

ADAPTIV REGULERING AF IKKESTATIONÆRE PROCESSER

DEL 1

Niels Kjølstad Poulsen

**LYNGBY 1982
EKSAMENSPROJEKT
NR 5/82**

imsor

Trykt af **INSO**, DTH

FORORD.

Nærværende rapport er resultatet af undertegnedes eksamens - projekt ved Institutet for Matematisk Statistik og Operations - analyse (IMSOR) i efteråret 1981.

Jeg vil gerne her benytte lejligheden til at takke min vejleder, Tekn. Dr. Jan Holst, for den gode og velvillige vejledning, som jeg har modtaget gennem projektets forløb.

I projektet er der undersøgt tre generelle selvindstillende regulatoralgoritmer. Hovedvægten er lagt på undersøgelser af disses egenskaber overfor ikke stationære forstyrrelser. Forstyrrelserne kan f. eks. bestå af støj, hvori der forekommer spidser. Endvidere kan støjens middelværdi variere i spring. Der er i projektet foreslået forbedrende udvidelser af algoritmerne med henblik på egenskaberne overfor ikke stationære forstyrrelser. Også disse udvidelser er undersøgt med simulationer.

København, 30. januar, 1981

Niels Kjølstad Poulsen

Niels Kjølstad Poulsen

Niels Kjølstad Poulsen

INDHOLDSFORTEGNELSE:

FORORD -----	1
INDHOLDSFORTEGNELSE -----	2
Kapitel 1: INDLEDNING -----	5
Kapitel 2: PROCESBESKRIVELSEN -----	9
Kapitel 3: IDENTIFIKATION -----	21
3.1 Mindste kvadraters metode -----	24
3.2 Eksponentiel glemsel -----	27
3.3 Udvidet mindste kvadraters metode -----	29
3.4 Udvidet kalmanfiltrering -----	29
3.5 Maximum likelihood estimation -----	31
3.6 Samlet beskrivelse -----	32
3.7 Konvergensanalyse -----	34
3.8 Identifikation og regulering -----	36
Kapitel 4: ADAPTIV REGULERING -----	39
Kapitel 5: ADATIVE REGULERINGSALGORITMER -----	43
5.1 Den generaliserede minimalvariansregulator -----	45
5.1.1 Dimensionering overfor kendt objekt -----	47
5.1.2 Den selvindstillende regulator -----	54
5.1.3 Specialtilfælde -----	61
5.1.3.1 Den basale minimalvariansregulator -----	62
5.1.3.2 MV1 - regulatoren -----	65
5.1.3.3 Modelfølger, MV2 -----	70
5.1.3.4 MV3 - regulatoren -----	74

5.2 Deadbeatregulatorerne -----	76
5.2.1 Dimensionering overfor kendt objekt -----	77
5.2.1.1 DBo - regulatoren -----	81
5.2.1.2 DBI - regulatoren -----	84
5.2.2 Den selvindstillende deadbeatregulator -----	88
5.3 Den generelle polplaceringsregulator -----	92
5.3.1 Polplacering for kendt objekt -----	93
5.3.1.1 Deterministisk dimensionering -----	96
5.3.1.2 Stokastisk dimensionering -----	103
5.3.2 Den adaptive polplaceringsregulator -----	104
5.3.3 Specialtilfælde -----	112
5.3.3.1 Selvindstillende polplaceringsregulator ---	113
5.3.3.2 Stokastiske versioner -----	115
Kapitel 6: STATIONÆRE FORSTYRRELSER -----	117
6.1 Objekt I -----	127
6.1.1 Basal minimalvariansregulering -----	132
6.1.2 Polplaceringsregulering -----	151
6.1.3 Deadbeatregulering 1 -----	177
6.1.4 Deadbeatregulering 2 -----	193
6.1.5 MV2 - regulering -----	206
6.1.6 MV1 - regulering -----	227
6.2 Objekt II -----	241
6.2.1 Basal minimalvariansregulering -----	243
6.2.2 Polplaceringsregulering -----	266
6.2.3 Deadbeatregulering 1 -----	284
6.2.4 Deadbeatregulering 2 -----	298
6.2.5 MV2 - regulering -----	312
6.2.6 MV1 - regulering -----	323
6.3 Sammendrag -----	332

Kapitel 7: IKKE STATIONÆRE FORSTYRRELSER -----	337
7.1 Standardalgoritmerne -----	341
7.2 Glemselsfaktor -----	367
7.3 Kalmanfiltrering -----	387
7.4 Afledt model -----	423
7.5 Integralvirkning -----	427
7.6 Fejldetektor -----	436
7.7 Robust identifikation -----	477
7.8 Robust adaptiv regulering -----	505
 Kapitel 8: KONKLUSION -----	 541
 APPENDIX -----	 545
1. Prediktor -----	546
3. Valg af model -----	549
4. Valg af observerpolynomie -----	555
5. Overføringsfunktioner -----	562
6. Specifikke overføringsfunktioner for objekt II -----	567
7. Simplificeret stabilitet -----	571
8. Brugervejledning -----	573
9. Programmel -----	582
 LITTERATUR LISTE -----	 620

KAPITEL 1

1. Indledning.

1. Indledning.

I den klassiske kontrolteori dimensioneres regulatoren ud fra et formodet kendskab til det foreliggende objekt. Ved anvendelse af teknikker fra den moderne reguleringsteori inkluderes også omgivelsernes påvirkninger i dimensioneringen. I mange tilfælde er den krævede information meget ringe eller slet ikke til stede. Dette gælder specielt for omgivelsernes påvirkninger. Det kan være mange grunde til dette. For eksempel kan objektet være tidsvarierende eller være for kompleks til, at en beskrivelse heraf kendes.

En kendt teknik til løsning af dette problem er at anvende en manuel indstilling af regulatorens parameter. Hvis regulatoren har for mange parameter at indstille, er dette ikke muligt i praksis. En anden metode er, at anvende en adaptiv regulator. I dette eksamensprojekt vil der blive undersøgt en klasse heraf, nemlig de selvindstillende regulatoralgoritmer (STR).

Den senere udvikling på det digitale område har åbnet realistiske muligheder for brug af relativt avancerede datamat-baserede reguleringsmetoder så som selvindstillende regulatorer. Disse er blandt andet karakteriseret ved at kræve et minimalt forhåndskendskab til det objekt, der ønskes reguleret. En selvindstillende regulator er opbygget sådan, at den samtidig med reguleringen foretager en estimation af objektets parameter. Denne reguleringsstrategi vil derfor konvergere mod den regulering, der ville være opnået med en korrekt justeret regulator.

Ud fra et praktisk synspunkt er det meget interessant at undersøge, hvilke egenskaber de selvindstillende regulatorer er i besiddelse af overfor ekstreme påvirkninger så som spidser og middelværdispring i forstyrrelserne.

I dette projekt vil der blive undersøgt tre forskellige selvindstillende regulatorer. Hovedvægten vil blive lagt på en undersøgelse af og om muligt en forbedring af de selvindstillende regulatorers robusthedsegenskaber. Konkret vil der blive undersøgt hvorledes algoritmerne skal ændres for at opnå gode egenskaber overfor ikke stationære støjprocesser. Modellen af støjprocessen er angivet i kapitel 2, mens selve beskrivelsen af undgangspunktet, nemlig de tre selvindstillende regulatoralgoritmer, er udført i kapitel 5. I kapitel 6 er der beskrevet en række simulationer foretaget med regulatoralgoritmerne, når objektet kun påvirkes af stationær støj. Formålet med dette er at klarlægge regulatorernes servo-, regulerings og specielt konvergens egenskaber. I kapitel 7, der er rapportens vigtigste, bliver regulator algoritmerne udsat for ikke stationær forstyrrelser. Der er endvidere her beskrevet forsøg på at forbedre egenskaberne overfor forskellige former for ikke stationær påvirkninger.

I de enkelte afsnit er udtryk og figurer nummereret fortløbende. Ved reference til udtryk eller figurer uden for afsnittet foranstilles det tilsvarende afsnits nummer.

KAPITEL 2

2. Procesbeskrivelsen.

2. Procesbeskrivelsen.

De reguleringsmetoder, der er undersøgt i dette projekt, er kun dimensioneret til objekter med en udgang og en styreindgang (SISO - system). Nogle af metoderne kan generaliseres til også at kunne anvendes til regulering af multivariable objekter. Adaptive reguleringsalgoritmer er, på grund af deres relativt komplicerede struktur, hovedsagelig udviklet til implementering på procesdatamater. Der eksisterer dog også en del adaptive reguleringsstrategier, specielt indenfor model reference regulering (MRAC), der er baseret på en kontinuert tidsbeskrivelse. I det følgende vil kun reguleringsalgoritmer der er baseret på en tidsdiskret beskrivelse blive undersøgt. Det antages, at der foreligger en konfiguration som beskrevet i figur 1.

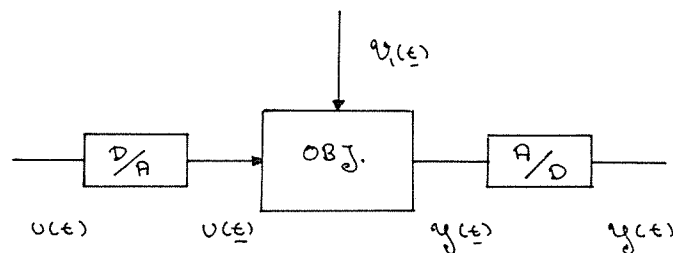


Fig. 1: Skematisk opstilling.

Antag indledningsvis, at forstyrrelserne, $v(t)$, er negligeable. Det fysiske objekt (OBJ) kan da beskrives ved en differentiaalligning, der generelt er tidsafhængig og ulineær. I denne ligning indgår styresignalet, $u(t)$, og udgangssignalet, $y(t)$, hvor t betegner den kontinuere tidsvariable. Såfremt tidsafhængigheden og ulineariteterne er passende svage, kan objektet tilnærmet beskrives af en lineær differentiaalligning i $u(t)$ og $y(t)$. Det antages, at en sådan beskrivelse

er gyldig. Som et alternativ til differentiaalligningen kan sammenhængen mellem de kontinuere signaler, $y(t)$ og $u(t)$, beskrives af en rationel overføringsfunktion, $H_{y,u}$, hvor:

$$(1) \quad y(s) = H_{y,u}(s) u(s)$$

Her er s en kompleks variabel og $y(s)$ samt $u(s)$ er laplace - transformerede signaler.

Hvis kvantiseringsfænomenerne i A/D og D/A omsætterne negligeres, kan det lineære objekt beskrives ved en differensligning i de tidsdiskrete signaler $u(t)$ og $y(t)$ med formen :

$$(2) \quad y(t) + a_1' y(t-1) + \dots + a_{n_A}' y(t-n_A) = \\ b_0' u(t-k) + \dots + b_{n_B}' u(t-k-n_B) + d_1$$

hvor t betegner den tidsdiskrete variable. Indføres skifteoperatoren, q^{-1} , ved definitionen:

$$(3) \quad y(t-1) = q^{-1} y(t)$$

kan (2) bringes på formen:

$$(4) \quad A_1(q^{-1}) y(t) = q^{-k} B_1(q^{-1}) u(t) + d_1$$

Her betegner

$$(5) \quad A_1(q^{-1}) = 1 + a_1' q^{-1} + \dots + a_{n_A}' q^{-n_A}$$

$$(6) \quad B_1(q^{-1}) = b_0' + b_1' q^{-1} + \dots + b_{n_B}' q^{-n_B}$$

Polynomiet A_1 er normeret således at:

$$(7) \quad A_1(0) = 1$$

og k er bestemt sådan at $b_0 \neq 0$. De dynamiske egenskaber for et lineært objekt er karakteriseret ved angivelse af nulpunkter og poler for overføringsfunktionen. Ved at beskrive objektet ved sammenhængen mellem de tidsdiskrete signaler i stedet for de kontinuere, transformeres den lineære differentialligning til differensligningen (8). Ved samme overgang vil objektets poler og nulpunkter blive afbildet fra den komplekse s - plan til q - planen. Ved en pol og et nulpunkt for objektet i den tidsdiskrete beskrivelse, vil der blive forstået et nulpunkt til henholdsvis

$$(8) \quad A_1^*(q) = q^{n_A} A(q^{-1})$$

og

$$(9) \quad B_1^*(q) = q^{n_B} B_1(q^{-1})$$

Et komplekst polpar

$$(10) \quad p = \omega \{ -\xi \pm j \sqrt{1-\xi^2} \}$$

i den kontinuere beskrivelse, vil blive afbildet i

$$(11) \quad q_p = \exp\{ \omega T_s (-\xi \pm j \sqrt{1-\xi^2}) \}$$

ved overgangen til tidsdiskret beskrivelse af objektet, når der anvendes en samplingperiode på T_s . Denne afbildning er for stabile polpar skitseret i fig. 2 (fra Holst /8/).

Omgivelsernes påvirkninger har indtil videre været negligeret. I ureguleret tilstand vil udgangen, $y(t)$, som følge af disse påvirkninger fluktuerere. Dette skyldes først og fremmest de ikke målbare forstyrrelser som omgivelserne påvirker objektet med. I de fleste tilfælde er disse forstyrrelser resul -

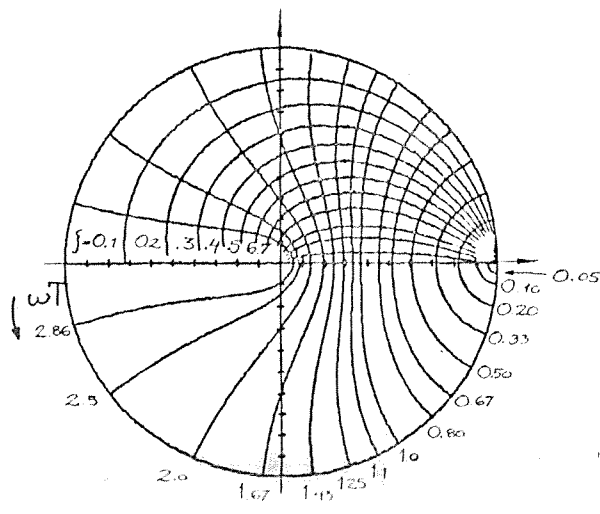


Fig. 2. Enhedscirklen i q planen.

tatet af en række uafhængige påvirkninger. Heriblandt er kvantiseringsfejl i D/A og A/D omsætterne, samt andre fejl, som følge af en endelig ordlængde i procesdatamaten, der foretager beregningen af styresignalet. Hvis objektet er lineært og påvirkningerne stationære, kan omgivelsernes påvirkning modelleres som filtreret støj. Det vil sige at :

$$(12) \quad y(t) = \frac{C_2(q^{-1})}{A_2(q^{-1})} e_0(t) + d_2 \quad (u = 0)$$

hvor $e_0(t)$ er en sekvens af uafhængige $N(0, \sigma^2)$ fordelte stokastiske variable. Størrelsen d_2 kan bl. a. fortolkes som forstyrrelsernes middelværdi. Modelleringen (12) fremkommer under anvendelse af spektralfaktoriseringssætningen, når det forudsættes at frekvensspektret er rationelt. Et argument, for at modellen (12) er rimelig, er, at når forstyrrelserne er resultatet af en række uafhængige påvirkninger kan fordelingen af disse tilnærmes med en normalfordeling j.v.f. den centrale grænseværdisætning.

Beskrivelsen af objektet, når det både påvirkes af de ukendte forstyrrelser, $v(t)$, og det påtrykte styresignal, $u(t)$, resulterer i følgende differens ligning:

$$(13) \quad A(q^{-1}) y(t) = q^{-k} B(q^{-1}) u(t) + v(t)$$

og

$$(14) \quad v(t) = C(q^{-1}) e_o(t) + d$$

Her er polynomierne normeret således at:

$$(15) \quad \begin{aligned} A(q^{-1}) &= A_1(q^{-1}) A_2(q^{-1}) \\ &= 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{n_A} q^{-n_A} \\ B(q^{-1}) &= b_0 + b_1 q^{-1} + \dots + b_{n_B} q^{-n_B} \\ C(q^{-1}) &= 1 + c_1 q^{-1} + \dots + c_{n_C} q^{-n_C} \end{aligned}$$

Denne beskrivelse bygger på en række antagelser. I det følgende vil modellen blive udvidet til også at indbefatte en type ikke stationære forstyrrelser. Antag at forstyrrelserne er på formen:

$$(16) \quad v(t) = C(q^{-1}) e(t) + d(t)$$

Her består forstyrrelserne af et støjbidrag, $e(t)$, og et belastnings bidrag, $d(t)$. Betegnelserne skal tages i lidt bredere betydning end den umiddelbare. Belastningen, $d(t)$, kan f. eks. være et resultat af fejl og bias i omsættere, DC - niveau fra lineariseringen samt en fysisk belastning.

I dette projekt vil den ikke stationære støj, $e(t)$, blive opfattet som et hvidt støjsignal, hvori der forekommer spidser. Dette kan modelleres ved:

$$(17) \quad e(t) = (1 - \delta_1(t)) e_o(t) + \delta_1(t) e_1(t)$$

Støjbidraget $e_0(t)$ er stadig $N(0, \sigma^2)$ fordelt med konstant middelværdi og varians. Her er $\delta_1(t)$ en markovkæde med to tilstande, E_0 og E_1 . Den stokastiske variable, $\delta_1(t)$, antager værdien 0 i E_0 og værdien 1 i E_1 . Overgangssandsynlighederne kan angives med den stokastiske matrix π_1 .

$$(18) \quad \pi_1 = \begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} E_0 & E_1 \end{array} \\ \begin{array}{c} E_0 \\ E_1 \end{array} & \left(\begin{array}{cc} 1 - s_1 & s_1 \\ 1 - s_1 & s_1 \end{array} \right) \end{array}$$

Da spidser optræder som sjældne fænomener vil overgangssandsynligheden, s_1 , være en lille størrelse. Ved større værdier af s_1 vil beskrivelsen nærme sig til en stationær. Yderligere kræves der da at $e_1(t)$ har en endelig spredning. Om fordelingen af spidserne, $e_1(t)$, kræves intet. Et eksempel er en $N(0, \sigma_1^2)$ fordeling hvor:

$$(19) \quad \sigma_1 \gg \sigma_0$$

I fig. 3 er tidsforløbet af en realisation med

$$\sigma_1 = 25,0$$

$$\sigma_0^2 = 0,1$$

afbildet.

Forstyrrelsernes andet bidrag, belastningen, kan modelles ved:

$$(20) \quad d(t) = d(t-1) + \delta_2(t) e_2(t) + \delta_3(t) e_3(t)$$

Bidraget, $\delta_2 e_2(t)$, modellerer springene i belastningen. Der er to ukendte størrelser i sammenhæng med et spring. Både

$\delta_3(t)$ er givet ved:

$$(22) \quad \pi_3 = \begin{matrix} & E_0 & E_1 \\ \begin{pmatrix} 1 - v_1 & v_1 \\ v_2 & 1 - v_2 \end{pmatrix} & \begin{matrix} E_0 \\ E_1 \end{matrix} \end{matrix}$$

kan bidraget, $\delta_3(t)e_3(t)$, modellere drift i belastningen. Her vil det være krævet, at variansen, σ_3^2 , af $e_3(t)$ er begrænset, med mindre at sandsynlighederne, v_3 og $1-v_3$, er meget små. Det antages iøvrigt at:

$$(23) \quad v_1 \ll 1 \quad \text{og} \quad v_2 \ll 1$$

Hvis der samtidig antages at

$$\sigma_3 \ll \sigma_2$$

er der, forudsat sidstnævnte eksisterer, en markant adskillelse mellem spring og drift i modelleringen.

I figur 4 er en realisation af springbidraget vist. I det pågældende tilfælde er $e_2(t)$ og $\delta_2(t)$ simuleret med:

$$\sigma_2 = 5,0$$

$$s_2 = 0,02$$

Realisationen af driftbidraget i fig. 5 er simuleret med

$$\sigma_3^2 = 0.1$$

$$v_1 \neq v_2 = 0,03$$

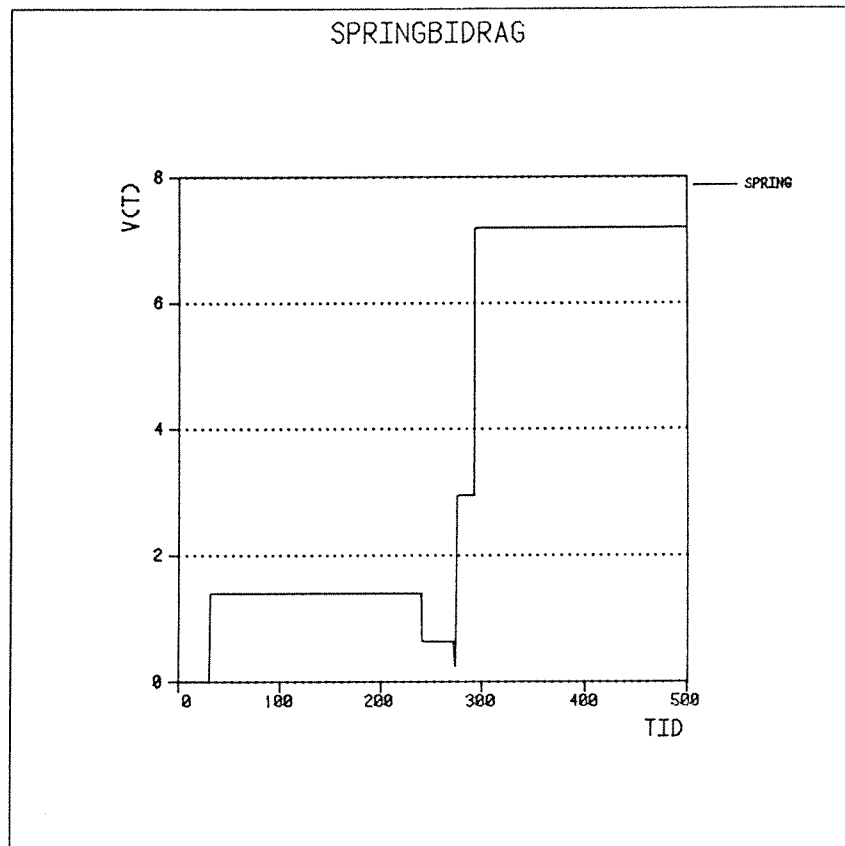


Fig. 4: Springenes bidrag til belastningen

I forbindelse med adaptiv regulering vil det her være krævet, at $A(q^{-1})$ og $B(q^{-1})$ samt $A(q^{-1})$ og $C(q^{-1})$ ikke har fælles faktorer. Denne antagelse medfører, at identifikationen bliver simplificeret betydeligt. Argumenterne til polynomierne og signalerne vil i de følgende afsnit være udeladt, når der ikke er mulighed for misforståelser. Den endelige model af objektet er givet ved:

$$A y = q^{-k} B u + v$$

$$v = C e + d$$

$$e = (1 - \delta_1) e_0 + \delta_1 e_1$$

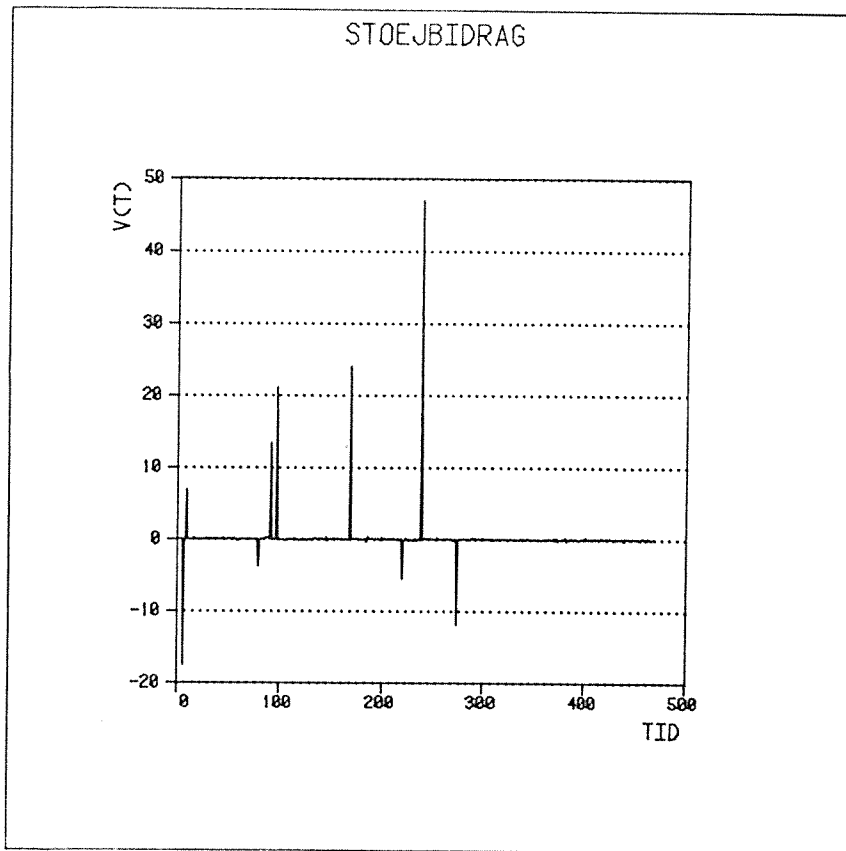


Fig 3.: En realisation af støjsignalet.

tidspunktet hvorpå det indtræffer og dets højde er stokastiske variable. Markovkæden, $\delta_2(t)$, har ligesom $\delta_1(t)$ to tilstande, E_0 og E_1 , samt den stokastiske matrix:

$$(21) \quad \pi_2 = \begin{pmatrix} 1 - s_2 & s_2 \\ 1 - s_2 & s_2 \end{pmatrix}$$

På samme måde som spidserne antages springene at være sjældne hændelser, hvilket vil sige at:

$$s_2 \ll 1$$

Ellers kan springene tilnærmes med en stationær random walk. Belastningsvariationerne er også opdelt i to bidrag, spring og drift. Hvis overgangssandsynlighederne for markovkæden,

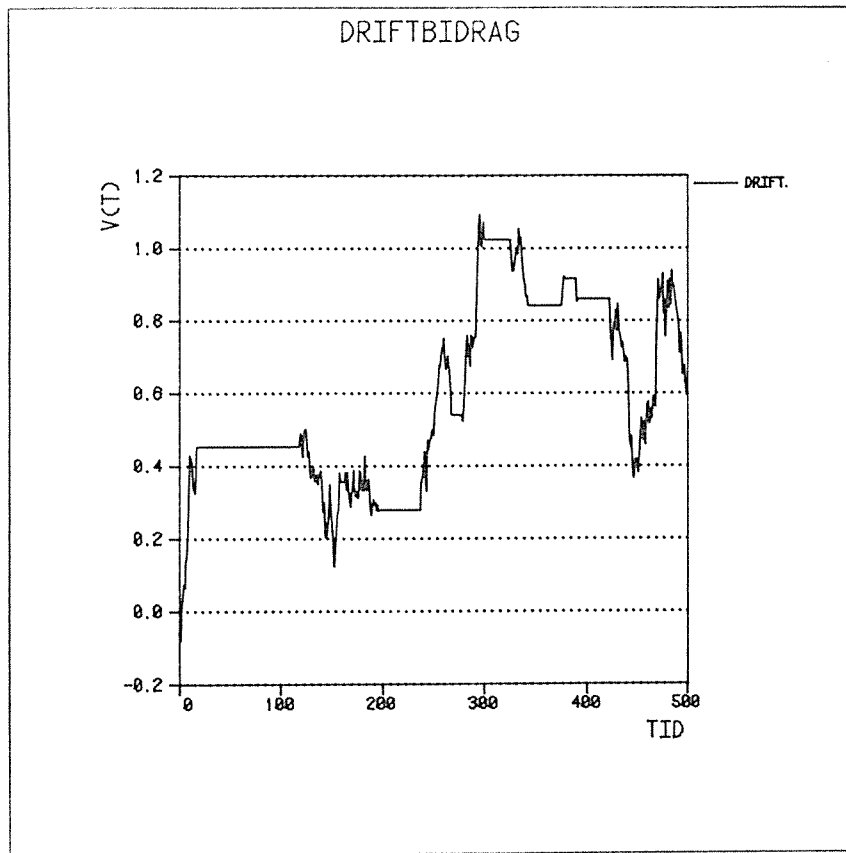


Fig. 5: Et tidsforløb af drift.

samt ved

$$d = \frac{1}{1 - q^{-1}} \{ \delta_2 e_2 + \delta_3 e_3 \}$$

I fig. 6 er blokdiagrammet for processen tegnet.

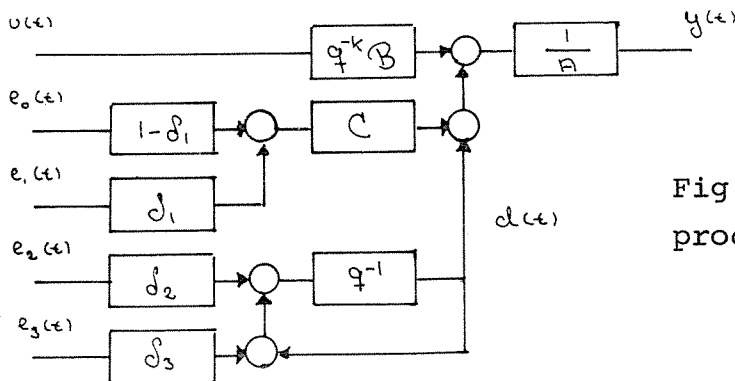


Fig. 6: Blokdiagram for processen.

KAPITEL 3

3. Identifikation.

- 3.1 Mindste kvadraters Metode, RLS
- 3.2 Eksponentiel Glemsel
- 3.3 Udvidet Mindste kvadraters Metode, RELS
- 3.4 Udvidet Kalmanfiltrering.
- 3.5 Maximum Likelihood Estimation, RML
- 3.6 Samlet Beskrivelse.
- 3.7 Konvergensanalyse.
- 3.8 Identifikation og Regulering.

3. Identifikation.

De selvindstillende regulatorer, der er beskrevet i kapitel 5, bygger alle på en identifikation af objektet. Dette kan ske ved at estimere parameterne i en model af objektet (eks - plicit identifikation) eller i en model af systemet bestående af objekt koblet sammen med regulatoren (implicit identifika - tion). I dette kapitel vil de anvendte rekursive estimations - algoritmer blive beskrevet. Hovedvægten er dog lagt på RLS, fordi kun denne er anvendt i forbindelse med de dokumenterede simulationer i kapitel 6 og 7.

Antag at det dynamiske system, hvis ukendte parameter, θ , er beskrevet ved ligningen

$$(1) \quad y(t) = f(x(t), \theta) + e(t)$$

hvor $y(t)$ er udgangssignalet fra systemet. Vektoren $x(t)$ indeholder kendte signaler og støjsignalet, $e(t)$, er en sekvent af uafhængige ensfordelte stokastiske variable. Parameterestimatoren er bestemt, sådan at kriteriefunktionen

$$(2) \quad J(t, \theta) = \sum_{i=0}^t \chi(\epsilon(i, \theta))$$

hvor

$$(3) \quad \epsilon(t, \theta) = y(t) - f(x(t), \theta)$$

bliver minimeret. Det vil sige at

$$(4) \quad \hat{\theta}(t) = \arg \min (J(t, \theta))$$

Eksplisitte metoder til at udføre minimeringen eksisterer sjældent. Der er derfor udviklet rekursive metoder til dette. En af dem er at opdatere $\hat{\theta}(t)$ efter

$$(5) \quad \hat{\theta}(t+1) = \hat{\theta}(t) - \Psi(t+1) \chi^{-1}(\xi) \nabla_{\theta} f$$

$$(6) \quad \Psi(t+1) = \Psi(t) - \frac{\Psi(t) \nabla_{\theta} f (\nabla_{\theta} f)^T \Psi(t)}{\chi''(\xi)^{-1} + (\nabla_{\theta} f)^T \Psi(t) \nabla_{\theta} f}$$

$$(7) \quad \xi = -\varepsilon(t) = f(x(t), \hat{\theta}) - y(t)$$

j.v.f. /12/.

Ved anvendelsen af estimationsalgoritmerne møder man her to forskellige typer modeller. De eksplicitte algoritmer anvender en model af formen

$$(8) \quad \hat{A} y = q^{-k} \hat{B} u + \hat{C} \varepsilon + \hat{d}$$

mens de implicitte anvender f. eks.

$$(9) \quad y = q^{-k} (\hat{F} y + \hat{G} u + \hat{H} w) + \hat{\gamma} + \varepsilon$$

For at kunne behandle begge tilfælde vil der i det følgende blive beskrevet metoder til identifikation af et generelt lineært objekt givet ved:

$$(10) \quad \underline{A} y = q^{-k_1} \underline{B}_1 u_1 + q^{-k_2} \underline{B}_2 u_2 + q^{-k_3} \underline{B}_3 u_3 + \underline{C} e + \underline{d}$$

hvor \underline{d} er en konstant belastning og hvor e er et stationært hyddt støjsignal. Systembeskrivelsen kan let bringes på formen

$$(11) \quad y(t) = X^T(t) \theta + e(t)$$

hvis vektorene er

$$(12) \quad \theta = (\underline{a}_1, \dots, \underline{b}_0^1, \dots, \underline{b}_0^2, \dots, \underline{b}_0^3, \dots, \underline{c}_1, \dots, \underline{d})^T$$

$$(13) \quad x(t) = (-y(t-1), \dots, u_1(t-k_1), \dots, e(t-1), \dots, 1)^T$$

3.1 Mindste kvadraters metode, RLS.

Denne metode forudsætter, at systemet (3,10) kun påvirkes af ukorreleret støj, det vil sige at:

$$(1) \quad \underline{c} = 1$$

Kriteriefunktionens kerne er som navnet antyder:

$$(2) \quad \chi(t) = \frac{1}{2} \varepsilon^2(t)$$

Den rekursive estimationsalgoritme har oprindelse i problemer med overbestemte lineære ligningssystemer, hvor en løsning ikke eksisterer. Med den grundliggende LS metode kan der findes et parametersæt, der minimerer kvadratsummen af fejlene fra ligningerne. Som det fremgår af forrige afsnit svarer modellen (3,12) til en lineær ligning for hvert tidspunkt ($t \geq i \geq 0$). En direkte anvendelse af denne metode vil hurtigt føre til store beregningstider, fordi udregningen af

$$(3) \quad \hat{\theta}(t) = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi Y$$

hvor

$$(4) \quad Y = (y(0), \dots, y(t))^T$$

vil inkludere manipulationer på den lineært voksende matrice:

$$(5) \quad \Phi = (x(0), \dots, x(t))^T$$

Desuden vil dannelsen af den pseudoinverse kræve en invertering af en matrice efter hver måling. Det kan vises at estimatoren (3) er konsistent hvis

- *1 $e(t)$ er hvid støj
- *2 $u_1(t)$ er tilstrækkelig eksiterende med ordene $\max(n_A, n_{B_1})$
- *3 $e(t)$ og $x(t)$ er uafhængige

for det tilfælde, at $B_2 = B_3 = 0$. Det er desuden forudsat at polynomieordnerne er korrekte. Den rekursive algoritme kan findes ved en omskrivning af (3] j.v.f /8/ eller (3,5 - 6]. Denne kan beskrives ved:

$$(7) \quad \hat{\theta}(t+1) = \hat{\theta}(t) + K(t)\varepsilon(t)$$

$$(8) \quad \varepsilon(t) = y(t) - x^T(t)\hat{\theta}(t)$$

$$(9) \quad K(t) = \frac{P(t)x(t)}{1 + x^T(t)P(t)x(t)} = P(t+1)x(t)$$

$$(10) \quad P(t+1) = P(t) - \frac{P(t)x(t)x^T(t)P(t)}{1 + x^T(t)P(t)x(t)}$$

Ligesom Ψ i (3,6) er $P(t)$ her en hjælpematrix. Denne bliver proportional med kovariansen på parameterestimerne. Eksisterer et a priori-estimat og dets kovariansmatrix, vil det være naturligt at starte op i dette punkt. Alternativet er at vælge

$$\hat{\theta}(0) = 0 \quad \text{og} \quad P(0) = \alpha I$$

hvor α er et stort tal. Vælges denne for lav vil estimerne konvergere meget langsomt. Modsat vil en meget høj værdi give fluktuerende estimer i startperioden. I forbindelse med adaptiv regulering vil dette give en kraftig eksitation og derfor

godt bestemte estimater. Med store værdier i diagonalen af $P(0)$ vil begyndelsesværdiernes indflydelse hurtigt forsvinde.

---ooo0ooo---

3.2 Eksponentiel Glemsel.

RLS algoritmen er dimensioneret ud fra en antagelse om, at de ukendte parameter er konstante. Dette bevirker at alle målinger indgår i kriteriefunktionen med lige stor vægt. Hvis parameterne varierer tilstrækkeligt langsomt, kan der dannes en algoritme ud fra kriteriefunktionen

$$(1) \quad J(t, \theta) = \sum_{i=0}^t \frac{1}{2} \lambda^{t-i} \epsilon^2(i)$$

hvor glemselsfaktoren λ er mindre end 1. Man ser, at de sidst foretagne målinger indgår med størst vægt. I fig. 1 ses hvorledes vægten udvikler sig med tiden fra målingen blev foretaget.

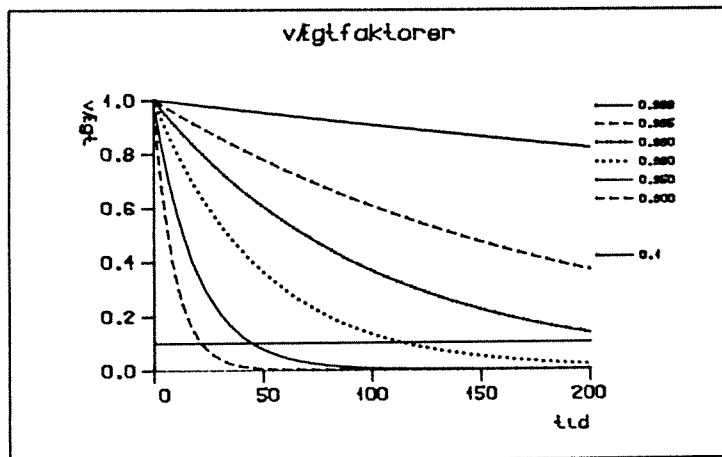


Fig. 1: Tidsforløb af vægte.

Vægtens eksponentielle forløb giver ikke anledning til en hård horisont. Defineres en horisont ℓ som løsningen til

$$(2) \quad \lambda^{\ell} = 0.1$$

vil $\lambda = 0.985$ svare til en horisont på ca. 152. Der kunne forestilles andre datavinduer end det eksponentielle. Et rektangulært kunne fremkomme af (3.1,3) ved kun at inkludere målingerne fra tidsrummet $t - \ell < i \leq t$.

Man lader i specielle tilfælde glemselsfaktoren være svagt tidsvariende. Hvis de første estimater er fejlagtige, hvilket er tilfældet for \hat{C} ved RELS, kan glemselsfaktoren udvikles efter

$$(3) \quad \lambda(t+1) = \lambda(t)\lambda_0 + \lambda_1(1 - \lambda_0)$$

hvor pol og asymptoteværdi kan vælges til f. eks.

$$\lambda_0 = 0.99 \quad \lambda_1 = 1.00$$

Afhængig af forholdene kan startværdien vælges til

$$0.95 < \lambda(0) < 1$$

Med betegnelserne fra forrige afsnit er algoritmen givet ved:

$$(4) \quad \hat{\theta}(t+1) = \hat{\theta}(t) + K(t)\varepsilon(t)$$

$$(5) \quad \varepsilon(t) = y(t) - x^T(t)\hat{\theta}(t)$$

$$(6) \quad K(t) = \frac{P(t)x(t)}{\lambda + x^T(t)P(t)x(t)} = P(t+1)x(t)$$

$$(7) \quad P(t+1) = \left\{ P(t) - \frac{P(t)x(t)x^T(t)P(t)}{\lambda + x^T(t)P(t)x(t)} \right\} \frac{1}{\lambda}$$

Hvis objektet påvirkes af støj med en meget stor varians, skal glemselsfaktoren vælges tæt ved 1 for at undgå fluktuerende estimater. Ved små støjspredninger kan λ ikke vælges for lav. Dette skyldes, at ved ringe eksitation af objektet vil elementerne i $P(t)$ vokse eksponentielt, som der fremgår af (7).

3.3 Udvidet mindste kvadraters metode, RELS.

Såfremt støjen, der påvirker objektet, er korreleret, kan man ikke anvende RLS, fordi her vil regressorene og residualerne ikke være uafhængige. Hermed bliver estimerne fejlagtige. Hvis parameterne i C - polynomiet inkluderes i parametervektoren, θ , i overensstemmelse med (3,12). RELS - algoritmen fremkommer da ved at danne et udvidet kalmanfilter til at estimere tilstandene, θ , i systemet beskrevet ved

$$(1) \quad \theta(t+1) = \theta(t)$$
$$y(t) = x^T(t)\theta(t) + e(t)$$

der kun er en simpel omskrivning af (3,11), Da nu

$$\nabla_{\theta} (x^T(t)\theta(t)) = x(t)$$

bliver kalmanfilteret beskrevet af ligningerne (3.1,7 - 10) med kun en udvidelse af antallet af parameter i θ . Da støjsignalet $e(t-1)$ ikke kendes, anvendes $\epsilon(t-1)$ i stedet i $x(t)$, hvilket kun er en god tilnærmelse, når parameterestimerne ligger rimeligt tæt ved de korrekte. Derfor bruges ofte en tidsvarierende glemselsfaktor således at begyndelsestimerne af C - parameterne, der ofte er temmeligt fejlbehæftet, hurtigt glemmes.

3.4 Udvidet Kalmanfiltrering.

En metode til at klare problemet ved tidsvariende parameter er at anvende en glemselsfaktor. En anden metode er at estimere parametervektoren, θ , i systemet:

$$(1) \quad \theta(t+1) = \theta(t) + \Gamma e_{\theta}(t)$$

$$(2) \quad y(t) = x^T(t)\theta(t) + e(t)$$

hvor $e(t)$ er et stationært støjsignal med spredning og middelværdi nul. Med betegnelsen

$$(3) \quad R_1 = \Gamma \Gamma^T \sigma_{\theta}^2$$

bliver estimationen (3.1,7 - 10) uændret bortset fra, at rekursionen i $P(t)$ bliver her

$$(4) \quad P(t+1) = P(t) + R_1 - \frac{P(t)x(t)x^T(t)P(t)}{1 + x^T(t)P(t)x(t)}$$

Såfremt de tidsvarierende parameter er meget dårligt beskrevet ved (1) vil estimerne være fejlagtige. Det samme gælder, hvis a priori estimatet af Γ eller σ_{θ}^2 er ukorrekte. Ligesom anvendelsen af glemselsfaktorer kan en manglende eksitation føre til at elementerne i $P(t)$ matricen vokser ubegrænset. I dette tilfælde vil elementerne j.v.f. (4) kun vokse linært.

---ooo0ooo---

3.5 Maximum Likelihood Estimation, RML.

Det kan vises, at en maximum likelihood estimator per definition danner det estimat, der ud fra kendskabet til $y(0), \dots, y(t)$ og $x(0), \dots, x(t)$ minimerer kriteriefunktionen med kernen

$$(1) \quad \chi(\epsilon) = -\log p(\epsilon)$$

hvor $p(\cdot)$ er frekvensfunktionen for støjsignalet, $e(t)$ og hvor $\hat{\theta}(t)$ dannes ud fra den inverse model

$$(2) \quad \begin{aligned} \epsilon(t) &= y(t) - x^T(t) \hat{\theta}(t) \\ &= \frac{1}{\hat{C}} \left(\hat{A}y - q^{-k_1} \hat{B}_1 u_1 - q^{-k_2} \hat{B}_2 u_2 - q^{-k_3} \hat{B}_3 u_3 - \hat{d} \right) \end{aligned}$$

Vektorene $x(t)$ og $\hat{\theta}(t)$ indeholder her

$$(3) \quad x(t) = (-y(t-1), \dots, \epsilon(t-1), \dots, 1)^T$$

$$(4) \quad \hat{\theta}(t) = (\hat{a}_1, \dots, \hat{c}_1, \dots, \hat{d})^T$$

som også er tilfældet for RELS efter den sidst indførte tilnærmelse. Ved anvendelse af maximum likelihood estimatoren tages der i betragtning at $\epsilon(t)$ er afhængig af $\hat{\theta}(t)$. Det kan vises j.v.f /8/ at:

$$(5) \quad \nabla_{\theta} (x^T(t) \hat{\theta}(t)) = \nabla_{\theta} (y(t) - \epsilon(t)) = \frac{x(t)}{\hat{C}(q^{-1})}$$

Defineres vektoren, $z(t)$ som

$$(9) \quad z(t) = \frac{x(t)}{\hat{C}(q^{-1})}$$

kan den rekursive estimationsalgoritme (RML) beskrives ved:

$$(7) \quad \hat{\theta}(t+1) = \hat{\theta}(t) + K(t)\varepsilon(t)$$

$$(8) \quad \varepsilon(t) = y(t) - x^T(t)\hat{\theta}(t)$$

$$(9) \quad K(t) = \frac{P(t)z(t)}{1 + z^T(t)P(t)z(t)} = P(t+1)z(t)$$

$$(10) \quad P(t+1) = P(t) - \frac{P(t)z(t)z^T(t)P(t)}{1 + z^T(t)P(t)z(t)}$$

Også i dette tilfælde kan konvergensthastigheden øges ved anvendelse af en tidsvarierende glemselsfaktor.

3.6 Samlet Beskrivelse.

Det fremgår af de forrige afsnit, at rekursionerne for de tre algoritmer med udvidelser næsten er identiske. De rekursive algoritmer kan med de respektive tolkninger af $x(t)$ og θ samles i en algoritme.

$$(1) \quad \hat{\theta}(t+1) = \hat{\theta}(t) + K(t)\varepsilon(t)$$

$$(2) \quad \hat{\theta}(t) = y(t) - x^T(t)\hat{\theta}(t)$$

$$(3) \quad R_e(t) = P(t)z(t)$$

$$(4) \quad \mu(t) = \lambda(t) + z^T(t)R_e(t)$$

$$(5) \quad K(t) = \frac{R_e(t)}{\mu(t)}$$

$$(6) \quad P(t+1) = [P(t) + R_1 - K(t)R_e^T(t)] \frac{1}{\lambda(t)}$$

Her $\mu(t)$ og $R_e(t)$ indførte hjælpestørrelser. Såfremt overføringsfunktionen H_e er givet ved

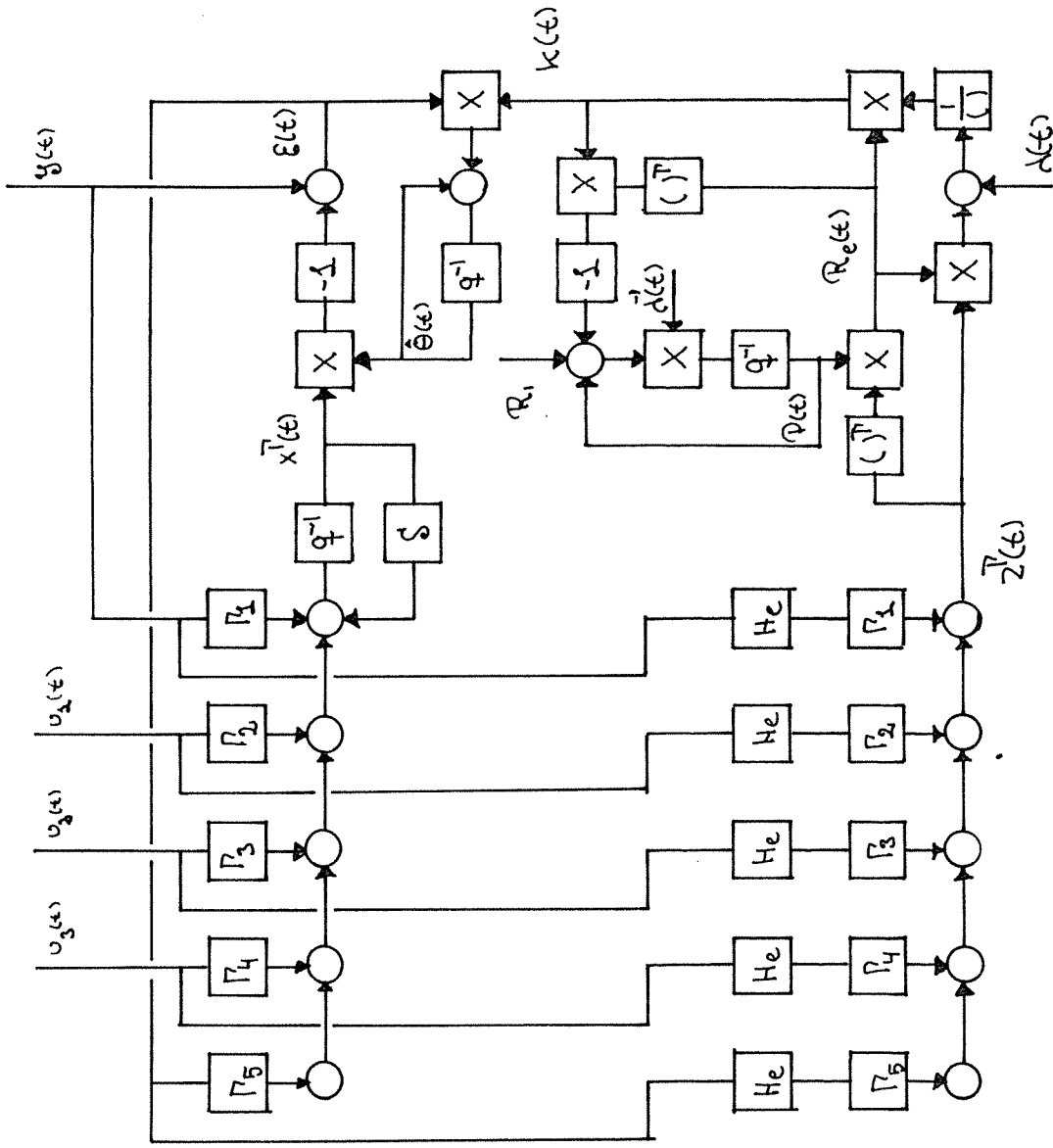


Fig. 1: Blokdiagram over estimatoren.

$$H_e(q^{-1}) = \begin{cases} 1 & \text{for RLS, RELS} \\ \frac{1}{c(q^{-1})} & \text{for RML} \end{cases}$$

kan algoritmen beskrives med blokdiagrammet i fig. 1. Her f.eks Γ_2 givet ved:

$$\Gamma_2 = (0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0)$$

når

$$\theta = (a_1, \dots, b_0^1, \dots, d)^T$$

Vektoren s er nul i RLS tilfældet. Matricen S er skiftematricen

$$S = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

3.7 Konvergensanalyse.

De beskrevne algoritmer, der er udviklet til estimation af systemparameter, når der ikke er tilbagekobling, er undtagen for RLS vedkommende approximationer. Man kan på grund af signalernes stokastiske natur ikke beregne hvorledes $\hat{\theta}(t)$ udvikles. Derimod kan man ud fra de associerede ordinære differentiaalligninger (ODE) beregne de asymptotiske trajektorier $\theta(\tau)$. For den genrelle algoritme (3.6,1-6) er ODE j.v.f /16/ givet ved:

$$(1) \quad \frac{d\theta(\tau)}{d\tau} = \Lambda^{-1}(\tau) f_1(\theta(\tau))$$

$$(2) \quad \frac{d\theta(\tau)}{d\tau} = G(\theta(\tau)) - \Lambda(\tau)$$

hvor

$$(4) \quad f_1(\theta) = E\{ \bar{z}(t, \theta) \bar{\varepsilon}(t, \theta) \}$$

$$(5) \quad G(\theta) = E\{ \bar{z}(t, \theta) \bar{z}^T(t, \theta) \}$$

Endvidere er $\bar{z}(t, \theta)$ og $\bar{\varepsilon}(t, \theta)$ de stationære processer, der ville være fremkommet af $\varepsilon(t)$ og $z(t)$ såfremt sekvensen $\{\theta(t)\}$ blev erstattet af en konstant parametervektor θ .

En egentlig analyse af disse ligninger ligger langt uden for dette projekts rammer og der vil kun blive refereret resultater fra /16/, hvor $B_2 = B_3 = 0$. Det er kun stabile stationære punkter til (1) og (2), der er mulige konvergenspunkter for algoritmen. Det vil sige at hvis:

$$(6) \quad \hat{\theta}(t) \rightarrow \theta^*$$

med positiv sansynlighed vil

$$(7) \quad f_1(\theta^*) = 0$$

og alle egenverdierne til matricen

$$(8) \quad G^{-1}(\theta^*) \nabla_{\theta} f_1(\theta) \Big|_{\theta=\theta^*}$$

er alle beliggende i venstre halvplan.

Som en følge af, at RLS blot er en eksakt omskrivning af (3.1,3), vil det korrekte parameter punkt være det eneste stabile stationære punkt under forudsætning af, at de tre punkter i afsnit 3.1 er opfyldt. Det kan vises at $\theta(t)$ konvergerer mod dette punkt med sansynligheden 1. For RML kan det

vises, at hvis det korrekte parameterpunkt er eneste løsning til (1), da konvergerer $\hat{\theta}(t)$ mod dette med sandsynligheden 1. Generelt gælder der, at $\hat{\theta}(t)$ konvergerer mod et lokalt minimum for $J(t, \theta)$. Hvis overføringsfunktionen

$$\frac{1}{C(q^{-1})} = \frac{1}{2}$$

er positiv reel vil RELS estimaterne konvergere mod et stationært punkt for (1).

3.8 Identifikation og Regulering.

De beskrevne algoritmer er udviklet til identifikation af systemer, når styresignalet ikke er frembragt ved en tilbagekobling. Det kan dog vises, at systemet er identificerbart såfremt tilbagekoblingen er tilstrækkelig kompliceret.

Hvis et objekt, der er beskrevet ved:

$$(1) \quad A y = q^{-k} B u + C e + d$$

bliver reguleret af en fast regulator

$$(2) \quad G u = F y$$

hvor

$$(3) \quad \begin{aligned} G &= 1 + g_1 q^{-1} + \dots + g_v q^{-v} \\ F &= f_0 + f_1 q^{-1} + \dots + f_\mu q^{-\mu} \end{aligned}$$

vil objektet være identificerbart hvis

$$(4) \quad \max(\mu - n_B - 1, \nu + k - 1 - n_A) \geq n_p$$

(j.v.f. /8/) hvor n_p er antallet af fælles faktorer i overføringsfunktionen $H_{\epsilon, e}$ fra støjen til residualerne for korrekte estimater. Identifikationsbetingelsen (4) stammer fra, at kriteriefunktionen $J(t, \theta)$ skal være en entydig funktion af θ

Ved brug af en fast regulator overfor et objekt, hvor (4) ikke er opfyldt, kan identificerbarhed opnås ved at tilsætte ekstra signaler, der er tilstrækkeligt eksisterende. Disse ekstra signaler skal tilsættes før objektets indgang eller efter udgangen. Ellers indføres et ekstra støjsignal. Et specielt eksempel på et sådant er referencesignalet. