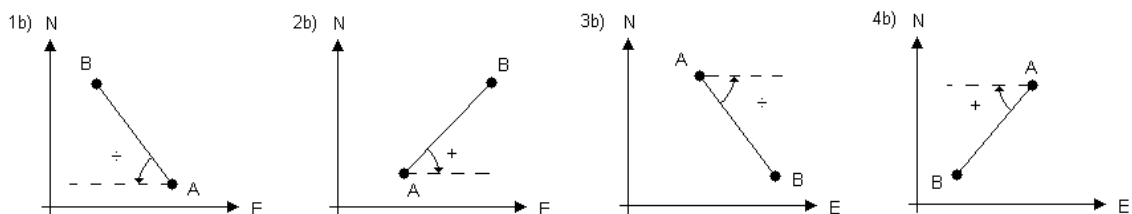
Programmet skal kunne håndtere input ved indlæsning af en punktfil, hvorefter det selv skal kunne søge de korrekte foreløbige koordinater til en koordinat-matrice.

Egentlig skal udjævningen foregå på samme måde som en polygonberegning, se [5], men der skal tages højde for at et punkt gerne må forekomme flere gange, og at der derfor ikke må laves flere forskellige udjævninger på samme punkt. Denne del kan volde lidt problemer hvis programmet skal være fleksibelt, men kan ret nemt tvinges igennem ved at lave design matricen i hånden. Det skal dog helst undgås, da det er nemt at lave fejl, hvis hele designmatricen skrives i hånden.

Programmet skal tage hensyn til udregning af vinkler, da tangens også udregner negative eller reciproke vinkler. Problemet opstår ved fundamentalligningen for vinkelmålinger, formel (7.4), hvor der kan opleves følgende tilfælde:



Figur 7.4a: De ønskede vinkler for en opstilling i A med observation til B



Figur 7.4b: De beregnede vinkler for en opstilling i A med observation til B

I tilfælde 1, hvor tæller er positiv og nævner er negativ, returneres den korrekte vinkel negativt. Derfor er den ønskede vinkel:

$$v = -v'$$

I tilfælde 2 vil både tæller og nævner være positive, og tangens returnerer den reciprokke vinkel, derfor er den korrekte vinkel:

$$v = 200 - v'$$

I tilfælde 3 er tæller negativ og nævner positiv. Den beregnede vinkel er negativ og 200 gon for lille, derfor fås den korrekte vinkel på samme måde som tilfælde 2.

Det sidste tilfælde, hvor både tæller og nævner er negative, fås den korrekte vinkel ved:

$$v = 400 - v'$$

Der skal tages højde for at et program som Matlab kan risikere at tabe information undervejs ved afrundingsfejl, og brøken for stopkriteriet derfor aldrig bliver præcis 1. Derfor kan det være nødvendigt at afbryde programmet ved et vist antal decimaler.

7.3 Programdokumentation, plane koordinater

Der er skrevet et program til udjævning af koordinater i Matlab. For hurtigt at ridse op hvordan det fungerer, starter det med at indlæse filer med information om observationerne, som derefter omsættes til en designmatrix, A og en vektor, k. Desuden genereres en vægtmatrice, som efter første iteration vurderes i forhold til de beregnede residualer for observationerne. Mellem hver iteration tilføjes ændringer til koordinaterne, og iterationen standses når stopkriteriet opfyldes.

7.3.1 Data til programmet

Inddatafilerne kan groft inddeles i fire grupper:

- Filer indeholdende opstillingspunkter
- Filer indeholdende sigtepunkter
- Filer indeholdende vinkler
- Filer indeholdende afstande

For disse grupper vil der være følgende ”filtyper”:

- Fikspunkts filer
- Terrestriske målepunkts filer
- GPS målepunkts filer

Derudover er der en koordinatfil med foreløbige koordinater til de ønskede punkter, kord.txt, dannet af de daværende koordinater, samt koordinater til fikspunkterne. For nemheds skyld findes fikspunkternes koordinater også i to fikspunkts-koordinat-filer, fiks1.txt og fiks2.txt. Samtlige punkter har for nemheds skyld fået et fortløbende nummer, og bruger altså ikke punkternes egne numre. Derfor er der ikke lavet en decideret fil med opstillingspunkter for de terrestriske målepunkter. Fikspunkterne har numrene 1, 2, 21, 22, 23 og 24, og de resterende punkter har numrene 3-20. Punkterne står i rækkefølge i kord.txt. Opstillingsfilerne for GPS hedder gpsfiks.txt og gps.txt for hhv. opstillinger i fikspunkter og andre opstillingspunkter. Samtlige opstillingsfiler kan ses i bilag 8.

De to fikspunktsfiler, fiks1.txt og fiks2.txt, består hhv. af opstillingspunkter og sigtepunkter. Sigtepunktetsfilen, fiks2.txt, bruges udelukkende til udregning af kredsrejningsselementet for opstillings-fikspunkter.

I kategorien ”filer indeholdende sigtepunkter” vil sigtepunktetsfilen være den samme for både vinkel- og afstandsobservationer for fikspunkter og GPS punkter. For målepunkterne, derimod, er der taget højde for at den samme afstand ikke skal indgå i udjævningen 2 gange, og derfor er der en sigtepunktetsfil for vinkler og en for afstande. For GPS observationerne hedder filerne mgps.txt og mfiks gps.txt og for de terrestriske observationer hedder filerne mafst.txt, mvink.txt og mfiks.txt. Sigtepunktetsfilerne kan ses i bilag 9.

For at programmet kan indlæse filerne, skal der stå lige mange tal i hver række. Derfor er alle filer fyldt ud med -1, hvor der måtte være huller. Tallet -1 er valgt for at være sikker på ikke at standse indlæsningen for tidligt, og da inddata filerne er designet, så der aldrig vil kunne forekomme negative tal i datamængden, er dette det logiske valg.

Koordinaterne indlæses i meter i WGS 84 UTM z33. Vinkelfiler indeholder data i gon og afstandsfiler er i meter. Vinkelfilerne er vink.txt, fiksvink.txt, gpsvink.txt og gpsfiksvink.txt, og kan ses i bilag 10. Afstandsfilerne er afst.txt, fiksafst.txt, gpsafst.txt og gpsfiksafst.txt, og kan ses i bilag 11.

7.3.2 Elementer i programmet

Programmet fungerer primært vha. for-løkker. En mulighed havde også været while-løkker, men da der ønskes kontrol over hvor mange gange iterationen skal køre, eller rettere sagt, da der er risiko for at while-løkken kan fortsætte i det uendelige under tests, er det nemmere at håndtere en for-løkke.

Efter indlæsning af diverse filer, og definering af spredninger, antal satser m.m. for observationerne, optræder den første. Denne for-løkke har til formål at danne kredsrejningsselementer for samtlige opstillingspunkter, på nær fikspunkterne. I det første forsøg forløb denne proces inde i selve iterationen, hvilket betød at der hver gang blev lavet et helt nyt kredsrejningsselement, i stedet for at bruge den information, iterationen gav. Selvfølgelig blev det nye kredsrejningsselement dannet

af de itererede koordinater, men iterationens bud på kredsdrejningen blev tabt. Dannes kredsdrejningselementerne derimod uden for iterationen, er de en slags foreløbige bud på kredsdrejningen, ligesom koordinaterne. Kredsdrejningselementerne lagres i en vektor kaldet r . Det vigtigste for dannelsen af r er at tage forholdsregler i forhold til tangens, som beskrevet i afsnit 7.2. Det gøres vha. if-sætninger, hvori de før nævnte betingelser opstilles.

```
%1%  r(i+1,1)=atan(y1/x1)*w;
%2%
%3%  if x1<0 && y1>0
%4%      r(i+1,1)=-r(i+1,1);
%5%  end
%6%  if (x1>0 && y1>0) || (x1>0 && y1<0)
%7%      r(i+1,1)=200-r(i+1,1);
%8%  end
%9%  if x1<0 && y1<0
%10%      r(i+1,1)=400-r(i+1,1);
%11% end
```

Den næste for-løkke er den egentlige iterations-løkke. Den indeholder yderligere 9 for-løkker. De 8 af disse har til formål at danne A-matricen og k-vektoren samt P-matricen. Strukturen i disse er en for-løkke nested i en for-løkke. Formålet med de nestede for-løkker er at få programmet til at bruge data i den rigtige rækkefølge. Først defineres antallet af opstillingspunkter, for-løkken skal arbejde med. Derefter defineres antallet af sigtepunkter, hver opstillingspunkt har. Heri er de fiktive sigtepunkter, -1 , inkluderet. Det første opstillingspunkt hentes, f.eks. i koordinatfilen. Derefter hentes den række af sigtepunkter der hører til det pågældende punkt. Den indre for-løkke kører indtil der ikke er flere sigtepunkter, hvorefter den naturligt springer ud i den ydre for-løkke, eller den møder -1 , hvorefter den vil lave et break. Den ydre for-løkke tæller 1 op og processen gentages indtil der ikke er flere opstillingspunkter.

```
for i=0:(antal opstillingspunkter uden fikspunkter),
    for j=1:(antal sigtepunkter for hvert opstillingspunkt),

        if mvink(i+1,j)==-1
            break
        end

        A-matrice
        P-matrice
        k-vektor

    end
end
```

Det er i den indre for-løkke, elementerne dannes. Først laves en række i A-matricen. Problemet med generering af A er placeringen af elementer, om ikke andet i forhold til læsning af programkoden. Det er simpelt at ramme den rigtige række, da de er fortløbende, men det bliver desværre en anelse mere kryptisk at ramme kolonnen, idet

der bruges en lidt simpel formel dannet af det aktuelle opstillingspunkt og sigtepunkt, og tælle-variablene til for-løkken.

```
%1%   if (mvink(i+1,j)==2) || (mvink(i+1,j)==23) || (mvink(i+1,j)==21)
%2%     A(1+n3,i*3+1)=(y/sqrt(x^2+y^2)^2)*w;
%3%     A(1+n3,i*3+2)=(-x/sqrt(x^2+y^2)^2)*w;
%4%     A(1+n3,i*3+3)=-1;
%5%   else
%6%     A(1+n3,i*3+1)=(-y/sqrt(x^2+y^2)^2)*w;
%7%     A(1+n3,i*3+2)=(x/sqrt(x^2+y^2)^2)*w;
%8%     A(1+n3,i*3+3)=-1;
%9%     A(1+n3,(mvink(i+1,j)-3)*3+1)=(y/sqrt(x^2+y^2)^2)*w;
%10%    A(1+n3,(mvink(i+1,j)-3)*3+2)=(-x/sqrt(x^2+y^2)^2)*w;
%11%    A(1+n3,(mvink(i+1,j)-3)*3+3)=0;
%12% end
```

En linje i A-matricen har følgende placeringer for hvert punkt:

$$A = (3 \ 3 \ 3 \ 4 \ 4 \ 4 \ \dots \ 20 \ 20 \ 20)$$

Hvis det antages at der sigtes fra punkt 4 til punkt 6, skal der placeres elementer på pladserne 4-6 og 10-12. Det er enkelt at finde opstillingspunktets placering. Det gøres i linje 6-8. Placeringen af udjævningselementerne for sigtepunktet findes i linjerne 9-11, ud fra sigtepunktetsnummeret ved $((\text{sigtepunktetsnummer} - 3) \cdot 3) + \text{løbenummer}$

If-sætningen tager højde for om der sigtes til et fikspunkt, idet der ikke skal skrives elementer i A-matricen for fikspunkter. A-matricen bliver meget stor, hvorfor den bliver meget svær at lave fejlfinding i.

Herefter dannes P-matricen. I første gennemregning beregnes den ud fra formel 7.9 og 7.10, alt efter hvilken slags observation der er tale om. Disse vægte bruges kun indtil kvaliteten af observationerne bliver bedre kendt. For at kunne vurdere den, undersøges residualerne. Gennem dem laves nye vægte i andet gennemløb af programmet. Måden de nye vægte er dannet på, bunder i gentagne gennemregninger af programmet med forskellige grænser for hvornår en observation bør nedvægtes.

```
%1% if hh==1
%2%   P(1+n3,1+n3)=nn1/(nn1*(sc^2/(sqrt(y^2+x^2)*1000)^2)*w1^2+st^2);
%3% elseif hh==2
%4%   if vhat(1+n3)==0
%5%     P(1+n3,1+n3)=P(1+n3,1+n3);
%6%   elseif abs(vhat(1+n3))>=3.7
%7%     P(1+n3,1+n3)=1/abs(vhat(1+n3,1))^2;
%8%   else
%9%     P(1+n3,1+n3)=1;
%10% end
%11%elseif
%12%   P(1+n3,1+n3)=P(1+n3,1+n3);
%13%end
```

Til sidst dannes k -vektoren. I udregningen hentes den målte vinkel, v for det pågældende punkt. Desuden udregnes vinklen, f . Derudover skal kredsrejsningselementet bruges. I forhold til A -matricen er denne langt mere enkel, dog er det også her nødvendigt at tage hensyn til tangens' måde at udregne vinkler på i oprettelsen af denne, se linje 5-13 i eksemplet.

```
%1%   v=vink(i+1,j);
%2%
%3%   f=atan(y/x)*w;
%4%
%5%   if x<0 && y>0
%6%       f=-f;
%7%   end
%8%   if (x>0 && y>0) || (x>0 && y<0)
%9%       f=200-f;
%10%  end
%11%  if x<0 && y<0
%12%      f=400-f;
%13%  end
%14%
%15%  k(1+n3,1)=v-f+r(i+1,1);
```

Eksemplerne beskriver en for-løkke for vinkeludjævning. For-løkker for afstandsudjævning vil se nogenlunde tilsvarende ud, dog uden indflydelse af kredsrejsningselementet.

