IMM
INSTITUTE OF MATHEMATICAL MODELLING

Technical University of Denmark
DK-2800 Lyngby – Denmark

J. No. x611
1995-08-10
hs

Måleusikkerhedens Relation til Tolerancen

Henrik Spliid

TECHNICAL REPORT

IMM-REP-1995-15

IMM

Måleusikkerhedens Relation til Tolerancen

af

Henrik Spliid

IMM
Institut for Matematisk Modellering
Danmarks Tekniske Universitet, 2800 Lyngby

Udarbejdet til
Temadag d. 11. august 1993
Foreningen for Værkstedsteknisk Metrologi

Abstract

Begrebet måleusikkerhed som beskrivelse af den mere eller mindre tilfældige variation af måleresultatet, man vil opleve ved gentagne målinger på samme emne diskuteres. I en kontrolsituation, f.eks. ved kontrol af et tolerancekrav, vil en sådan måleusikkerhed have væsentlig betydning, såfremt tolerancen og usikkerheden er af samme størrelsesorden. Det diskuteres, hvorledes måleusikkerhed og kontrolregler kan håndteres. Sluttelig diskuteres kort, hvorledes måleusikkerhed i forbindelse med kontrol kan vurderes, og hvorledes den kan overvåges, identificeres og eventuelt mindskes.

Let revideret version, HS, august 1995.

Måleusikkerhed

De 4 organisationer International Organization for Standardization (ISO), International Electrotechnical Commission (IEC), International Organization of Legal Metrology (OIML) og International Bureau of Weights and Measures (BIPM) har i fællesskab udarbejdes en "Guide to the expression of uncertainty in measurement", kort omtalt som TAG 4.

Guidens overordnede formål er (i min oversættelse)

1) At understøtte og udbrede information om, hvorledes man kan udtrykke usikkerhed
2) Danne grundlag for international sammenligning af måleresultater

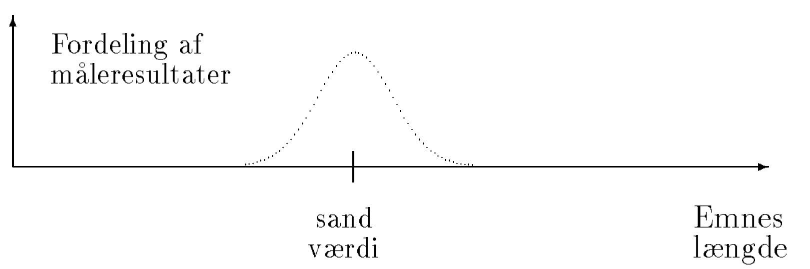
Disse formålsangivelser viser, at der findes et behov for at få et mere ensartet grundlag for at udtrykke usikkerheder, og at der stræbes imod at udtryk for usikkerhed skal kunne opfattes ens, uanset anvendelsesområde, branche eller hvilken (national) traditionen, der hidtil har været gældende.

Ved måleusikkerhed forstås generelt et kvantificeret udtryk for den pålidelighed, man kan knytte til en opgivet måleværdi. Det vil sige, at der til et opgivet længdemål, som f.eks. 90.3 mm, knyttes en usikkerhedsangivelse som ± 0.2 mm. Man skriver f.eks., at længden af et bestemt forelagt emne er fundet til

$$L = 90.3 \text{ mm } \pm 0.2 \text{ mm}$$

Det har tidligere været almindeligt at opfatte en sådan opgivelse, dvs. intervallet $[90.1 - 90.5]$ mm som et interval inden i hvilket, den sande diameter for det konkret forelagte emne (helt sikkert !) ligger.

Forestiller man sig, at målingen er foretaget med en skydelære, udtrykker intervallet sædvanligvis det forhold, at instrumentets visning, anvendt på et og samme emne under de forhold, det er forudsat benyttet, af forskellige personer og til forskellig tid, vil medføre lidt forskellige resultater.



Figur 1

Ovenstående figur 1 viser i form af en sandsynlighedsfordeling, hvorledes man kan forestille sig, måleværdier fordeler sig omkring den sande værdi.

Usikkerhedsangivelsen tjener det formål, at en køber eller bruger af emnet kan vurdere, hvor emnets sande længde kan ligge i forhold til den opgivne værdi.

Sikker usikkerhed

Traditionelt har opfattelsen af et usikkerhedsområde ofte været den, at det opgivne interval har været "sikkert" eller "konservativt", forstået på den måde, at intervallet var så bredt, at det (praktisk taget) altid indeholdt den sande værdi. Ofte blev intervallet angivet unødigt bredt for at være "på den sikre side". I tilfælde, hvor måleusikkerheden stadig er beskeden i forhold til den tolerance, der iøvrigt er på et emne, indebærer dette ikke store problemer.

Men i tilfælde, hvor, eksempelvis, tolerancen er snæver, vil et unødigt bredt usikkerhedsinterval skabe tvivl om overholdelse af tolerancekravet. Ligeledes vil det være uheldigt at basere andre usikkerhedsvurderinger (som ved sammensatte emner med flere komponenter) på et unødigt bredt interval for enkelte komponenter, eftersom den resulterende beregnede usikkerhed derved bliver unødigt stor.

Realistisk usikkerhed

Når der ved en måling bestemmes en måleværdi for et emne, bør der stræbes efter det bedste skøn over den faktiske værdi såvel som det bedste skøn over den usikkerhed, der kan knyttes til den fundne værdi.

Usikkerheden bør angives på en sådan måde, at det er helt forståeligt for brugeren, hvad usikkerhedsudsagnet dækker. For at opnå dette, er det nødvendigt at at inddrage (lidt) statistik.

Når der foretages en måling, kan der være mange årsager til, at måleresultatet ændres lidt væk fra den "sande" værdi. Nogle årsager kan elimineres ved korrektion af måleresultatet; det kan eksempelvis være nulpunktsjustering, skalajustering, temperaturkorrektion etc. Disse kilder til afvigelser omfattes kun af måleusikkerheden i det omfang, der ikke korrigeres for dem.

Andre kilder til afvigelser kan være personafhængig aflæsning og håndtering, omgivelsernes mere eller mindre tilfældige afvigelser fra idealværdier, instrumentets opløsningsevne, hysterese i instrumentet, drift i instrumentet under måling, upræcis fastlæggelse af måleprocedure og almindelig tilfældig variation mellem måleresultater opnået under tilsyneladende helt identiske omstændigheder, for at nævne nogle vigtige eksempler. Det er ikke afgørende, om disse afvigelser er helt tilfældige. Der kan være afvigelser, som (mellem kalibreringer, eksempelvis) er konstante, og som også kan omfattes af måleusikkerheden.

I mange sammenhænge kaldes disse afvigelse for **målefejl**, men det er vigtigt, at præcisere, at der ikke er tale om fejl i sædvanlig forstand, dvs fejl, der kan rettes, undgås, eller som man kender nøjagtigt. Derimod er der tale om afvigelser, der naturligt fremkommer som resultat af den anvendelse, der gøres. Hvorvidt disse afvigelser er store eller små beror på instrumentet selv og til en vis grad på, om det anvendes med omhu, herunder om det kalibreres regelmæssigt. Men det forudsættes, at instrumentet anvendes principielt korrekt. Ordet "målefejl" er derfor ikke generelt nogen god term, men kan ofte med fordel udskiftes med "afvigelser".

Det er størrelsen af disse afvigelser, der bør beskrives med den usikkerhedsangivelse, man knytter til en måling.

Kvantificering af usikkerhed

Den grundlæggende tanke er, at afvigelserne mellem den faktiske værdi og den værdi, som aflæses på måleinstrumentet, følger en **statistisk fordeling**, som antydet i figur 1. Det skal forstås på den måde, at **det samme emne**, målt som det nu forgår med det givne apparatur, på et værksted, til forskellig tid, osv, giver forskellige værdier. Følgende tabel giver et eksempel på usikkerhed:

Afstandsstykke, type A3, prod. nr. 020643, Emnet produceret d. 23/1-93 på fræser nr. XII					
Resultat af 5 målinger med skydelære Dato, operatør og værktøj varieres					
Dato	3/2	4/5	6/5	23/5	2/6
Operatør	HH	EN	EN	AS	PR
Skydelære nr	6	2	9	7	4
Værdi opnået	90.25	90.35	90.20	90.30	90.35

Man noterer, at der er tale om gentagne målinger på samme emne, og at variationen af værdierne stammer fra måleprocessen, medens emnet er det samme.

Regner man gennemsnit og spredning ud for disse resultater, repræsenterer spredningen et udtryk for måleusikkerheden.

$$\text{Gennemsnit} = (90.25 + 90.35 + 90.20 + 90.30 + 90.35)/5 = 90.29$$

$$\text{Spredning} = \sqrt{[(90.25 - 90.29)^2 + \cdots + (90.35 - 90.29)^2]/(5-1)} = 0.065$$

Denne spredning kan kaldes en **standard usikkerhed** for den pågældende måleproces, og den er et estimat på spredningen i den statistiske fordeling, som man tænker sig, måleafvigelserne følger. Almindeligvis baserer man denne vurdering på flere målinger end eksemplets 5, gerne mindst 25 – 30.

Eksemplets spredning er altså ikke et udtryk for variationen mellem forskellige emner fra samme produktion, men kun for måleprocessens variation.

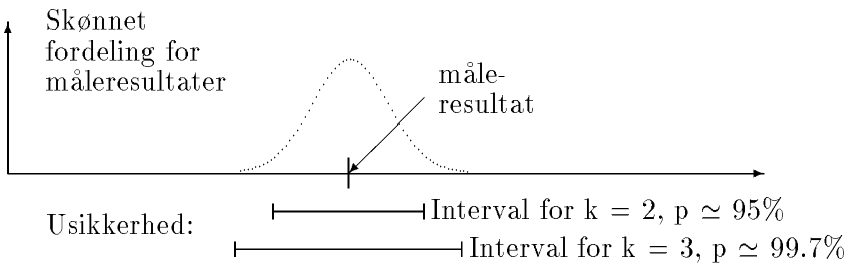
De hyppigste måder at angive måleusikkerheden på er i form af denne **standard usikkerhed** eller et **usikkerhedsinterval**. Et sådant interval kaldes også en **ekspanderet usikkerhed**.

Usikkerhedsintervallet konstrueres som følger:

$$\text{Usikkerhedsinterval} = \text{målt værdi} \pm \text{k} \times \text{standardusikkerhed}$$

Faktoren k kaldes "coverage factor". Vælges k=2, gælder det (under rimelige forudsætninger om udseendet af fordelingen af afvigelserne og, at der anvendes mindst 25 – 30 målinger), at der er nær ved 95% sandsynlighed for, at et interval konstrueret på denne måde vil omslutte den sande værdi af emnets mål. Vælges k=3, vil denne sandsynlighed vokse til nær 99.7%.

Den sandsynlighed, som knyttes til et usikkerhedsinterval, kaldes gerne intervallets **konfidensgrad**.



Figur 2

Ved angivelse af usikkerheden ved en måling i form af et interval, må den benyttede "coverage factor", k, også opgives således, at den underliggende standardusikkerhed kan identificeres og, i givet fald, benyttes i efterfølgende usikkerhedsberegninger.

En usikkerhedsangivelse baseret på data benævnes gerne en **type A** usikkerhed. I tilfælde, hvor usikkerheden er udledt på basis af opgivne apparategenskaber, subjektivt skønnede usikkerheder, fabrikantopgivelser mv. taler man om en **type B** usikkerhed. Det bør tilstræbes, at begge typer usikkerhed repræsenterer realistiske vurderinger af den variation, som gentagne målinger på samme emne vil udvise. I givet fald må der udføres en sammenlignende undersøgelse.

Tolerancer og måleusikkerhed

Under udarbejdelse er en ISO standard "Geometrical Product Specification – GPS, Inspection of workpieces and measuring instruments", ISO/TC3/TG1. Standarden beskæftiger sig med beslutningsregler for at erklære emner for acceptable eller ikke acceptable i forhold til specificationer givet i form af tolerancegrænser.

Tolerancer er som bekendt specifikationsgrænser for et mål på den aktuelle type emner. Grænserne er fastlagt således, at emner, der har målet inden for grænserne, anses for korrekt udført emner.

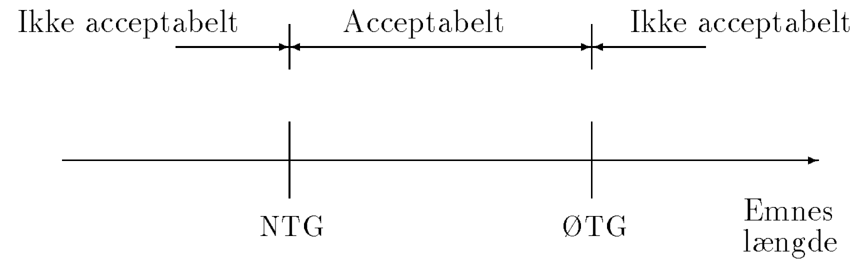
Vi har de almindelige betegnelser:

$$\text{ØTG} = \text{Øvre tolerancegrænse}$$

$$\text{NTG} = \text{Nedre tolerancegrænse}$$

Det har været almindelig praksis at benytte et foreskrevet måleinstrument og ved hjælp heraf konstatere, hvorvidt den fundne måleværdi lå mellem tolerancegrænserne uden specifik hensyntagen til en eventuel måleusikkerhed ved instrumentet.

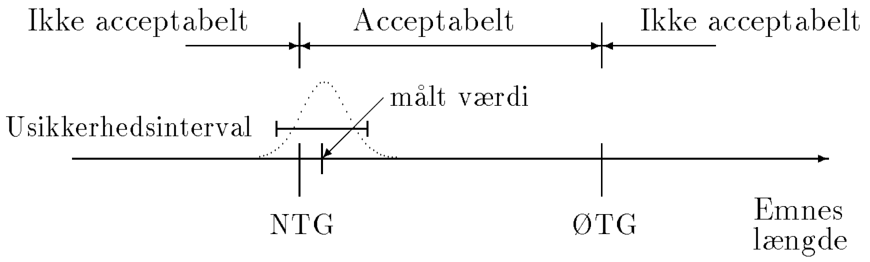
Emner med konstateret måleværdi mellem grænserne betragtes herefter som acceptable, dvs overensstemmende med specifikationerne (conformance), medens de resterende emner betragtes som ikke acceptable, dvs ikke overensstemmende (non conformance) med specifikationerne.



Figur nr 3

Er forholdene imidlertid sådan, at den faktiske værdi af det betragtede emnes mål kun kan bestemmes pånær en vis usikkerhed, vil der være tvivl om, hvorvidt det forelagte emne faktisk er beliggende i det "acceptable" område eller i det "ikke acceptable" område.

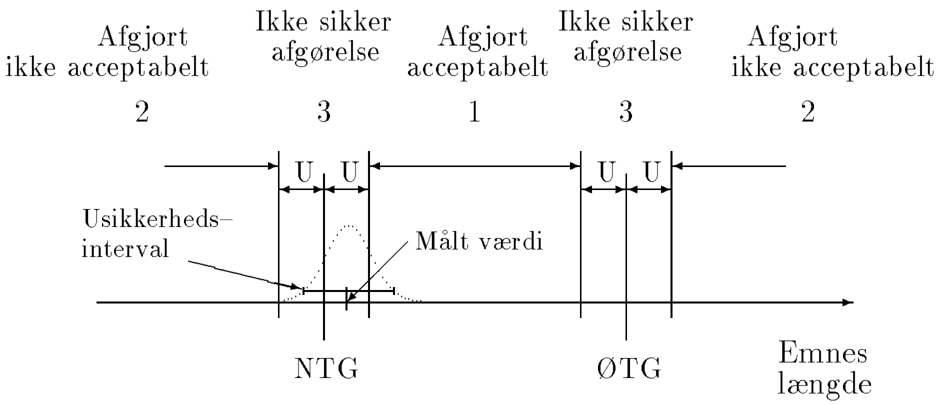
I figur 4 er vist et eksempel på udfaldet af en måling af et emne i forhold til angivne tolerancegrænser. Samtidig er indtegnet usikkerhedsinterval for den fundne måleværdi.



Figur 4

Man ser, at selv om den fundne måleværdi ligger inden for tolerancegrænserne, er det ikke helt sikkert, at emnets faktiske mål også er beliggende i det acceptable område.

Såfremt usikkerhedsintervallet omfatter en af kontrolgrænserne, vil man ikke med sikkerhed kunne sige, om emnet faktisk overholder det stillede tolerancekrav. Kaldes den halve længde af usikkerhedsintervallet U (= k×standardusikkerheden), ser man på figur 5, hvorledes der på denne måde bliver 3 områder mht afgørelse af, om emnet er acceptabelt eller ej.



Figur 5

Grænserne for det "ikke sikkert afgjorte" område, **3**, er bestemt således, at usikkerhedsintervallet for måleværdier, som ligger uden for området, ikke omfatter en af tolerancegrænserne. Områdets bredde bliver derved netop lig med usikkerhedsintervallets bredde.

I figuren er indtegnet en måleværdi for et emne, og man ser, at usikkerhedsintervallet for måleværdien omfatter NTG, og det kan derfor ikke sikkert konkluderes, at emnet overholder tolerancekravet.

Hvem skal usikkerheden komme til gode ?

En måleværdi, som falder i et af områderne **1** eller **2**, kan altså benyttes til sikkert at acceptere eller afvise et emne, men falder værdien i område **3**, skal der tages stilling, om emnet skal accepteres eller afvises.

Producenten

Hvis det for emnets videre anvendelse ikke er essentielt, at det enkelte emnes mål faktisk ligger inden for tolerancegrænserne, vil det være naturligt at lade usikkerheden komme producenten til gode ved at lade emner med måleværdi i område **3** medføre godkendelse.

Tolerancegrænserne er i dette tilfælde nærmest at betragte som tilstræbte værdier, og kontrollen har det formål at sikre, at de ikke klart er overtrådt.

Konsekvensen heraf er, at et vist antal emner, som faktisk ikke overholder tolerancekravet, vil blive betragtet som acceptable. Derved får producenten fordelen ved måleusikkerheden.

Brugeren

Hvis det modsætningsvis er essentielt for den videre brug af emnet, at det faktisk ligger inden for tolerancegrænserne, må en målt værdi i område **3** medføre afvisning af det forelagte emne.

Konsekvensen er, at et vist antal emner, som faktisk overholder tolerancekravet, alligevel vil blive betragtet som ikke acceptable. Man kan sige, at usikkerheden derved kommer brugeren tilgode.

Konsekvensen for producenten er, at han må holde sin produktion inden for snævrere end grænser end egentlig påkrævet alene på grund af usikkerheden omkring målingen af emnerne.

Praksis

Løsningen på problemet i en kontrolsituation vil kun undtagelsesvis bestå i, at der foretages yderligere målinger, foretages kalibrering af måleudstyret eller måske benyttes mere nøjagtigt måleudstyr. Man vil på denne måde ikke eliminere problemet, højst gøre det mindre.

I stedet må der under hensyntagen til producentens muligheder, brugerens behov og måleudstyrets nøjagtighed fastlægges eentydige **tolerancegrænser for måleværdierne**.

Man kan med andre ord ikke i praksis operere med en beslutningsregel, som ender "uafgjort", eller som efterlader tvivl om afgørelsen og derved kan lede til tvistigheder.

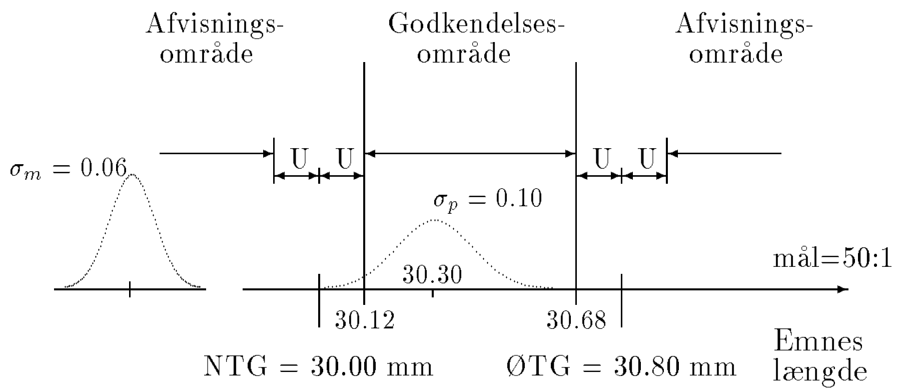
Brugsbaserede tolerancer

For emner, som af hensyn til den fremtidige anvendelse skal overholde eksempelvis et bestemt tekniske tolerancekrav, vil det være rimeligt at konstruere et tolerancekrav for måleværdier, som sikrer, at emner, som derved erklæres acceptable, også vil overholde det tekniske tolerancekrav med stor sikkerhed. Hvis det tekniske tolerancekrav er givet ved NTG og ØTG som i figur 5, vil det tilsvarende acceptable område for måleværdier netop blive området **1**. Det fradrag i det acceptable område, der derved bliver tale om, bør aftales mellem producent og bruger. Samtidig vil det være naturligt, at den part, der udfører målingen, foretager løbende kontrol af sin måleproces og dokumenterer denne kontrol.

Produktionsbaserede tolerancer

Hvis, modsætningsvis, en kontrol af et tolerancekrav alene har til formål at sikre, at emnernes mål ikke klart overskrider en given tolerance, kunne områderne **1** og **3** benyttes som det acceptable område. På samme måde som ovenfor bør tillægget til det acceptable område, der derved bliver tale om, aftales mellem producent og bruger, ligesom kontrolforanstaltninger mht måleprocessen bør aftales.

Konsekvenser af måleusikkerhed på godkendelse/afvisning



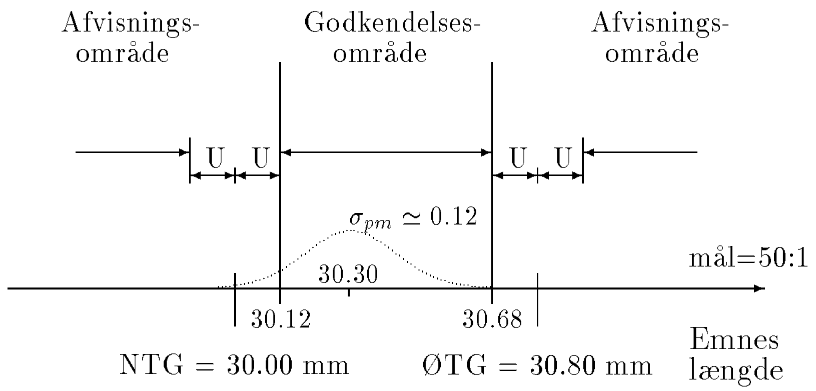
Figur 6

I figur 6 vises et eksempel på en produktion, hvor der er fastsat tekniske tolerancegrænser på 30.00 mm og 30.80 mm. Måleprocessen måler med en standard usikkerhed på 0.06 mm og med afvigelser, som kan beskrives rimeligt godt med en normalfordeling. Det er krævet, at emnerne ubetinget må ligge inden for tolerancegrænserne for, at de kan anvendes fremover.

På grund af usikkerheden ved målingen indsnævres godkendelsesområdet derfor til området fra 30.12 mm til 30.68 mm, idet der fradrages $2 \times 0.06 = 0.12$ mm i begge ender af toleranceintervallet.

I det viste eksempel forestiller man sig, at produktionen foregår med en middelværdi på 30.30 mm og med en spredning på 0.10 mm med en variation, som ligeledes kan beskrives med en normalfordeling. Det faktiske antal emner fra produktionen, som er beliggende udenfor de tekniske tolerancegrænser (30.00 og 30.80), bliver derved under 0.2%, som det også fremgår af figuren.

De måleværdier, man vil opleve i denne situation, vil variere dels som følge af, at de enkelte emner ikke er ens (spredning 0.10) og dels som følge af måleusikkerheden (spredning 0.06). Den kombinerede spredning vil være ca 0.12 mm, og måleværdierne vil (forudsat måleafvigelsernes middelværdi er 0) få middelværdien 30.30.



Figur 7

Figur 7 viser fordelingen af måleværdierne ved kontrolmåling af emner fra eksemplets produktion samt de tolerancegrænser, der vil gælde for disse måleværdier.

Man kan nu beregne den andel af emnerne, som ved kontrolmåling vil blive klassificeret som "ikke acceptable" under disse betingelser. Ved hjælp af lidt sandsynlighedsregning finder man, at en andel på ca 6% vil blive klassificeret som "ikke acceptable".

Følgende tabel giver en oversigt over, hvilken betydning måleusikkerheden vil have på eksemplets produktion ved anvendelse af "coverage factor" k = 2, med produktionsmiddelværdi 30.30 mm og produktionsspredning 0.10 mm.

Spredning af måleusikkerhed	Grænser for måleværdier	Andel emner som findes ikke acceptable
0.02	30.04 – 30.76	ca 0.2 %
0.04	30.08 – 30.72	ca 2 %
0.06	30.12 – 30.68	ca 6 %
0.08	30.16 – 30.64	ca 14 %

Man ser, hvorledes usikkerheden i måleprocessen ved denne kontrol får en afgørende indflydelse på andelen af tilsyneladende ikke acceptable emner i en produktion, som i virkeligheden er god i forhold til det stillede tekniske krav.

Eksemplet illustrerer den store betydning, måleusikkerheden kan have i forbindelse med eksempelvis kvalitetskontrol, når denne usikkerhed indsnævrer tolerancegrænserne i væsentlig grad.

Kontrol og justering af måleprocessen

Usikkerheden i forbindelse med måleprocedurer stammer ikke alene fra instrumentet, som anvendes. Variationer de fysiske omgivelser, personalets omhu og håndtering eller målingens praktiske tilrettelæggelse (tilgængelighed), kan også have inflydelse – for at nævne nogle eksempler. Kontrol af måleprocessen bør omfatte alle sådanne forhold, hvis der skal sikres nøjagtige og pålidelige måleresultater.

Der er udarbejdet en udmærket referencemanual "Measurement Systems Analysis, Reference Manual" af Crysler, Ford og General Motors i samarbejde med American Society for Quality Control, Supplier Quality Requirements Task Force. Heri findes en god gennemgang af begreber og aktiviteter, som er vigtige i forbindelse med vurdering, kontrol og justering af virksomhedens måleprocedurer. Der benyttes især kontrolkortmetoder.

Af E.L. Hjort, H.B. Nielsen og P. Thyregod er i samarbejde med Dansk Standard udarbejdet en håndbog "SPC, Statistisk Processtyring, Kontrolkort og proceskapabilitet". Heri gives en kortfattet indføring i statistisk processtyring, og de vigtigste kontrolkort gennemgåes med udgangspunkt i relevante ISO standarder.

Endelig kan der henvises til ISO 10012, Quality Assurance Requirements for Measuring Equipment.

Systematisk variation, kalibrering

Det kan ikke forudsættes, at et een gang kalibreret instrument vedblivende måler med en vis begrænset usikkerhed eller med begrænset systematisk middelfejl. Slidtage, stød, korrosion, overbelastning mm kan, uden at man er opmærksom på det, ændre instrumentets visning. Det er derfor nødvendigt med regelmæssige mellemrum at kontrollere det, i forhold til en relevant og tilstrækkeligt nøjagtig (intern eller extern) standard. Kalibreringen eliminerer først og fremmest instrumentets systematiske afvigelse fra det ideelle.

Der må føres statistik over kalibreringsresultaterne, gerne i form af kontrolkort.

Repeterbarhed

Selv om et instrument måler nøjagtigt og ensartet under idelle forhold (under kalibrering, f.eks.), vil der under praktiske forhold optræde en vis variation af måleværdier, opnået på et og samme emne med samme instrument inden for et kort tidsrum. Denne korttidsvariation kaldes ofte måleprocedurens repeterbarhed, og den omfatter instrumentets egen variation såvel som variationskilder fra positionering af emnet under målingen, operatørens anlægstryk, operatørens aflæsningsunøjagtighed og lignende. Der kan udføres repeterbarhedsundersøgelser under produktionsbetingelser, og det er vigtigt, at de indgår i en løbende rutine, da man ellers let opnår urealistisk "gode" resultater.

Også her kan kontrolkortmetoder med fordel benyttes.

Reproducerbarhed

Variation af måleprocessen, som hidrører fra variation mellem forskellige operatører, variation mellem målinger til forskellig tid (hvor der f.eks. kan være forskel på temperatur, fugtighed, lufttryk, strømforsyning, belysning og meget andet), variation mellem parallelt benyttede udgaver af instrumentet, tilfældig (men ikke systematisk) drift (op og ned) af instrumentet, kaldes , sammen med repeterbarheden, under eet reproducerbarheden. Det på side 3 viste lille eksempel på beregning af en måleusikkerhed illustrerer også vurdering af reproducerbarhed.

Eksempelvis udviser mange instrumenter temperaturdrift, og det kan være af stor betydning, at temperaturen holdes inden for et begrænset interval under målingen. I visse tilfælde er instrumenter fra fabrikantens side forsynet med realistiske og brugbare oplysninger herom, men ofte er sådanne oplysninger svært gennemskuelige eller opgivet på en ikke umiddelbart brugbar måde. I sådanne tilfælde kan det være nødvendigt at gennemføre en egentlig usikkerhedsanalyse af instrumentet, hvor de mest relevante influerende variationskilder inddrages.

Samtidig bør der også føres statistik, helst i form af kontrolkort eller lignende, over denne form for tilfældig langtidsvariation. Dette kan eksempelvis gøres ved, at der med passende tidsmellemrum foretages rutinemæssig (helst blind) måling af en intern standard.

I den nu ny-udkomne og stærkt reviderede standard ISO 5725 (ultimo 1994) har begrebet reproducerbarhed fået en delvis ny betydning, idet denne nu gerne knyttes til en bestemt målemetode (generelt), og ud over variationskilder som de nævnte forudsættes den også at omfatte en eventuel variation mellem forskellige laboratorier eller måleværksteder f.eks. I ISO 5725 terminologi ville man kalde den her beskrevne variation, som alene omfatter variationskilder inden for et laboratorium eller måleværksted, for et intermediært variationsmål.

Afslutning

Det er i mange måle– og kontrolprocedurer nødvendigt, at usikkerhed i forbindelse med måleprocessen kvantificeres på et realistisk grundlag til forskel fra mere konventionelle maximalgrænser.

Hvis måleusikkerheden ikke er negligibel i forhold til specifikationer i form af tolerancer, er det væsentligt at tage stilling til, hvorledes denne usikkerhed behandles i forhold til klassifikation af emnerne som "acceptable" eller "ikke acceptable".

Denne hensyntagen kan medføre store konsekvenser for producenten og/eller for brugeren af det givne produkt, som vist ved et simpelt eksempel.

Endelig er der peget på nogle variationskilder og på nogle veje til forbedret kontrol og justering af måleprocessen.

. o O o .