Når alle for-løkker er løbet igennem, udregnes Δ og residualerne. Residualerne udregnes i mm. Δ lægges til koordinat- og kredsrejsningselementerne, og stopkriteriet undersøges. Opfyldes stopkriteriet, standses den yderste for-løkke, og programmet fortsætter med de sidste beregninger.

```
%1%   N=A'*P*A;
%2%   c=A'*P*k;
%3%
%4%   deltahat=N\c;
%5%   vhat=(k*1000)-(A*deltahat);
%6%
%7%   for j=0:n4-7
%8%       kord(j+3,2)=kord(j+3,2)+deltahat(j*3+1,1);
%9%       kord(j+3,3)=kord(j+3,3)+deltahat(j*3+2,1);
%10%      r(j+1,1)=r(j+1,1)+deltahat(j*3+3,1);
%11%  end
%12%
%13%  kk=k*1000;
%14%  nn=(kk'*P*kk)/(vhat'*P*vhat)
%15%  if ((0.9999<=nn)&&(nn<=1.0)) || ((1.0<=nn)&&(nn<=1.0001))
%16%      break
%17%  end
```

Til sidst udregnes spredning på vægtenheden samt spredning på koordinaterne og kredsrejsningselementerne. Spredningen på vægtenheden udregnes vha. formel 7.20 og spredningerne på koordinaterne udregnes vha. formel 7.22.

```

%1% spred=sqrt((vhat'*P*vhat)/(n3-m3))
%2%
%3% NN=N^-1;
%4% [nnn1 nnn2]=size(NN);
%5% spredning=[];
%6%
%7% for i=1:nnn1,
%8%     spredning(i,1)=sqrt(spred^2*NN(i,i));
%9% end
%10% sspredning=[];
%11% [nnn3 nnn4]=size(spredning);
%12%
%13% for i=0:17,
%14%     sspredning(i+1,1)=sqrt((spredning((i*3)+1,1))^2+
                                (spredning((i*3)+2,1))^2);
%15% end

```

Hele programmet, med kommentarer, kan ses i bilag 7. Programmet for den terrestriske udjævning ligger ikke i bilagene, da det principielt er det samme program, hvor GPS data er fjernet fra. Det ligger til gengæld på den vedlagte CD-ROM sammen med datafiler og de andre programmer.

7.4 Højdeudjævning

Grundprogrammet udjævner ikke højdeobservationer, da N-matricen har en uheldig tendens til at blive singulær når den inventeres. Dette sker fordi A-matricen bliver fyldt ud af alt for mange nuller. Derfor laves en ekstra funktion til udjævning af koten. Det har ingen betydning for hverken de plane koordinater eller koten at udjævningen ikke sker samtidig, da observationsligningerne for plane koordinater ikke indeholder oplysninger om koten og omvendt.

7.4.1 Programdokumentation, højde

Til højdeudjævningsprogrammet hører 5 tekstfiler, der indlæses i starten af programmet.

- master.txt indeholder opstillingspunkter, eller masterpunkter for GPS.
- rover.txt indeholder "sigtepunkter", eller roveropstillinger for GPS.
- hoej.txt indeholder højdeforskelle mellem to punkter.
- kote.txt indeholder koter for de kendte punkter.
- kord.txt indeholder samtlige punkters koordinater og punktnumre, og bruges kun til udskriftsfilen.

Højdeudjævningsprogrammet er langt mere simpelt, og alt kan gøres i samme forløkke. Den fungerer ved at der opstilles betingelser for hvornår der måles fra et fikspunkt, hvornår der måles til et fikspunkt, og hvornår der måles mellem to ukendte punkter. Vægtmatricen genereres på nogenlunde samme måde som i udjævningsprogrammet til de plane koordinater, dog bør den ændres til at bruge de standardiserede vægte for nivellement i første iteration. Som det er nu, bruges disse

vægte ikke, da observationerne ikke er traditionelle nivellements observationer, men GPS observationer. Se bilag 20-21 for programkode og inddatafiler.

Programmet fungerer ikke med udelukkende GPS observationer, idet k -vektoren kun indeholder nuller pga. måden den sættes op på. Heraf følger at også Δ -vektoren udelukkende vil indeholde nuller, og koten udjævnes da ikke, da alle masterpunkter er fikspunkter. Desuden bliver N -matricen igen singulær når den inverteres, da der ikke er nok observationer. Med passende observationer burde det vedlagte program være korrekt, men det er ikke testet pga. manglende data, Der er lavet en udjævning i TGO, hvor der også indgår koter, som erstatning.

Det fungerer pt. på samme måde som udjævning af højdeforskelle gennem trigonometrisk nivellement med fast opstillingspunkt for totalstationen, men kan nemt ændres til at indlæse data fra midtpunktsnivellementer.

7.5 Delkonklusion

Forventningerne til programmet er for så vidt blevet opfyldt, bortset fra at højdeudjævningen ikke virker optimalt. Det er ikke nogen svær udjævning at lave, så gennem finpudsning af det vedlagte, foreløbige program, skulle det kunne lade sig gøre at lave en udjævning baseret på højdeforskelle. Da der ikke haves data til testning af programmet, og det derfor aldrig er blevet benyttet, skal der med stor sandsynlighed ændres på et par småting, før det virker korrekt.

8 Resultater

Efter udjævningen fås følgende resultater for samtlige GPS- og terrestriske observationer

8.1 Samlet udjævning for terrestriske og GPS observationer

Der er lavet en udjævning baseret på samtlige observationer, dog med visse undtagelser. Alle terrestriske observationer er taget med i udjævningen, da der ikke på forhånd har været nogen grund til at fjerne observationer på baggrund af trekantssummer eller tilbageskæringer. Enkelte GPS observationer er fjernet på baggrund af TGOs udjævning, se desuden afsnit 8.3. Den samlede udjævning giver følgende resultater:

Punkt	Northing [m]	Easting [m]	Spredning Northing [mm]	Spredning Easting [mm]	Samlet spredning [mm]
1	6186023.741	347742.855	-	-	-
12	6185561.346	347498.038	3.92	2.88	4.86
13	6185689.079	346875.112	0.90	1.47	1.73
15	6186288.119	346889.709	1.88	1.05	2.15
16	6186255.595	346324.886	2.09	1.13	2.38
19	6186515.546	346602.504	2.10	1.60	2.64
21	6186068.704	347094.460	1.92	1.52	2.45
22	6185259.281	347170.535	1.98	3.01	3.60
23	6184936.741	346947.464	-	-	-
24	6185398.574	347067.707	2.06	1.89	2.80
25	6185839.627	346788.399	2.01	1.48	2.49
26	6186151.663	346755.531	2.41	1.25	2.72
27	6186255.521	346529.716	3.23	1.37	3.51
91	6185169.891	347098.210	0.99	1.57	1.86
92	6185448.840	346819.320	0.91	2.00	2.19
93	6185588.101	347479.222	2.11	1.54	2.62
94	6185697.352	347270.910	1.44	1.21	1.88
95	6186044.287	347384.270	3.80	1.48	4.08
96	6186152.400	346940.618	1.82	1.14	2.14
97	6185964.632	346627.192	2.69	2.04	3.38
98	6186240.788	346558.157	-	-	-

Tabel 8.1: Resultat for samlet udjævning

Spredning på vægtenheden for udjævningen: 1.33

Resultatudskrifterne fra programmet kan ses i bilagene 12-14.

8.2 Udjævning for terrestriske observationer

Der er desuden lavet en udjævning udelukkende på terrestrisk observationer. På trods af at den samlede udjævning viser høje residualer på nogle af observationerne, er alle terrestriske observationer brugt, da det er muligt at de høje residualer optræder pga. spændinger i nettet ved kombinationen med GPS observationerne.

Punkt	Northing [m]	Easting [m]	Spredning Northing [mm]	Spredning Easting [mm]	Samlet spredning [mm]
1	6186023.741	347742.855	-	-	-
12	6185561.341	347498.032	5.38	3.70	6.53
13	6185689.078	346875.103	4.00	3.61	5.39
15	6186288.118	346889.708	2.72	1.03	2.91
16	6186255.596	346324.884	2.58	2.99	3.95
19	6186515.547	346602.502	3.11	2.18	5.80
21	6186068.704	347094.461	3.44	1.93	3.95
22	6185259.276	347170.533	4.50	5.11	6.81
23	6184936.741	346947.464	-	-	-
24	6185398.572	347067.699	3.73	3.39	5.04
25	6185839.623	346788.394	3.49	2.62	4.37
26	6186151.664	346755.532	2.75	1.43	3.10
27	6186255.527	346529.711	4.37	3.15	5.39
91	6185169.890	347098.204	3.72	4.19	5.60
92	6185448.840	346819.312	4.07	3.34	5.26
93	6185588.098	347479.218	4.31	3.26	5.41
94	6185697.352	347270.908	3.90	3.18	5.03
95	6186044.285	347384.272	5.04	1.95	5.40
96	6186152.399	346940.618	2.99	1.55	3.37
97	6185964.628	346627.185	3.52	2.59	4.37
98	6186240.788	346558.157	-	-	-

Tabel 8.2: Resultat for terrestriske observationer

Spredning på vægtenheden for udjævningen: 1.15

Programudskrifterne kan ses i bilagene 15-17

8.3 Udjævning for GPS observationer

Udjævningen for GPS observationerne er ikke lavet vha. Matlab, men i TGO. Der er derfor ikke angivet spredninger på de enkelte observationer.

TGO vælger at fjerne flere observationer fra udjævningen, da deres standard residualer overstiger det tilladte for programmet. Det drejer sig om observationerne:

- 1-93
- 1-95
- 94-93
- 98-19

Det betyder bl.a. at punkt 93 ikke er udjævnet, og resultaterne for punktet er beregnet udfra basislinien alene. På baggrund af TGO's udjævning, er førnævnte observationer ikke medtaget i den samlede udjævning.

Punkt	Northing [m]	Easting [m]	Kote [m]
1	6186023.741	347742.855	38.919
12	6185561.353	347498.046	36.480
13	6185689.083	346875.109	36.818
15	6186288.119	346889.706	36.725
16	6186255.601	346324.884	25.839
19	6186515.550	346602.505	30.915
21	6186068.710	347094.462	33.398
22	6185259.284	347170.535	35.219
23	6184936.741	346947.464	33.276
24	6185398.572	347067.702	34.294
25	6185839.636	346788.398	31.447
26	6186151.666	346755.530	32.667
27	6186255.527	346529.714	26.915
91	6185169.887	347098.211	33.509
92	6185448.838	346819.323	35.836
93	6185588.104	347479.222	35.745
94	6185697.359	347270.910	34.667
95	6186044.286	347384.260	34.389
96	6186152.406	346940.614	34.166
97	6185964.642	346627.191	28.762
98	6186240.788	346558.157	29.335

Tabel 8.3: GPS resultater

Spredning på vægtenheden for udjævningen: 1.13

Uddrag af udjævningsrapporten kan ses i bilag 18. Den viser en høj skalering af observationerne for at opnå en acceptabel s_0 . Den høje skalering skyldes højst sandsynligt højdeobservationerne, da det oftest er her, der har været store forskelle i koordinaterne under sammenlignes af basisliniernes resultater. Den samlede udjævningsrapport ligger på den vedlagte CD-ROM. Resultatet kan ses i bilag 19.

9 Analyse af resultater

Umiddelbart synes resultaterne af den samlede udjævning at være rimelige. Spredning på vægtenheden, s_0 er på 1.33, hvilket er lidt dårligere end hvad der normalt kan forventes, men alligevel tilfredsstillende tæt på 1. GPS udjævningen og den terrestriske udjævning har lavere spredninger på vægtenheden, hhv. 1.13 og 1.15. Det betyder ikke nødvendigvis at resultatet af disse udjævninger er bedre.

Der er rodet meget med vægtmatricen i udjævningsprogrammerne for at opnå den lavest mulige s_0 . Spredning på vægtenheden for den samlede udjævning synes ikke at kunne blive ret meget lavere end 1.33, uden det bliver på bekostning af selve iterationen. Hvis der ændres for voldsomt på vægtmatricen, resulterer det i alt for mange gennemløb af programmet. Det må antages at den lidt højere s_0 skyldes spændinger mellem GPS og terrestriske observationer.

Spredningerne i planen for koordinaterne, fundet ved den samlede udjævning, ligger gennemsnitligt lidt under 3 mm. Den største spredning er på 4.86 mm, og den mindste er på 1.73 mm. Set ud fra vurdering af spredningerne, er udjævningen altså gået godt. I det store hele var de højeste spredninger at forvente ud fra tidligere check af nøjagtigheden på observationerne. Punkterne 12, 22, 27, 95 og 97 er de mest usikre.

Især punkt 95 har fra starten vist tegn på dårlige observationer. Specielt GPS observationerne har været usikre, og i første beregning i TGO viste de forskellige resultater.

ID	From	To	Baseline Length	Solution Type	Ratio	Reference Variance	RMS
B140	0001	95	359,242m	L1 fixed	4,325	3,155	0,006
B153	0096	95	456,689m	L1 fixed	19,976	3,223	0,006
B186	0098	95	849,276m	L1 fixed	4,623	2,214	0,006

Tabel 9.1: Resultat af beregning

ID	From	To	Northing	Easting	Elevation
B140	0001	95	6186044,290m	347384,274m	34,489m
B153	0096	95	6186044,291m	347384,262m	34,468m
B186	0098	95	6186044,276m	347384,261m	34,458m

Tabel 9.2: koordinater fundet ved beregning af GPS observationer i TGO

Allerede i tabel 9.1 ser man at ratio er temmelig lav for B140 og B186, og ref. var. er for høj for alle tre observationer, hvilket indikerer at løsningen ikke er så god som man kunne forvente. RMS er fin. Dog bliver alle løsninger accepteret som fixed. Undersøges tabel 9.2, ses det at koordinaterne passer parvis sammen på den ene koordinat, altså B140 og B153 har samme løsning på Northing koordinaten, men afviger på Easting koordinaten. Samtidig passer B153 og B186 sammen på Easting koordinaten, men afviger på Northing koordinaten. Man kunne så forledes til at tro at B153 er den korrekte løsning, men der bør ikke konkluderes noget endeligt på

baggrund af disse resultater, da der kun foreligger en observation med dette resultat, og sammenhængen med de andre resultater derfor kan være et tilfælde. Desuden skal der stadig tages højde for den høje ref. var., der tyder på en i forvejen dårlig observation.

De andre 4 punkters GPS observationer har haft rimelige ratio, ref. var. og RMS værdier, så det er umiddelbart ikke her deres kvalitet kan afgøres, se evt. bilag 2 (summary af baselinerapporter). Alligevel kan der spores en vis sammenhæng mellem forskellene for udjævningen af GPS observationer og udjævningen af samtlige observationer. De største forskelle er overvejende ved punkterne 12, 25, 95 og 97. Punkt 22 og 27 falder lidt udenfor denne sammenligning, se tabel 9.3.

Punkt	Forskel mellem GPS udjn. og samlet udjn. [mm]		
	Δ Northing	Δ Easting	Samlet forskel
1	0	0	0.0
12	7	8	10.6
13	4	-3	5.0
15	0	-3	3
16	6	-2	6.3
19	4	1	4.1
21	6	2	6.3
22	3	0	3.0
23	0	0	0.0
24	-2	-5	5.4
25	9	-1	9.1
26	3	-1	3.2
27	6	-2	6.3
91	-4	1	4.1
92	-2	3	3.6
93	3	0	3.0
94	7	0	7.0
95	-1	-10	10.0
96	6	-4	7.2
97	10	-1	10.0
98	0	0	0.0

Table 9.3: Forskel mellem resultater fundet ved GPS udjævning i TGO og samlet udjævning

Det vækker bekymring at resultatet for den samlede udjævning for punkterne 16, 94 og 96 ikke ligger tættere på resultatet for GPS udjævningen, da netop disse punkter, der er brugt som masterpunkter, burde være målt ind med stor nøjagtighed. De er fastholdt i GPS udjævningen, så det er ikke her, problemet opstår.

Der kan være flere årsager til problemet. Det kan antages at der er fejl i data fra en af de overordnede masterstationer, og det mest sandsynlige vil være i punkt 1-15-00803, da det er det mest tvivlsomme punkt. En mulighed er også at der er for mange

fejlagtige observationer i datamængden til den samlede udjævning. Det skal dog senere vise sig at vinkler og afstande, fundet ved GPS observationer, synes at være i orden, se tabel 9.6 senere i afsnittet.

Nogle af punkterne er i forhold til opmålingsmetoderne naturligt svage i deres placering. Punkt 27 har den ulempe at det ligger tæt op ad en lille, stejl bakke, hvilket gør at sigtbarheden fra punktet reduceres kraftigt i forhold til andre punkter. Det betyder at der er meget få punkter at sigte til ved terrestriske opmålinger. GPS opmålinger kan være med til at give punktet en bedre geometri, men i planlægningen er dette problem blevet overset. Der laves GPS opmålinger fra punkterne 16 og 96 til 27, men på kortet (bilag 1) ses det, at det ikke giver punkt 27 den fornødne støtte i form af observationer til punkter syd for punktet selv.

Punkt 22 lider lidt under samme problem. Der er sigtbarhed til forholdsvis mange punkter, men geometrien bliver aldrig optimal, da punktet er et yderpunkt langs Kongevejen, der er med til at afgrænse Eremitagesletten.

Der kan være flere forklaringer på hvorfor disse punkter har en lidt højere spredning end de andre punkter, men i den samlede vurdering er ingen af punkterne som sådan dårlige, og derfor bliver de ikke undersøgt yderligere.

Til verificering af udjævningen er der, som nævnt i kapitel 1, lavet en ren GPS udjævning og en ren terrestrisk udjævning. Den terrestriske udjævning viser en lidt højere spredning på de enkelte punkter, hvilket var at forvente, i og med der er mindre observationer til at støtte udjævningen.

Der er lavet en sammenligning af koordinaterne fundet ved den terrestriske udjævning og den samlede udjævning. Resultatet kan ses i tabel 9.4. Der er flere større forskelle, men sammenlignes det med spredningen for den terrestriske udjævning, ses det at alle resultater ligger inden for grovfejlsgrænsen.

Idet der ikke er spredninger for GPS udjævningen, kan der ikke laves samme analyse som for den terrestriske udjævning. En tilsvarende analyse ud fra den samlede udjævnings spredninger kunne laves, men den vil efter al sandsynlighed vise at GPS udjævningens koordinater ligger uden for tolerance grænsen. Denne antagelse bygger på at den samlede udjævning er baseret på langt flere observationer, hvilket betyder at der er langt flere frihedsgrader, og den derfor antages at være bedre end GPS udjævningen, der principielt dårligt nok har observationer til at lave en fornuftig udjævning. Derfor undlades det at lave denne sammenligning.

Punkt	Forskel mellem terrestrisk udjn. og samlet udjn. [mm]			Grovfejlsgrænse [mm]		
	Δ Northing	Δ Easting	Samlet forskel	Northing	Easting	Samlet
1	-	-	-	-	-	-
12	-5	-6	7.8	13.5	9.3	16.3
13	-1	-9	9.1	10.0	9.0	13.5
15	-1	-1	1.4	6.8	2.6	7.3
16	1	-2	4.5	6.5	7.5	9.9
19	1	-2	2.2	7.8	5.5	14.5
21	0	1	1.0	8.6	4.8	9.9
22	-5	-2	5.4	11.3	12.8	17.0
23	-	-	-	-	-	-
24	-2	-8	8.2	9.3	8.5	12.6
25	-4	-5	6.4	8.7	6.6	10.9
26	1	1	1.4	6.9	3.6	7.8
27	6	-5	7.8	10.9	7.9	13.5
91	-1	-6	6.1	9.3	10.5	14.0
92	0	-8	8.0	10.2	8.4	13.2
93	-3	-4	5.0	10.8	8.2	13.5
94	0	-2	2.0	9.8	8.0	12.6
95	-2	2	2.8	12.6	4.9	13.5
96	-1	0	1.0	7.5	3.9	8.4
97	-4	-7	8.1	8.8	6.5	10.9
98	-	-	-	-	-	-

Tabel 9.4: Oversigt over forskel i koordinater og grovfejlsgrænse for den rent terrestriske udjævning og den samlede udjævning

For at lave et sidste check af resultaterne, er der lavet endnu en tilbageskæring i Excel, denne gang med de nye koordinater. Excel arket fungerer ligesom Matlab udjævningen ved mindste kvadraters princip, dog laves der kun ét gennemløb af observationerne. Alle punkter afviger lidt fra de udjævnede koordinater, og enkelte afviger mere end ønsket, men i forhold til spredninger for koordinaterne i den terrestriske udjævning og fordi GPS observationerne også har indflydelse på de koordinater der er brugt i tilbageskæringerne, anses resultatet for at være rimeligt.

Punkt	Northing [m]	Easting [m]	s_N [m]	s_E [m]	s_0 [m]	ΔN [m]	ΔE [m]
12	6185561.345	347498.034	0.006	0.006	1.70	0.000	0.005
13	6185689.075	346875.113	0.006	0.005	1.62	0.004	0.000
15	6186288.115	346889.707	0.002	0.002	0.73	0.003	0.001
16	6186255.594	346324.885	0.006	0.004	1.45	0.002	0.001
19	6186515.546	346602.507	0.003	0.005	0.89	0.002	0.004
21	6186068.704	347094.456	0.002	0.002	0.81	0.001	0.005
22	6185259.279	347170.538	0.002	0.002	0.64	0.001	0.003
24	6185398.572	347067.704	0.002	0.002	0.79	0.001	0.004
25	6185839.630	346788.395	0.003	0.003	1.01	0.004	0.005
26	6186151.664	346755.531	0.002	0.002	0.69	0.002	0.000
27	6186255.520	346529.709	0.004	0.005	1.16	0.001	0.005
91	6185169.895	347098.210	0.004	0.004	1.21	0.004	0.000
92	6185448.846	346819.324	0.005	0.004	1.10	0.005	0.003
93	6185588.099	347479.214	0.005	0.005	1.42	0.001	0.009
94	6185697.353	347270.911	0.003	0.003	1.13	0.001	0.000
95	6186044.282	347384.271	0.004	0.003	0.97	0.006	0.001
96	6186152.393	346940.620	0.003	0.003	1.20	0.007	0.002
97	6185964.635	346627.188	0.004	0.004	1.20	0.004	0.004

Tabel 9.5: Resultat af tilbageskæringer for terrestriske observationer, med koordinatforskelle i forhold til den samlede udjævning

Ligeledes er der lavet en tilbageskæring for GPS observationerne. Disse tilbageskæringer viser meget gode resultater, og det må derfor antages at den samlede udjævnings resultat er tilfredsstillende i forhold til GPS resultaterne.

Punkt	Northing [m]	Easting [m]	s_N [m]	s_E [m]	s_0 [m]	ΔN [m]	ΔE [m]
1	6186023,739	347742,852	0,004	0,004	0,36	0.002	0.003
16	6186255,593	346324,885	0,002	0,001	0,49	0.001	0.001
23	6184936,741	346947,463	0,002	0,004	0,63	0.000	0.001
94	6185697,354	347270,911	0,001	0,001	0,52	0.002	0.000
96	6186152,401	346940,615	0,001	0,001	0,58	0.001	0.002
98	6186240,787	346558,160	0,003	0,004	0,99	0.001	0.003

Tabel 9.6: Resultat af tilbageskæringer for GPS vinkel- og afstandsobservationer, med koordinatforskelle i forhold til den samlede udjævning

9.1 Delkonklusion

Alle tre udjævninger lykkedes. Det afgørende er, hvor godt de lykkedes. Umiddelbart er spredningen på vægtenheden acceptabel for samtlige udjævninger, men GPS udjævningen synes alligevel mindre god, da der kun lige er nok observationer til en udjævning, og det har været nødvendigt at skalere observationerne kraftigt for at opnå en god s_0 .

Tilbageskæringerne med terrestriske observationer viser, at nogle af observationerne er mindre nøjagtige end andre. Leges lidt med tilbageskæringerne, ses det at der kan opnås bedre resultater, når visse observationer fjernes. Det må altså antages at ikke alle terrestriske observationer er lige gode. Det betyder ingenting i forhold til den samlede udjævning, da de vil være nedvægtet i forhold til resten af observationerne.

Den samlede udjævning vurderes, på baggrund af s_0 og spredninger på koordinaterne, at være gået godt, og have givet stabile resultater.

10 Perspektivering

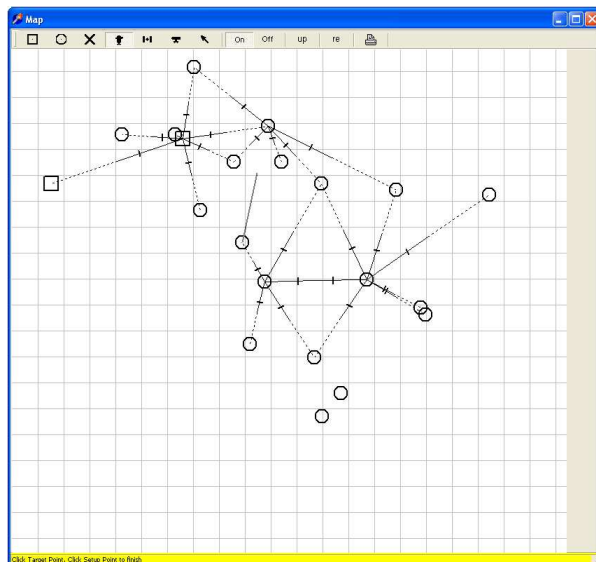
Skulle der i fremtiden arbejdes videre med projektet, ville der umiddelbart være følgende ting at tage fat på:

10.1 Udjævningsprogrammet

Som programmet fungerer nu, beregner det de plane koordinater, og der er lavet et tillægsprogram til beregning af højder. Det virker efter formålet, men lader meget at ønske mht. funktionalitet. Idet projektet ikke som sådan har handlet om programmering og brugervenlighed, men om at finde frem til et resultat, har det aldrig været meningen at programmet skulle bruges til andet end denne udjævning, og der har ikke være lagt tid ind i projektperioden til at lave et så omfattende program. Alligevel skal der her nævnes nogle forslag til videre arbejde.

Det vil umiddelbart være besværligt for en ny bruger at konstruere nye inddatafiler, idet det kan være uoverskueligt at se hvad der helt præcis skal stå i dem. Med brugerdokumentationen ved hånden skulle det dog kunne lade sig gøre. De meget store matricer, der bliver dannet, gør det desuden svært at lave fejlfinding ved forkerte inddatafiler, og med mindre man har særdeles godt styr på kildekoden, kan det i sidste ende blive umuligt for andre end programmører at finde løsningen. Dette er i bund og grund i orden, idet man normalt aldrig vil forlange at en tilfældig slutbruger skal kunne sætte sig ind i programkoden.

Alt dette kunne løses ved at lave et grafisk bruger-interface. Der vil naturligvis være mange løsninger til et sådant problem. Det vigtigste i et sådant program skulle være brugervenlighed, og her vil et af de højest prioriterede punkter være, at brugeren ikke kommer i kontakt med deciderede data-filer, men bare skal indtaste observationer i programmet. Her kunne man evt. tage udgangspunkt i Keld Dueholms udjævningsprogram, Netplan, hvor punkt koordinater indtastes ved klik med musen i et for-defineret kortområde, og observationer indtastes ved at pege rundt mellem punkterne.



Figur 10.1: Kort lavet i Netplan

Et grafisk brugerinterface ville også løse problemet med højdeudjævningen, idet brugeren ikke ville behøve at bekymre sig om, at der skal to programmer til at lave udjævningen.

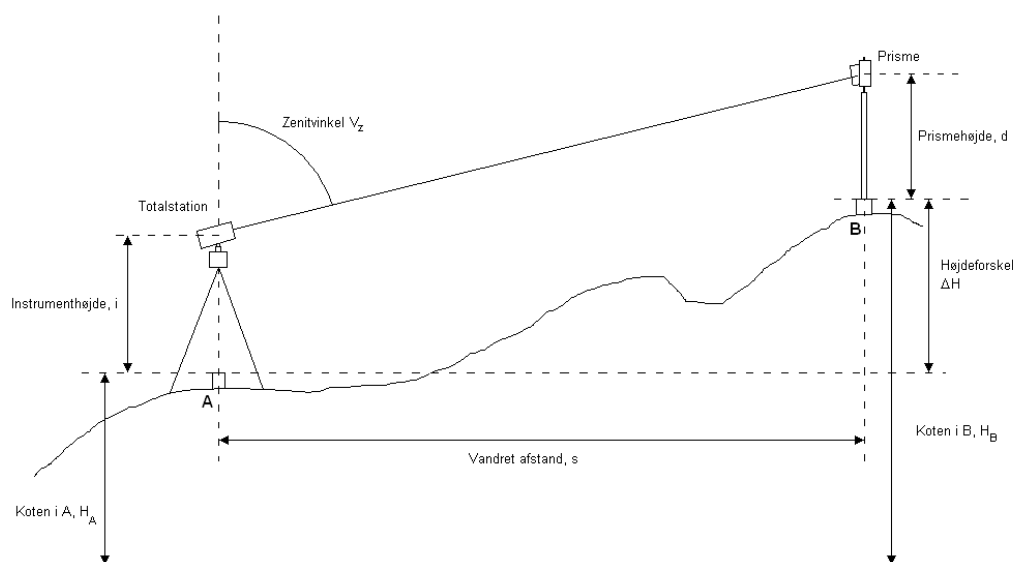
Rent kosmetisk er programmet en sammenblanding af for-løkker. Havde tiden været til det, ville den optimale løsning være at lave mindre funktioner, der så kunne laves kald til i et hovedprogram. Det vil også være muligt at undlade at lave alle disse for-løkker, og i stedet have to overordnede, en for afstandsobservationer og en for vinkelobservationer, hvori der er taget hensyn til specialtilfælde. Matlab vil ikke være det oplagte valgt af programmeringsværktøj til disse ændringer, da funktioner og funktionskald er besværligt i forhold til andre former for programmeringssprog. Det ville give mere mening at lave et sådant program i Java eller lignende, hvor der også ville være mulighed for at lave det grafiske brugerinterface.

10.2 Nivellering af Dyrehavefikspunkterne

Projektet kunne også gøres endnu bedre ved at tilføje et nivellement af Dyrehavepunkterne.

10.2.1 Trigonometrisk nivellement

Nivellement med totalstation kan foregå ved trigonometrisk nivellement, f.eks. som vist i figur 10.2. Denne form for nivellement har visse ulemper, idet instrumenthøjden og prisme-højden skal kendes. Det vil give usikkerheder i målingen, da det er meget upræcist at lave højdemåling med målebånd.



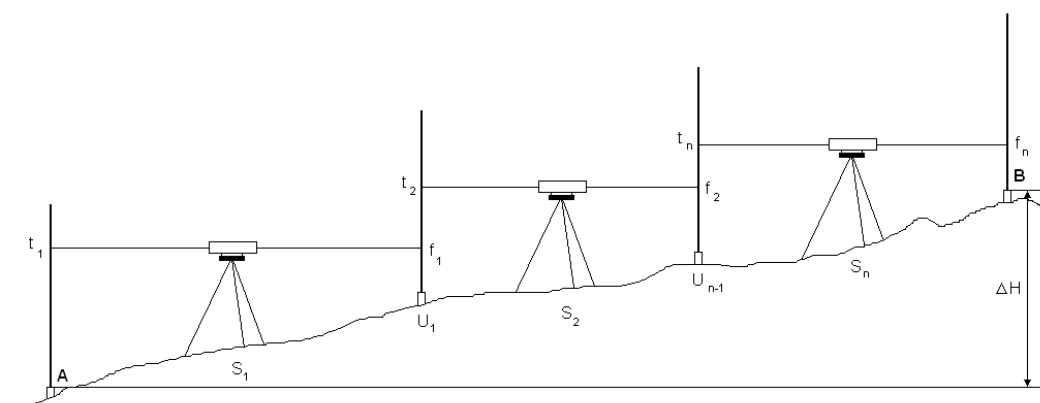
Figur 10.2: Trigonometrisk nivellement med opstilling over kendt punkt.

Man kan undgå usikkerheden ved at lave trigonometrisk midtpunktsnivellement. I et trigonometrisk midtpunktsnivellement laves en fri opstilling af instrumentet et sted hvor der er nogenlunde lige langt mellem to punkter, hvorfor instrumenthøjden er ligegyldig. Hvis prisme-højden samtidig er den samme i begge punkter, f.eks. ved brug af prismestok, behøves denne højde heller ikke. Prismestokken giver dog andre

usikkerheder, idet den er mindre præcis i opstillingen, da den kun opstilles efter en dåselibelle.

10.2.2 Præcisionsnivelement

Som nævnt i afsnit 4.2.1 ville det optimale være et at lave præcisionsnivelement. Et præcisionsnivelement foregår også ved midtpunktsnivelement for at eliminere fejl, men stiller større krav til instrumentet. Dette skal have en planplatte, dvs. at sigtelinien kan parallelforskydes langs vertikalaksen, og herved indstilles til et helt antal centimeter på stadiet. Herefter kan decimalerne aflæses på en millimeterskrue. Stadiet til nivelementet bør være et invarstadie, dvs. et stadie med fast opstilling, da en potentiel fejlkilde kan opstå hvis stadiet skal holdes af en person.



Figur 10.3: Geometrisk nivelement

11 Konklusion

Opmålingen af punkterne på Eremitagesletten er forløbet uden de store problemer, på trods af, at der måtte laves enkelte ommålinger. Der kan dog stilles spørgsmål ved om opmålingsmetoderne brugt til projektet er optimale.

Kapitel 6 viser, at GPS er de mere traditionelle opmålingsmetoder overlegen når der kun er en person til at lave opmålinger, alene pga. det stærkt reducerede antal opstillinger. Det betyder ikke, at flere personer om opmålinger er et problem, idet tiden så kan udnyttes bedre ved at lave flere opstillinger samtidig. Det kræver dog at der er nok udstyr, da man ellers bare vil gå i vejen for hinanden.

Derudover ses det af kapitel 3, at GPS også har fordele rent vejrmæssigt. Der kan måles trods dårlig sigtbarhed som f.eks. ved kraftig regn, tåge eller mørke, hvor totalstationen har sine begrænsninger. Med totalstation kan der til nøds laves målinger i regnvejr, men instrumentet kan tage skade, og sigte over længere afstande kan være svært. Dog kan ingen af dem måle i snevejr. GPS behøver desuden ikke sigtbarhed mellem punkterne, hvilket er et kæmpe plus for mange opmålinger.

Til gengæld har totalstationen andre fordele, idet der kan måles på steder hvor GPS'en ikke kan komme til, som f.eks. overdækkede områder som skov, hvor den ikke kan fungere pga. manglende kontakt til satellitter, eller steder hvor multipath forstyrrelsen bliver for stor. Det kan bl.a. være et problem at lave opmålinger i tæt bebyggede områder både pga. signalrefleksion, men også fordi der mange steder ikke kan fanges 4 satellitter i smalle gader med høje bygninger.

I forbindelse med dette projekt kan der argumenteres for at terrestriske opmålinger havde været overflødige. Denne konklusion bygger på, at området hvor opmålingerne er lavet, egner sig fortræffeligt til GPS opmålinger. Det er et stort, åbent område, hvor kun meget få punkter vil være generet af træer eller andre forhindringer. Fejlbidraget fra multipath vil være tilpas lille, da der er meget få kraftigt reflekterende flader i Dyrehaven. Det tørre græs må antages ikke at bidrage synderligt. Det havde ikke gjort sig gældende, hvis projektet også havde omfattet højdeobservationer fra totalstation, jf. kapitel 6.

Set ud fra resultater for de tre udjævninger, giver udjævningen af samtlige observationer det bedste bud på koordinaterne til Dyrehavens fikspunkter, trods det at den samlede udjævning har den største spredning på vægtenheden. Den er dog tilpas lav til at det ikke burde betyde noget.

Det fremgår tydeligt af resultaterne, at GPS metoden ikke opnår den bedste udjævning, men ses der på den tidsmæssige faktor, har det taget omtrent dobbelt så lang tid at lave de terrestriske opmålinger, som der er brugt på at lave GPS opmålingerne. Der kunne altså have været 3 gange så mange GPS observationer i stedet. Med det antal opmålinger, burde det være muligt at få en meget bedre GPS udjævning end den i projektet opnåede. Udjævningen baseret på udelukkende

terrestriske observationer, sorteres fra på baggrund af de noget højere spredninger på elementerne.

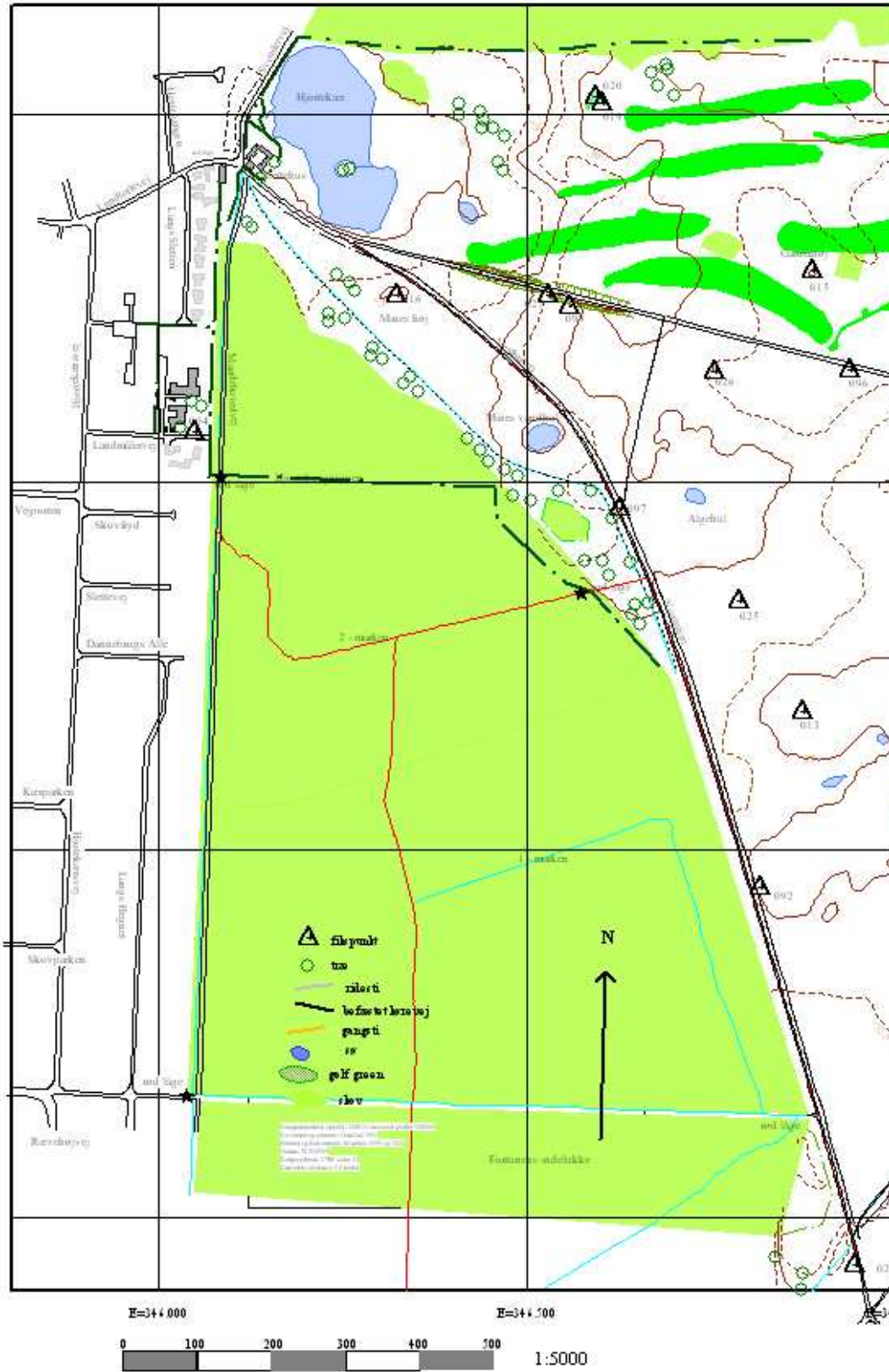
Efter gennemførelse af projektet, må det på baggrund af udjævningerne konkluderes, at GPS og totalstation har suppleret hinanden godt. Havde der været højdeobservationer fra totalstationsopmålingerne, ville de uden tvivl støtte denne udtalelse, da GPS resultaterne tydeligt viser, at GPS ikke egner sig særlig godt til højdemålinger. Havde det kun drejet sig om opmåling af de plane koordinater, ville GPS være at foretrække.

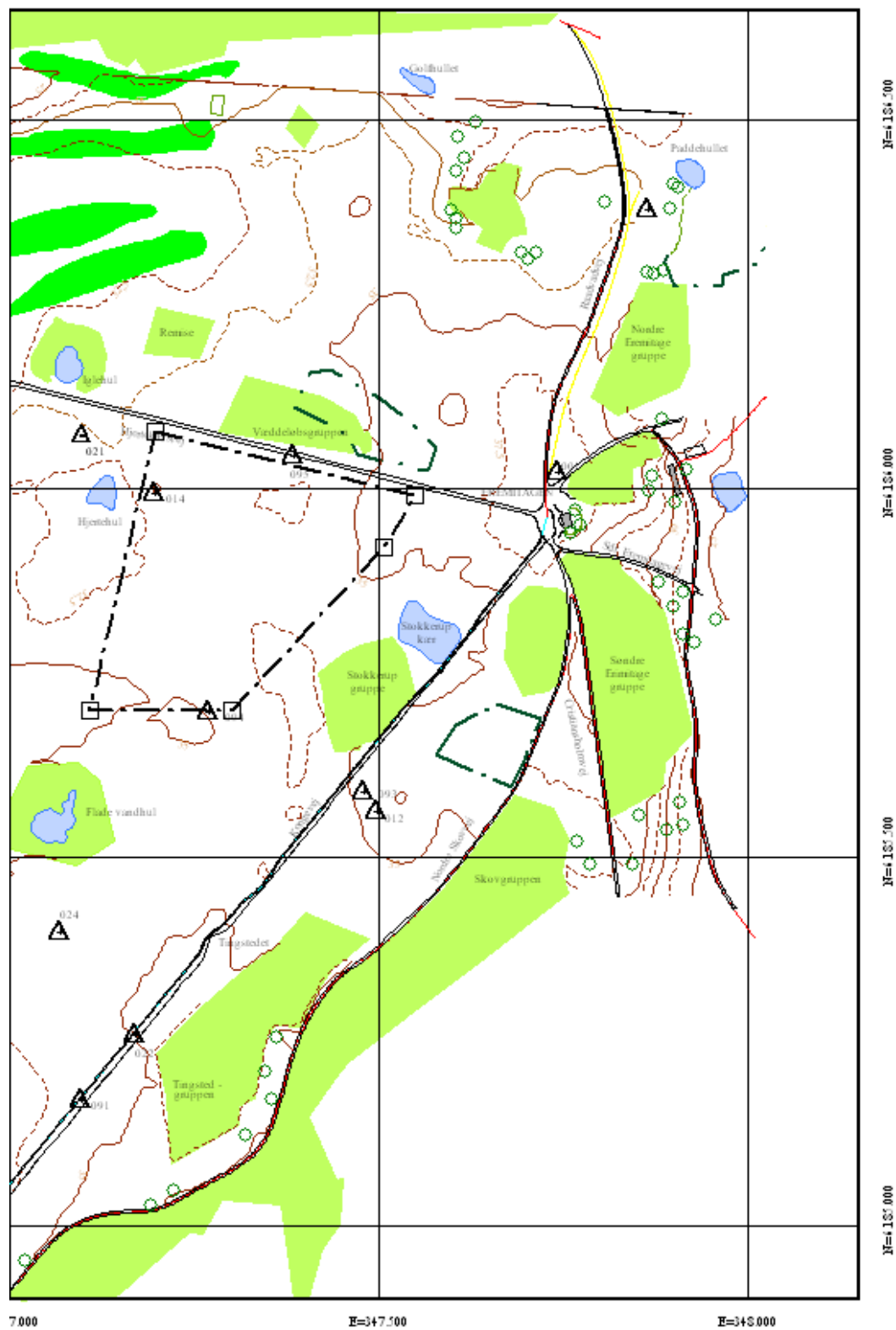
Som beskrevet i kapitel 10, er der flere punkter, hvor udjævningsprogrammet kunne gøres mere brugervenligt. Beregningsmæssigt fungerer det dog upåklageligt, og i forhold til de opstillede krav er opgaven løst.

Litteratur

- [1] Borre, Kai Mindste Kvadrats Princip Anvendt i Landmålingen, Aalborg 1992
- [2] Cederholm, Peter Udjævning, note, 2. udgave, 1. revision, 2000
- [3] Dueholm, Keld m.fl. GPS, 2. udgave, 1. oplag, 2002
- [4] Eg, Jesper Jøker m.fl. Kombination af GPS og Terrestrisk Landmåling, Aalborg 1993
- [5] Jacobi, Ole Landmåling, Beregningseksempler, DTU 1994
- [6] Jacobi, Ole m.fl. Landmåling, Instrumenter og Metoder, 1. udgave, 3. oplag, DTU 1989
- [7] Jacobi, Ole Landmåling, Digital Kortlægning, 3. udgave, DTU 1997
- [8] Mærsk-Møller, Else m.fl. Landmåling, Elementudjævning, DTH 1984
- [9] Nielsen, Allan Aasbjerg Least Squares Adjustment: Linear and Nonlinear Weighted Regression Analysis, 2004

BILAG 1: KORT OVER EREMITAGESLETTEN





BILAG 2: GPS BASISLINIER

Processing Summary

ID	From	To	Baseline Length	Solution Type	Ratio	Reference Variance	RMS
B137	0001	93	509,272m	L1 fixed	45,423	2,280	0,005
B138	0001	94	573,897m	L1 fixed	32,945	1,739	0,005
B139	0001	12	523,268m	L1 fixed	32,060	1,471	0,004
B140	0001	95	359,242m	L1 fixed	4,325	3,155	0,006
B141	0023	13	755,912m	L1 fixed	50,336	1,119	0,004
B142	0023	91	277,674m	L1 fixed	6,257	1,283	0,004
B143	0023	92	527,960m	L1 fixed	65,363	1,273	0,004
B144	0023	22	392,222m	L1 fixed	7,160	1,267	0,004
B145	0023	24	477,291m	L1 fixed	18,683	0,873	0,003
B146	0016	97	419,638m	L1 fixed	46,460	1,406	0,004
B147	0016	19	380,404m	L1 fixed	25,501	1,147	0,004
B148	0016	15	565,934m	L1 fixed	22,636	1,089	0,003
B149	0016	96	624,455m	L1 fixed	28,392	1,944	0,005
B150	0016	26	443,114m	L1 fixed	43,319	1,365	0,004
B151	0016	27	204,857m	L1 fixed	64,940	1,251	0,004
B152	0016	98	233,798m	L1 fixed	20,516	1,108	0,003
B153	0096	95	456,689m	L1 fixed	19,976	3,223	0,006
B154	0096	19	496,250m	L1 fixed	90,823	0,781	0,003
B155	0096	15	144,988m	L1 fixed	81,280	0,722	0,003
B156	0096	26	185,113m	L1 fixed	25,428	0,781	0,003
B157	0096	21	175,162m	L1 fixed	61,534	1,835	0,005
B158	0096	16	624,453m	L1 fixed	41,282	0,960	0,003
B159	0096	27	423,756m	L1 fixed	26,713	1,724	0,004
B160	0096	98	392,617m	L1 fixed	45,999	0,928	0,004
B161	0096	97	365,446m	L1 fixed	27,696	0,871	0,003
B162	0096	25	347,900m	L1 fixed	18,806	1,689	0,004
B174	0094	1	573,902m	L1 fixed	40,995	1,365	0,004
B175	0094	12	264,783m	L1 fixed	57,143	0,988	0,004
B176	0094	91	555,087m	L1 fixed	12,281	0,840	0,003
B177	0094	24	361,381m	L1 fixed	25,224	1,532	0,004
B178	0094	13	395,939m	L1 fixed	67,510	0,902	0,003
B179	0094	21	411,193m	L1 fixed	16,986	1,302	0,005
B180	0094	93	235,255m	L1 fixed	92,811	0,753	0,003
B181	0094	25	503,122m	L1 fixed	25,206	1,250	0,004
B182	0094	22	449,481m	L1 fixed	47,589	0,939	0,003

B183	0094	23	826,635m	L1 fixed	44,816	0,691	0,003
B184	0094	92	515,513m	L1 fixed	20,505	2,505	0,005
B185	0098	19	278,350m	L1 fixed	50,850	0,831	0,003
B186	0098	95	849,276m	L1 fixed	4,623	2,214	0,006
B187	0098	13	636,396m	L1 fixed	26,609	1,606	0,004
B188	0098	92	834,028m	L1 fixed	15,780	1,930	0,005
B189	0098	91	1199,520m	L1 fixed	15,416	1,838	0,005

BILAG 3: TERRESTRISKE VINKELOBSERVATIONER

Pkt	Sigte	Red. vinkel	Pkt	Sigte	Red. vinkel	Pkt	Sigte	Red. vinkel
1	12	0,000	22	94	0,000	92	25	0,000
	93	3,646		93	33,651		13	19,557
	803	29,805		12	38,233		24	117,745
	94	30,483		23	224,182		22	136,538
				91	228,970		91	155,037
12	22	0		92	317,171		23	189,421
	24	24,411		24	345,177			
	94	81,782				93	12	0,000
	93	108,400	23	1001	0,000		22	87,026
	1	178,433		92	134,632		24	111,561
				24	166,455		94	169,791
13	97	0,000		91	186,780		1	273,686
	25	13,375		22	188,760			
	98	30,539				94	21	0,000
	96	55,586	24	13	0,000		95	48,344
	21	80,000		94	75,293		1	89,720
	94	145,313		93	109,794		93	158,990
	24	209,374		12	114,251		12	162,586
	92	261,171		22	196,783		24	266,261
				91	228,827		13	326,906
15	21	0,000		23	253,485			
	96	24,957		92	349,982	95	94	0,000
	92	53,127					92	28,223
	26	97,265	25	97	0,000		25	58,835
	98	138,776		26	51,329		21	85,250
	27	142,054		96	86,846		96	95,113
	16	144,141		21	117,107			
	19	190,440		13	224,742	96	95	0,000
				92	252,981		21	16,500
16	19	0,000					94	44,812
	15	44,249	26	15	0,000		25	113,622
	27	47,931		96	50,286		26	184,531
	98	51,948		25	143,854		98	199,244
	26	62,988		97	188,822		15	261,937
	25	94,471		16	265,612			

BILAG 4: OBSERVEREDE AFSTANDE MED OG UDEN KORREKTIONER

Punkt	Afst [m]	Tryk [hPa]	Tryk [mbar]	Temp [C]	Xr [ppm]	Xt [ppm]	Sum [ppm]	X0 [m]	M UTM	Korr. Afstand [m]
96-15	144,973	1010	757,56	10	-1	-4,75	-5,75	-0,003	0,9998874	144,953
1-94	573,895	1010	757,56	10	-1	-4,75	-5,75	-0,003	0,9998852	573,823
95-94	365,032	1010	757,56	10	-1	-4,75	-5,75	-0,003	0,9998857	364,985
95-21	290,876	1010	757,56	10	-1	-4,75	-5,75	-0,003	0,9998861	290,838
95-96	456,695	1010	757,56	10	-1	-4,75	-5,75	-0,003	0,9998863	456,637
21-94	411,198	1010	757,56	10	-1	-4,75	-5,75	-0,003	0,9998861	411,146
21-96	175,152	1010	757,56	10	-1	-4,75	-5,75	-0,003	0,9998871	175,128
21-15	300,150	1010	757,56	10	-1	-4,75	-5,75	-0,003	0,9998871	300,111
19-15	366,394	1007	755,31	10	-1	-3,91	-4,91	-0,003	0,9998880	366,348
19-98	278,349	1007	755,31	10	-1	-3,91	-4,91	-0,003	0,9998886	278,313
19-27	270,059	1007	755,31	10	-1	-3,91	-4,91	-0,003	0,9998886	270,025
15-26	191,395	1007	755,31	10	-1	-3,91	-4,91	-0,003	0,9998876	191,369
15-98	334,957	1007	755,31	10	-1	-3,91	-4,91	-0,003	0,9998880	334,914
26-96	185,113	1007	755,31	10	-1	-3,91	-4,91	-0,003	0,9998878	185,088
26-25	313,802	1007	755,31	10	-1	-3,91	-4,91	-0,003	0,9998880	313,762
26-97	226,863	1007	755,31	10	-1	-3,91	-4,91	-0,003	0,9998880	226,833
26-98	216,595	1007	755,31	10	-1	-3,91	-4,91	-0,003	0,9998884	216,566
98-97	284,695	1007	755,31	10	-1	-3,91	-4,91	-0,003	0,9998886	284,659
97-25	204,022	1009	756,81	14	-1	-0,52	-1,52	-0,003	0,9998880	203,996
97-13	370,726	1009	756,81	14	-1	-0,52	-1,52	-0,003	0,9998880	370,681
25-13	173,770	1009	756,81	14	-1	-0,52	-1,52	-0,003	0,9998878	173,747
13-94	395,941	1009	756,81	14	-1	-0,52	-1,52	-0,003	0,9998867	395,892
13-24	348,594	1009	756,81	14	-1	-0,52	-1,52	-0,003	0,9998871	348,551
13-92	246,662	1009	756,81	14	-1	-0,52	-1,52	-0,003	0,9998876	246,631
94-24	361,383	1009	756,81	14	-1	-0,52	-1,52	-0,003	0,9998863	361,338
12-1	523,272	1007	755,31	13	-1	-0,94	-1,94	-0,003	0,9998848	523,207
12-94	264,774	1007	755,31	13	-1	-0,94	-1,94	-0,003	0,9998856	264,740
93-1	509,275	1007	755,31	13	-1	-0,94	-1,94	-0,003	0,9998848	509,212
93-94	235,253	1007	755,31	13	-1	-0,94	-1,94	-0,003	0,9998856	235,223
92-24	253,458	1019	764,31	6	-1	-11,38	-12,38	-0,003	0,9998872	253,423
92-23	527,976	1019	764,31	6	-1	-11,38	-12,38	-0,003	0,9998874	527,907
24-23	477,308	1019	764,31	6	-1	-11,38	-12,38	-0,003	0,9998871	477,245
24-22	173,163	1019	764,31	6	-1	-11,38	-12,38	-0,003	0,9998867	173,138

24-91	230,741	1019	764,31	6	-1	-11,38	-12,38	-0,003	0,9998867	230,709
24-12	460,147	1019	764,31	6	-1	-11,38	-12,38	-0,003	0,9998867	460,086
24-93	453,132	1019	764,31	6	-1	-11,38	-12,38	-0,003	0,9998857	453,071
22-93	451,072	1019	764,31	6	-1	-11,38	-12,38	-0,003	0,9998857	451,011
22-12	445,590	1019	764,31	6	-1	-11,38	-12,38	-0,003	0,9998857	445,531
22-91	115,002	1019	764,31	6	-1	-11,38	-12,38	-0,003	0,9998865	114,985
23-91	277,689	1019	764,31	6	-1	-11,38	-12,38	-0,003	0,9998869	277,651
16-27	204,855	1020	765,06	10	-1	-7,56	-8,56	-0,003	0,9998869	204,827
16-97	419,636	1020	765,06	10	-1	-7,56	-8,56	-0,003	0,9998867	419,582
16-19	380,374	1020	765,06	10	-1	-7,56	-8,56	-0,003	0,9998857	380,324
16-98	233,783	1020	765,06	10	-1	-7,56	-8,56	-0,003	0,9998857	233,751

BILAG 5: UDDRAG AF TILBAGESKÆRINGER

Punkt	Northing [m]	Easting [m]	s _N [m]	s _E [m]	s ₀ [m]
24	6185398.572	347067.702	0.002	0.002	0.99
13	6185689.244	346875.420	0.385	0.260	70.52
13 uden 24	6185689.086	346875.113	0.006	0.004	1.06
91	6185170.085	347098.431	0.288	0.339	98.93
91 uden 24	6185169.898	347098.209	0.006	0.006	1.55
93	6185588.118	347479.227	0.031	0.029	9.13
93 uden 24	6185588.094	347479.215	0.006	0.006	1.70
94	6185697.551	347271.100	0.182	0.178	79.91
94 uden 24	6185697.358	347270.904	0.010	0.010	4.14

BILAG 6: OMREGNING FRA GPS OBSERVATIONER TIL AFSTAND OG REDUCERET VINKEL

Punkt		Ændring i [m]						
Master	Rover	Northing	Easting	Elevation	Afstand [m]	Afstand2 [m]	Vinkel [gon]	Red. V [gon]
16	19	259,944	277,623	5,134	380,323	366,343	44,25	0,000
	15	32,518	564,824	10,762	565,759	361,467	3,68	44,246
	27	-0,074	204,829	1,107	204,829	32,033	4,01	47,930
	98	-14,808	233,272	3,659	233,742	392,542	6,54	51,943
	96	-103,199	615,733	8,474	624,321	185,092	4,5	58,479
	26	-103,934	430,642	6,893	443,007	226,823	33,71	62,983
	97	-290,958	302,304	2,961	419,576			96,690
96	21	-83,697	153,845	-0,778	175,138	382,297	97,12	0,000
	25	-312,772	-152,220	-2,749	347,847	203,991	36,8	97,115
	97	-187,765	-313,421	-5,426	365,361	226,825	34,11	133,919
	26	-0,739	-185,083	-1,576	185,084	443,013	10,83	168,026
	16	103,194	-615,732	-8,427	624,320	233,743	3,89	178,852
	98	88,391	-382,458	-4,819	392,539	32,029	1,19	182,740
	27	103,120	-410,899	-7,311	423,641	270,023	36,62	183,934
	19	363,147	-338,108	-3,290	496,178	366,346	24,88	220,552
	15	135,714	-50,909	2,551	144,948	551,398	138,06	245,434
	95	-108,115	443,648	0,302	456,632			383,498
94	1	326,383	471,949	4,319	573,813	509,195	69,27	0,000
	93	-109,250	208,313	1,098	235,223	32,714	3,6	69,268
	12	-136,005	227,138	1,955	264,743	445,543	79,99	72,865
	22	-438,072	-100,374	0,643	449,424	114,989	5,8	152,857
	91	-527,464	-172,703	-1,061	555,018	277,637	5,45	158,662
	23	-760,617	-323,442	-1,317	826,531	477,230	12,43	164,115
	24	-298,782	-203,207	-0,280	361,336	253,408	29,95	176,541
	92	-248,519	-451,580	1,262	515,448	246,636	30,7	206,490
	13	-8,274	-395,797	2,232	395,883	173,740	19,59	237,188
	25	142,280	-482,510	-3,162	503,050	382,297	53,51	256,773
	21	371,354	-176,445	-1,157	411,141			310,280
1	12	-462,387	-244,810	-2,408	523,196	32,710	3,65	0,000
	93	-435,636	-263,634	-3,223	509,197	235,223	26,84	3,647

	94	-326,380	-471,944	-4,319	573,807	364,981	42,16	30,483
	95	20,549	-358,581	-4,430	359,169			72,645
23	92	512,100	-128,141	2,566	527,889	246,629	9,51	0,000
	13	752,338	-72,359	3,552	755,810	348,549	22,32	9,505

BILAG 7: UDJÆVNINGSPROGRAM TIL UDJÆVNING AF SAMTLIGE OBSERVATIONER

```
%datafilerne indlæses
load 'fiks1.txt';
load 'fiks2.txt';
load 'kord.txt';
load 'afst.txt';
load 'vink.txt';
load 'fiksvink.txt';
load 'fiksafst.txt';
load 'mafst.txt';
load 'mvink.txt';
load 'mfiks.txt';
load 'gpsfiks.txt';
load 'mgpsfiks.txt';
load 'gps.txt';
load 'mgps.txt';
load 'gpsvink.txt';
load 'gpsafst.txt';
load 'gpsfiksvink.txt';
load 'gpsfiksafst.txt';

%forskellige former for spredninger og andre tal til udregning af
vægte, i mm
w1=200000/(atan(1)*4);
st=1.5;
sc=2;
sg=5;
sa=0.000005;
nn1=2;
nn2=4;

%koordinatfilen indlæses igen i en ny variabel, så der kan ændres i
den
kord=kord;

%omregning fra radianer til gon
w=200/(atan(1)*4);

%der laves en foreløbig beholder til kredsdrejningselementerne
r=[];

%størrelsen på koordinatfilen hentes
[n1 m1]=size(kord);

%der udregnes kredsdrejningselementer for alle punkter på nær
fikspunkterne
%størrelsen af kord.txt bruges som tæller
for i=0:n1-7,

    %forskel i Northing og Easting for opstillingspunkt og første
sigtepunkt
    y1=(kord(mvink(i+1,1),3)-kord(i+3,3));
    x1=(kord(mvink(i+1,1),2)-kord(i+3,2));
```

```

%kredsdrejningselementet udregnes
r(i+1,1)=atan(y1/x1)*w;

%der sørges for at den korrekte retning findes
if x1<0 && y1>0
    r(i+1,1)=-r(i+1,1);
end
if (x1>0 && y1>0) || (x1>0 && y1<0)
    r(i+1,1)=200-r(i+1,1);
end
if x1<0 && y1<0
    r(i+1,1)=400-r(i+1,1);
end
end

%der laves en beholder til vægtene på observationerne
P=[];

%for-løkke til iterationen, hh er en tilfældig tæller
for hh=1:10,

    %størrelsen af opstillings-fikspunktsfilen findes
    [n2 m2]=size(fiks1);

    %der laves beholdere til A-matricen og k-vektoren
    A=[];
    k=[];

    %for-løkke til udfyldning af diverse matricer og vektorer
    %ydre for-løkke har til formål at lave et gennemløb for hvert
    opstillingspunkt
    %for-løkke for terrestriske vinkelobservationer fra et fikspunkt
    for i=0:n2-1,

        [n4 m4]=size(mfiks);
        %indre for-løkke har til formål at bruge alle sigtepunkter
        for j=1:m4,
            %størrelsen af A bruges til at placere elementer på den
            korrekte linie i matricer og vektorer
            [n3 m3]=size(A);

            %sørger for at standse den indre for-løkke når der ikke er
            flere vinkler i datafilen
            if mfiks(i+1,j)==-1
                break
            end

            y=(kord(mfiks(i+1,j),3)-fiks1(i+1,3));
            x=(kord(mfiks(i+1,j),2)-fiks1(i+1,2));

            %indlæser data i A-matricen
            A(1+n3,(mfiks(i+1,j)-3)*3+1)=(y/(sqrt(y^2+x^2))^2)*w;
            A(1+n3,(mfiks(i+1,j)-3)*3+2)=(-x/(sqrt(y^2+x^2))^2)*w;
            A(1+n3,(mfiks(i+1,j)-3)*3+3)=0;

            %indlæser data i P-matricen

```

```
%der er specialtilfælde alt afhængig af hvor langt henne i
iterationen man befinder sig
if hh==1

P(1+n3,1+n3)=nn1/(nn1*(sc^2/(sqrt(y^2+x^2)*1000)^2)*w1^2+st^2);
elseif hh==2
    if vhat(1+n3)==0
        P(1+n3,1+n3)=P(1+n3,1+n3);
    elseif abs(vhat(1+n3))>=3.7
        P(1+n3,1+n3)=1/abs(vhat(1+n3,1))^2;
    else
        P(1+n3,1+n3)=1;
    end
else
    P(1+n3,1+n3)=P(1+n3,1+n3);
end

%vinkelobservationen indlæses
v=fiksvink(i+1,j);

%en tilsvarende vinkel beregnes ud fra koordinaterne
f=atan(y/x)*w;

%den ønskede vinkel findes
if x<0 && y>0
    f=-f;
end
if (x>0 && y>0) || (x>0 && y<0)
    f=200-f;
end
if x<0 && y<0
    f=400-f;
end

%elementer til kredsdrejningsselement for fikspunkterne
y1=(fik2(i+1,3)-fik1(i+1,3));
x1=(fik2(i+1,2)-fik1(i+1,2));

%fikspunkts-kredsdrejningsselement beregnes
rfiks=atan(y1/x1)*w;

if x1<0 && y1>0
    rfiks=-rfiks;
end
if (x1>0 && y1>0) || (x1>0 && y1<0)
    rfiks=200-rfiks;
end
if x1<0 && y1<0
    rfiks=400-rfiks;
end

%indlæser data i k-vektoren
k(1+n3,1)=v-f+rfiks;
end
end

%for-løkke for terrestriske afstandsobservationer fra et fikspunkt
```

```

for i=0:n2-1,
    for j=1:m4,
        [n3 m3]=size(A);

        if mfiks(i+1,j)==-1
            break
        end

        y=(kord(mfiks(i+1,j),3)-fiks1(i+1,3));
        x=(kord(mfiks(i+1,j),2)-fiks1(i+1,2));

        A(1+n3,(mfiks(i+1,j)-3)*3+1)=x/sqrt(x^2+y^2);
        A(1+n3,(mfiks(i+1,j)-3)*3+2)=y/sqrt(x^2+y^2);
        A(1+n3,(mfiks(i+1,j)-3)*3+3)=0;

        %afstandsobservation indlæses
        d=fiksafst(i+1,j);

        if hh==1
            P(1+n3,1+n3)=nn2/(sg^2+(d*1000)^2*sa^2);
        elseif hh==2
            if vhat(1+n3)==0
                P(1+n3,1+n3)=P(1+n3,1+n3);
            elseif abs(vhat(1+n3))>=3.7
                P(1+n3,1+n3)=1/abs(vhat(1+n3,1))^2;
            else
                P(1+n3,1+n3)=1;
            end
        else
            P(1+n3,1+n3)=P(1+n3,1+n3);
        end

        %afstand beregnes udfra koordinaterne
        a=sqrt(x^2+y^2);

        k(1+n3,1)=d-a;
    end
end

%for-løkke for terrestriske vinkelobservationer fra "ukendt" punkt
for i=0:n1-7,
    [n5 m5]=size(mvink);

    for j=1:m5,

        [n3 m3]=size(A);

        if mvink(i+1,j)==-1
            break
        end

        y=(kord(mvink(i+1,j),3)-kord(i+3,3));
        x=(kord(mvink(i+1,j),2)-kord(i+3,2));

```

```

        %der tages højde for om der sigtes til et fikspunkt eller et
"ukendt" punkt
        if (mvink(i+1,j)==2) || (mvink(i+1,j)==23) ||
(mvink(i+1,j)==21)
            A(1+n3,i*3+1)=(y/sqrt(x^2+y^2)^2)*w;
            A(1+n3,i*3+2)=(-x/sqrt(x^2+y^2)^2)*w;
            A(1+n3,i*3+3)=-1;
        else
            A(1+n3,i*3+1)=(-y/sqrt(x^2+y^2)^2)*w;
            A(1+n3,i*3+2)=(x/sqrt(x^2+y^2)^2)*w;
            A(1+n3,i*3+3)=-1;
            A(1+n3,(mvink(i+1,j)-3)*3+1)=(y/sqrt(x^2+y^2)^2)*w;
            A(1+n3,(mvink(i+1,j)-3)*3+2)=(-x/sqrt(x^2+y^2)^2)*w;
            A(1+n3,(mvink(i+1,j)-3)*3+3)=0;
        end

        if hh==1

P(1+n3,1+n3)=nn1/(nn1*(sc^2/(sqrt(y^2+x^2)*1000)^2)*w1^2+st^2);
        elseif hh==2
            if vhat(1+n3)==0
                P(1+n3,1+n3)=P(1+n3,1+n3);
            elseif abs(vhat(1+n3))>=3.7
                P(1+n3,1+n3)=1/abs(vhat(1+n3,1))^2;
            else
                P(1+n3,1+n3)=1;
            end
        else
            P(1+n3,1+n3)=P(1+n3,1+n3);
        end

        v=vink(i+1,j);

        f=atan(y/x)*w;

        if x<0 && y>0
            f=-f;
        end
        if (x>0 && y>0) || (x>0 && y<0)
            f=200-f;
        end
        if x<0 && y<0
            f=400-f;
        end

        k(1+n3,1)=v-f+r(i+1,1);
    end
end

[n6 m6]=size(mafst);

%for-løkke for terrestriske afstandsobservationer fra "ukendt"
punkt
for i=0:n6-1,

    [n7 m7]=size(mafst);

```

```

for j=1:m7,
    [n3 m3]=size(A);

    if mafst(i+1,j)==-1
        break
    end

    x=(kord(mafst(i+1,j),2)-kord(i+3,2));
    y=(kord(mafst(i+1,j),3)-kord(i+3,3));

    %det er ikke nødvendigt at tage hensyn til fikspunkter, da
disse afstandsobservationer
    %allerede er brugt
    A(1+n3,i*3+1)=-x/sqrt(x^2+y^2);
    A(1+n3,i*3+2)=-y/sqrt(x^2+y^2);
    A(1+n3,i*3+3)=0;
    A(1+n3,(mafst(i+1,j)-3)*3+1)=x/sqrt(x^2+y^2);
    A(1+n3,(mafst(i+1,j)-3)*3+2)=y/sqrt(x^2+y^2);
    A(1+n3,(mafst(i+1,j)-3)*3+3)=0;

    d=afst(i+1,j);

    if hh==1
        P(1+n3,1+n3)=nn2/(sg^2+(d*1000)^2*sa^2);
    elseif hh==2
        if vhat(1+n3)==0
            P(1+n3,1+n3)=P(1+n3,1+n3);
        elseif abs(vhat(1+n3))>=3.7
            P(1+n3,1+n3)=1/abs(vhat(1+n3,1))^2;
        else
            P(1+n3,1+n3)=1;
        end
    else
        P(1+n3,1+n3)=P(1+n3,1+n3);
    end

    a=sqrt(x^2+y^2);
    k(1+n3,1)=d-a;

end
end

[n8 m8]=size(gpsfiks);

%for-løkke for gps-vinkelobservationer fra et fikspunkt
for i=0:n8-1,
    [n9 m9]=size(mgpsfiks);

    for j=1:m9,

        [n3 m3]=size(A);

        if mgpsfiks(i+1,j)==-1
            break
        end

        y=(kord(mgpsfiks(i+1,j),3)-kord(gpsfiks(i+1),3));

```

```

x=(kord(mgpsfiks(i+1,j),2)-kord(gpsfiks(i+1),2));

A(1+n3,(mgpsfiks(i+1,j)-3)*3+1)=(y/(sqrt(y^2+x^2))^2)*w;
A(1+n3,(mgpsfiks(i+1,j)-3)*3+2)=(-x/(sqrt(y^2+x^2))^2)*w;
A(1+n3,(mgpsfiks(i+1,j)-3)*3+3)=0;

if hh==1

P(1+n3,1+n3)=nn1/(nn1*(sc^2/(sqrt(y^2+x^2)*1000)^2)*w1^2+st^2);
elseif hh==2
    if vhat(1+n3)==0
        P(1+n3,1+n3)=P(1+n3,1+n3);
    elseif abs(vhat(1+n3))>=3.7
        P(1+n3,1+n3)=1/abs(vhat(1+n3,1))^2;
    else
        P(1+n3,1+n3)=1;
    end
else
    P(1+n3,1+n3)=P(1+n3,1+n3);
end

v=gpsfiks(vink(i+1,j));

f=atan(y/x)*w;

if x<0 && y>0
    f=-f;
end
if (x>0 && y>0) || (x>0 && y<0)
    f=200-f;
end
if x<0 && y<0
    f=400-f;
end

y1=(fiks2(3-i,3)-fiks1(3-i,3));
x1=(fiks2(3-i,2)-fiks1(3-i,2));

%der udregnes specielle kredsdrejningselementer
rgpsfiks=atan(y1/x1)*w;

if x1<0 && y1>0
    rgpsfiks=-rgpsfiks;
end
if (x1>0 && y1>0) || (x1>0 && y1<0)
    rgpsfiks=200-rgpsfiks;
end
if x1<0 && y1<0
    rgpsfiks=400-rgpsfiks;
end

k(1+n3,1)=v-f+rgpsfiks;
end
end

%for-løkke for gps-afstandsobservationer fra fikspunkt
for i=0:n8-1,

```

```

[n9 m9]=size(mgpsfiks);
for j=1:m9,
    [n3 m3]=size(A);

    if mgpsfiks(i+1,j)==-1
        break
    end

    y=(kord(mgpsfiks(i+1,j),3)-kord(gpsfiks(i+1),3));
    x=(kord(mgpsfiks(i+1,j),2)-kord(gpsfiks(i+1),2));

    A(1+n3,(mgpsfiks(i+1,j)-3)*3+1)=x/sqrt(x^2+y^2);
    A(1+n3,(mgpsfiks(i+1,j)-3)*3+2)=y/sqrt(x^2+y^2);
    A(1+n3,(mgpsfiks(i+1,j)-3)*3+3)=0;

    d=gpsfiksafst(i+1,j);

    if hh==1
        P(1+n3,1+n3)=nn2/(sg^2+(d*1000)^2*sa^2);
    elseif hh==2
        if vhat(1+n3)==0
            P(1+n3,1+n3)=P(1+n3,1+n3);
        elseif abs(vhat(1+n3))>=3.7
            P(1+n3,1+n3)=1/abs(vhat(1+n3,1))^2;
        else
            P(1+n3,1+n3)=1;
        end
    else
        P(1+n3,1+n3)=P(1+n3,1+n3);
    end

    a=sqrt(x^2+y^2);
    k(1+n3,1)=d-a;
end
end

[n10 m10]=size(gps);

%for-løkke for gps-vinkelobservationer fra "ukendt" punkt
for i=0:n10-1,

    [n11 m11]=size(mgps);

    for j=1:m11,
        [n3 m3]=size(A);

        if mgps(i+1,j)==-1
            break
        end

        y=(kord(mgps(i+1,j),3)-kord(gps(i+1),3));
        x=(kord(mgps(i+1,j),2)-kord(gps(i+1),2));

        if (mgps(i+1,j)==2) || (mgps(i+1,j)==23) ||
(mgps(i+1,j)==21)
            A(1+n3,(gps(i+1,1)-3)*3+1)=(y/sqrt(x^2+y^2)^2)*w;

```



```

        A(1+n3,(gps(i+1,1)-3)*3+2)=(-x/sqrt(x^2+y^2)^2)*w;
        A(1+n3,(gps(i+1,1)-3)*3+3)=-1;
    else
        A(1+n3,(gps(i+1,1)-3)*3+1)=(-y/sqrt(x^2+y^2)^2)*w;
        A(1+n3,(gps(i+1,1)-3)*3+2)=(x/sqrt(x^2+y^2)^2)*w;
        A(1+n3,(gps(i+1,1)-3)*3+3)=-1;
        A(1+n3,(mgps(i+1,j)-3)*3+1)=(y/sqrt(x^2+y^2)^2)*w;
        A(1+n3,(mgps(i+1,j)-3)*3+2)=(-x/sqrt(x^2+y^2)^2)*w;
        A(1+n3,(mgps(i+1,j)-3)*3+3)=0;
    end

    if hh==1

P(1+n3,1+n3)=nn1/(nn1*(sc^2/(sqrt(y^2+x^2)*1000)^2)*w1^2+st^2);
    elseif hh==2
        if vhat(1+n3)==0
            P(1+n3,1+n3)=P(1+n3,1+n3);
        elseif abs(vhat(1+n3))>=3.7
            P(1+n3,1+n3)=1/abs(vhat(1+n3,1))^2;
        else
            P(1+n3,1+n3)=1;
        end
    else
        P(1+n3,1+n3)=P(1+n3,1+n3);
    end

    v=gpsvink(i+1,j);

    f=atan(y/x)*w;
    if x<0 && y>0
        f=-f;
    end %180
    if (x>0 && y>0) || (x>0 && y<0)
        f=200-f;
    end
    if x<0 && y<0
        f=400-f;
    end
    k(1+n3,1)=v-f+r(gps(i+1)-2,1);
end
end

[n12 m12]=size(mgps);

%for-løkke for gps-afstandsobservation for "ukendt" punkt
for i=0:n12-1,
    [n13 m13]=size(mgps);

    for j=1:m13,
        [n3 m3]=size(A);

        if mgps(i+1,j)==-1
            break
        end

        x=(kord(mgps(i+1,j),2)-kord(gps(i+1),2));

```

```

        y=(kord(mgps(i+1,j),3)-kord(gps(i+1),3));

        if (mgps(i+1,j)==2) || (mgps(i+1,j)==23) ||
(mgps(i+1,j)==21)
            A(1+n3,(gps(i+1,1)-3)*3+1)=-x/sqrt(x^2+y^2);
            A(1+n3,(gps(i+1,1)-3)*3+2)=-y/sqrt(x^2+y^2);
            A(1+n3,(gps(i+1,1)-3)*3+3)=0;
        else
            A(1+n3,(gps(i+1,1)-3)*3+1)=-x/sqrt(x^2+y^2);
            A(1+n3,(gps(i+1,1)-3)*3+2)=-y/sqrt(x^2+y^2);
            A(1+n3,(gps(i+1,1)-3)*3+3)=0;
            A(1+n3,(mgps(i+1,j)-3)*3+1)=x/sqrt(x^2+y^2);
            A(1+n3,(mgps(i+1,j)-3)*3+2)=y/sqrt(x^2+y^2);
            A(1+n3,(mgps(i+1,j)-3)*3+3)=0;
        end

        d=gpsafst(i+1,j);

        if hh==1
            P(1+n3,1+n3)=nn2/(sg^2+(d*1000)^2*sa^2);
        elseif hh==2
            if vhat(1+n3)==0
                P(1+n3,1+n3)=P(1+n3,1+n3);
            elseif abs(vhat(1+n3))>=3.7
                P(1+n3,1+n3)=1/abs(vhat(1+n3,1))^2;
            else
                P(1+n3,1+n3)=1;
            end
        else
            P(1+n3,1+n3)=P(1+n3,1+n3);
        end

        a=sqrt(x^2+y^2);

        k(1+n3,1)=d-a;
    end
end

[n14 m14]=size(k);
%k undersøges for for store vinkelbidrag
for j=1:n14,
    if k(j,1)>=300
        k(j,1)=k(j,1)-400;
    end
    if k(j,1)<=-300
        k(j,1)=k(j,1)+400;
    end
end

%ændringer til koordinater og kredsdrejningslementer udregnes
N=A'*P*A;
c=A'*P*k;

deltahat=N\c;

%resdualerne udregnes

```

```
vhat=(k*1000)-(A*deltahat);

%ændringerne lægges til de nuværende koordinater
for j=0:n1-7
    kord(j+3,2)=kord(j+3,2)+deltahat(j*3+1,1);
    kord(j+3,3)=kord(j+3,3)+deltahat(j*3+2,1);
    r(j+1,1)=r(j+1,1)+deltahat(j*3+3,1);
end

%stopkriteret undersøges
kk=k*1000;
nn=(kk'*P*kk)/(vhat'*P*vhat)
if ((0.9999<=nn)&&(nn<=1.0)) || ((1.0<=nn)&&(nn<=1.0001))
    break
end
end

kord=kord';

%koordinaterne skrives til uddatafil
fid=fopen('uddatatotalgps1.txt','w');
fprintf(fid, '%5g %9.3f %9.3f\n', kord);
fclose(fid);

[n3 m3]=size(A);

%spredning på vægtenheden udregnes
spred=sqrt((vhat'*P*vhat)/(n3-m3));

NN=N^-1;
[nnn1 nnn2]=size(NN);
spredning=[];

%spredningen for elementerne findes og skrives til uddatafil
for i=1:nnn1,
    spredning(i,1)=sqrt(spred^2*NN(i,i));
end

spredning=spredning';

fid=fopen('uddataspredning1.txt','w');
fprintf(fid, '%5.3f\n', spredning);
fclose(fid);

spredning=spredning';

sspredning=[];

%spredning for det enkelte punkt findes, og skrives til uddatafil
for i=0:n1-7,

sspredning(i+1,1)=sqrt((spredning((i*3)+1,1))^2+(spredning((i*3)+2,1)
)^2);
end

sspredning=sspredning';
```

```
fid=fopen('uddataspredning2.txt','w');  
fprintf(fid, '%5.2f\n', sspredning);  
fclose(fid);
```

BILAG 8: INDDATAFILER, OPSTILLINGSPUNKTER

kord.txt

4 346050.770 6186068.805
98 346558.157 6186240.788
16 346324.89 6186255.60
27 346529.72 6186255.53
19 346602.51 6186515.55
15 346889.71 6186288.12
26 346755.53 6186151.66
97 346627.20 6185964.64
25 346788.40 6185839.63
13 346875.11 6185689.08
92 346819.32 6185448.84
24 347067.71 6185398.57
91 347098.21 6185169.89
22 347170.53 6185259.28
12 347498.04 6185561.35
94 347270.91 6185697.35
21 347094.46 6186068.70
96 346940.62 6186152.40
95 347384.27 6186044.28
93 347479.22 6185588.10
1 347742.855 6186023.741
1001 347723.397 6186009.981
23 346947.464 6184936.741
803 346907.882 6184896.851

fiks1.txt

2 346558.155 6186240.785
23 346947.46 6184936.734
21 347742.853 6186023.739

Bilag: fiks2.txt

1 346050.770 6186068.805
24 346907.877 6184896.847
22 347723.397 6186009.981

gpsfiks.txt

21
23
2

gps.txt

3
18
16

BILAG 9: INDDATAFILER: SIGTEPUNKTER

mfiks.txt

3 5 6 7 8
11 12 13 -1 -1
16 15 20 -1 -1

mgpsfiks.txt

16 19 15 20 -1
11 10 12 13 14
5 19 10 13 11

mgps.txt

5 6 4 2 18 7 8 -1 -1 -1 -1
6 19 17 9 8 7 3 2 4 5 -1
17 21 20 15 14 13 23 12 11 10 9

mvink.txt

5 4 2 8 -1 -1 -1 -1
3 5 -1 -1 -1 -1 -1 -1
6 2 4 3 -1 -1 -1 -1
17 18 7 2 5 -1 -1 -1
6 18 9 8 2 -1 -1 -1
3 2 7 9 10 -1 -1 -1
8 7 10 -1 -1 -1 -1 -1
8 9 16 12 11 -1 -1 -1
10 12 23 -1 -1 -1 -1 -1
10 16 20 15 14 13 23 11
23 12 14 -1 -1 -1 -1 -1
20 15 13 12 -1 -1 -1 -1
14 12 16 21 -1 -1 -1 -1
17 19 21 20 15 12 10 -1
19 16 18 6 -1 -1 -1 -1
6 19 17 7 -1 -1 -1 -1
16 17 18 -1 -1 -1 -1 -1
14 12 16 21 -1 -1 -1 -1

mafst.txt

5 4 8 -1 -1
5 -1 -1 -1 -1
6 -1 -1 -1 -1
17 18 7 -1 -1
18 9 8 -1 -1
9 10 -1 -1 -1
10 -1 -1 -1 -1
16 12 11 -1 -1
12 -1 -1 -1 -1
16 20 15 14 13
14 -1 -1 -1 -1
20 15 -1 -1 -1
16 -1 -1 -1 -1
17 19 20 -1 -1
19 18 -1 -1 -1
19 -1 -1 -1 -1

BILAG 10: INDDATAFILER: VINKELOBSERVATIONER

fiksivink.txt

24.844 130.995 211.783 247.813 305.216

134.632 166.455 186.780 -1 -1

0.678 370.195 373.841 -1 -1

gpsfiksivink.txt

0.678 42.840 370.195 373.842 -1

134.632 144.137 166.456 186.782 188.761

130.995 235.674 287.611 291.072 300.528

gpsvink.txt

0 44.246 47.930 51.943 58.479 62.983 96.690 -1 -1 -1 -1

0 138.064 154.566 251.681 288.485 322.592 333.418 337.306 338.500 375.118 -1

0 89.720 158.988 162.585 242.577 248.382 253.835 266.261 296.210 326.908 346.493

vink.txt

0.000 47.931 51.948 96.696 -1 -1 -1 -1

0.000 117.355 -1 -1 -1 -1 -1 -1

0.000 67.552 74.740 109.453 -1 -1 -1 -1

0.000 24.957 97.265 138.776 190.44 -1 -1 -1

0.000 50.286 143.854 188.822 277.539 -1 -1 -1

0.000 35.621 89.504 193.206 204.575 -1 -1 -1

0.000 51.329 224.742 -1 -1 -1 -1

0.000 13.375 145.313 209.374 261.171 -1 -1 -1

0.000 98.188 169.864 -1 -1 -1 -1

0.000 75.293 109.794 114.251 196.783 228.827 253.485 349.982

0.000 155.021 206.770 -1 -1 -1 -1

0.000 4.582 195.319 311.526 -1 -1 -1 -1

0.000 24.411 81.782 178.433 -1 -1 -1 -1

0.000 48.344 89.720 158.990 162.586 266.261 326.906 -1

0.000 66.410 226.369 246.850 -1 -1 -1 -1

0.000 138.063 154.563 322.594 -1 -1 -1 -1

0.000 85.250 95.113 -1 -1 -1 -1

0.000 24.535 82.765 186.660 -1 -1 -1 -1

BILAG 11: INDDATAFILER: AFSTANDSOBSERVATIONER

fiksafst.txt

233.751 278.313 334.914 216.566 284.659

527.907 477.245 277.651 -1 -1

573.823 523.207 509.212 -1 -1

gpsfiksafst.txt

573.807 359.169 523.196 509.197 -1

527.889 755.810 477.231 277.639 392.169

278.312 849.155 636.274 1199.366 833.900

gpsafst.txt

380.323 565.759 204.829 233.742 624.321 443.007 419.576 -1 -1 -1 -1

144.948 456.632 175.138 347.847 365.361 185.084 624.320 392.539 423.641 496.178 -1

411.141 573.813 235.223 264.743 449.424 555.018 826.531 361.336 515.448 395.883

503.050

afst.txt

380.324 204.827 419.582 -1 -1

270.025 -1 -1 -1 -1

366.348 -1 -1 -1 -1

300.111 144.953 191.369 -1 -1

185.088 313.762 226.833 -1 -1

203.996 370.681 -1 -1 -1

173.747 -1 -1 -1 -1

395.892 348.551 246.631 -1 -1

253.423 -1 -1 -1 -1

361.338 453.071 460.086 173.138 230.709

114.985 -1 -1 -1 -1

451.011 445.531 -1 -1 -1

264.740 -1 -1 -1 -1

411.146 364.985 235.223 -1 -1

290.838 175.128 -1 -1 -1

456.637 -1 -1 -1 -1

BILAG 12: RESULTATER FOR DEN SAMLEDE UDJÆVNING

4	346050.770	6186068.805
98	346558.157	6186240.788
16	346324.886	6186255.595
27	346529.716	6186255.521
19	346602.504	6186515.546
15	346889.709	6186288.119
26	346755.531	6186151.663
97	346627.192	6185964.632
25	346788.399	6185839.627
13	346875.112	6185689.079
92	346819.320	6185448.840
24	347067.707	6185398.574
91	347098.210	6185169.891
22	347170.535	6185259.281
12	347498.038	6185561.346
94	347270.910	6185697.352
21	347094.460	6186068.704
96	346940.618	6186152.400
95	347384.270	6186044.287
93	347479.222	6185588.101
1	347742.855	6186023.741
1001	347723.397	6186009.981
23	346947.464	6184936.741
803	346907.882	6184896.851

BILAG 13: SPREDNINGER FOR DE ENKELTE ELEMENTER EFTER SAMLET UDJÆVNING

1.133
2.093
0.471
1.367
3.228
1.028
1.603
2.096
0.679
1.045
1.878
0.790
1.254
2.413
0.729
2.042
2.692
0.690
1.478
2.010
0.848
1.471
0.904
0.812
1.996
0.913
0.814
1.893
2.056
0.530
1.573
0.992
1.016
3.007
1.983
0.946
2.879
3.921
1.430
1.212
1.439
0.346
1.517
1.922
0.727
1.137
1.817
0.424
1.480
3.797
0.985
1.542

2.112
0.987

**BILAG 14: SPREDNING FOR HVERT PUNKT FUNDET I DEN
SAMLEDE UDJÆVNING**

2.38
3.51
2.64
2.15
2.72
3.38
2.49
1.73
2.19
2.80
1.86
3.60
4.86
1.88
2.45
2.14
4.08
2.62

BILAG 15: RESULTAT FOR DEN TERRESTRISKE UDJÆVNING

4	346050.770	6186068.805
98	346558.157	6186240.788
16	346324.885	6186255.597
27	346529.712	6186255.529
19	346602.501	6186515.550
15	346889.708	6186288.122
26	346755.534	6186151.669
97	346627.190	6185964.632
25	346788.398	6185839.627
13	346875.106	6185689.084
92	346819.314	6185448.846
24	347067.701	6185398.577
91	347098.205	6185169.894
22	347170.534	6185259.281
12	347498.035	6185561.342
94	347270.910	6185697.355
21	347094.462	6186068.709
96	346940.620	6186152.404
95	347384.274	6186044.290
93	347479.221	6185588.101
1	347742.855	6186023.741
1001	347723.397	6186009.981
23	346947.464	6184936.741
803	346907.882	6184896.851

**BILAG 16: SPREDNINGER FOR DE ENKELTE ELEMENTER
EFTER TERRESTRISK UDJÆVNING**

2.993
2.583
0.825
3.154
4.374
1.015
2.183
3.107
0.622
1.035
2.717
0.746
1.430
2.748
0.715
2.588
3.518
0.621
2.620
3.494
0.835
3.611
3.995
0.808
3.339
4.067
0.825
3.390
3.726
0.586
4.193
3.717
1.132
5.115
4.501
1.018
3.697
5.383
1.412
3.182
3.901
0.528
1.930
3.441
0.718
1.548
2.990
0.808
1.950
5.039
0.932
3.262

4.315
1.002

**BILAG 17: SPREDNING FOR HVERT PUNKT FUNDET I DEN
TERRESTRISKE UDJÆVNING**

3.95
5.39
3.80
2.91
3.10
4.37
4.37
5.39
5.26
5.04
5.60
6.81
6.53
5.03
3.95
3.37
5.40
5.41

BILAG 18: GPS UDJÆVNING**Network Adjustment Report***Project : udjn*

User name	Lbt	Date & Time	15:48:51 29-10-2005
Coordinate System	UTM	Zone	33 North
Project Datum	WGS 1984		
Vertical Datum		Geoid Model	DKGEOID98 (Denmark)
Coordinate Units	Meters		
Distance Units	Meters		
Height Units	Meters		

Adjustment Style Settings - lines 95% confidence limits**Residual Tolerances**

To End Iterations : 0,000010m

Final Convergence Cutoff : 0,005000m

Covariance Display**Horizontal**

Propogated Linear Error [E] : U.S.

Constant Term [C] : 0,000000000m

Scale on Linear Error [S] : 1,96

Three-Dimensional

Propogated Linear Error [E] : U.S.

Constant Term [C] : 0,000000000m

Scale on Linear Error [S] : 1,96

Elevation Errors were used in the calculations.

Adjustment Controls

Compute Correlations for Geoid : False

Horizontal and Vertical adjustment performed

Set-up Errors

GPS

Error in Height of Antenna : 0,004m

Centering Error : 0,002m

[Back to top](#)

Statistical Summary

Successful Adjustment in 1 iteration(s)

Network Reference Factor : 1,13

Chi Square Test ($\alpha=95\%$) : PASS

Degrees of Freedom : 50,00

GPS Observation Statistics

Reference Factor : 1,13

Redundancy Number (r) : 50,00

BILAG 19: RESULTAT AF GPS UDJÆVNING

15,6186288.119,346889.706,36.725,72.741
23,6184936.737,346947.469,33.315,69.331
25,6185839.636,346788.398,31.447,67.463
24,6185398.572,347067.702,34.294,70.308
22,6185259.284,347170.535,35.219,71.231
91,6185169.887,347098.211,33.509,69.522
92,6185448.838,346819.323,35.836,71.852
13,6185689.083,346875.109,36.818,72.834
95,6186044.286,347384.260,34.389,70.400
19,6186515.550,346602.505,30.915,66.935
12,6185561.353,347498.046,36.480,72.489
93,6185588.104,347479.222,35.745,71.755
1,6186023.742,347742.860,38.810,74.817
16,6186255.598,346324.880,25.810,61.833
21,6186068.710,347094.462,33.398,69.412
98,6186240.794,346558.156,29.399,65.419
26,6186151.666,346755.530,32.667,68.685
96,6186152.403,346940.619,34.195,70.211
97,6185964.642,346627.191,28.762,64.781
94,6185697.359,347270.910,34.671,70.683
0098,6186240.788,346558.157,29.335,65.355
0094,6185697.357,347270.910,34.562,70.574
0096,6186152.406,346940.614,34.166,70.182
0016,6186255.601,346324.884,25.839,61.862
0023,6184936.741,346947.464,33.276,69.292
0001,6186023.741,347742.855,38.919,74.927
27,6186255.527,346529.714,26.915,62.935

BILAG 20: HØJDEUDJÆVNINGSPROGRAM

```
load 'hoej.txt';
load 'kote.txt';
load 'rover.txt';
load 'master.txt';
load 'kord.txt';

A=[];
P=[];
k=[];

[n1 m1]=size(master);
[n2 m2]=size(rover);

hoej=hoej*1000;
kote=kote*1000;

for hh=1:10,

    for i=0:n1-1,
        for j=1:m2,
            [n3 m3]=size(A);

            if rover(i+1,j)==-1
                break
            end

            if (master(i+1,1)==2) || (master(i+1,1)==23) ||
(master(i+1,1)==21 || (master(i+1,1)==18) || (master(i+1,1)==16) ||
(master(i+1,1)==3)
                A(1+n3,(rover(i+1,j)-3)*3+1)=1;
            elseif (rover(i+1,1)==2) || (rover(i+1,1)==23) ||
(rover(i+1,1)==21 || (rover(i+1,1)==18) || (rover(i+1,1)==16) ||
(rover(i+1,1)==3)
                A(1+n3,(rover(i+1,j)-3)*3+1)=1;
            else
                A(1+n3,(master(i+1,j)-3)*3+1)=-1;
                A(1+n3,(rover(i+1,j)-3)*3+1)=1;
            end

            if hh==1
                P(1+n3,1+n3)=1;
            elseif hh==2
                if vhat(1+n3,1)==0
                    P(1+n3,1+n3)=P(1+n3,1+n3);
                elseif vhat(1+n3,1)>=3
                    P(1+n3,1+n3)=1/vhat(1+n3,1);
                else
                    P(1+n3,1+n3)=P(1+n3,1+n3);
                end
            else
                P(1+n3,1+n3)=P(1+n3,1+n3);
            end
        end
    end
end
```

```

        if (master(i+1,1)==2) || (master(i+1,1)==23) ||
(master(i+1,1)==21 || (master(i+1,1)==18) || (master(i+1,1)==16) ||
(master(i+1,1)==3)
            k(1+n3,1)=-kote(i+1,1)-hoej(i+1,j)+(kote(i+1,1)+hoej(i+1,j));
        elseif (rover(i+1,1)==2) || (rover(i+1,1)==23) ||
(rover(i+1,1)==21 || (rover(i+1,1)==18) || (rover(i+1,1)==16) ||
(rover(i+1,1)==3)
            k(1+n3,1)=-kote(i+1,1)+hoej(i+1,j)+(kote(i+1,1)-hoej(i+1,j));
        else
            k(1+n3,1)=-hoej(i+1,j)+(kote(i+1,1)+hoej(i+1,j))-
(kote(i+1,1)+hoej(i+1,j));
        end
    end
end

N=A'*P*A;
c=A'*P*k;

deltahat=N\c;
vhat=(k*1000)-(A*deltahat);

[n4 m4]=size(kord);

for j=1:n4-9,
    hoej(j,1)=kord(j,1)+deltahat(j,1);
end

kk=k*1000;
nn=(kk'*P*kk)/(vhat'*P*vhat)
if ((0.9999<=nn)&&(nn<=1.0)) || ((1.0<=nn)&&(nn<=1.0001))
    break
end
end

[n3 m3]=size(A);

kord=kord';

fid=fopen('uddatahoejde.txt','w');
fprintf(fid, '%5g %9.3f %9.3f\n', kord);
fclose(fid);

spred=sqrt((vhat'*P*vhat)/(n3-(n4-9)))

NN=N^-1;
[nnn1 nnn2]=size(NN);
spredning=[];

for i=1:nnn1,
    spredning(i,1)=sqrt(spred^2*NN(i,i));
end
sspredning=[];
[nnn3 nnn4]=size(spredning);

for i=0:n4-10,
```

```
sspredning(i+1,1)=sqrt((spredning((i*3)+1,1))^2+(spredning((i*3)+2,1)
)^2);
end
```

BILAG 21: INDDATAFILER TIL HØJDEUDJÆVNING

hoej.txt

5.134 10.762 1.107 6.893 2.961 -1 -1 -1 -1
-0.778 -2.749 -5.426 -1.576 -7.311 -3.290 2.551 0.302 -1
1.098 1.955 0.643 -1.061 -0.280 1.262 2.232 -3.162 -1.157
-2.408 -3.223 -4.430 -1 -1 -1 -1 -1 -1
2.566 3.552 1.030 0.261 1.957 -1 -1 -1 -1
1.533 5.123 7.455 4.180 6.474 -1 -1 -1 -1

kote.txt

25.839
34.166
34.562
38.919
33.276
29.329

rover.txt

5 6 4 7 8 -1 -1 -1 -1
17 9 8 7 4 5 6 19 -1
20 15 14 13 12 11 10 9 17
15 20 19 -1 -1 -1 -1 -1 -1
11 10 12 13 14 -1 -1 -1 -1
6 19 10 13 11 -1 -1 -1 -1

master.txt

3
18
16
21
23
2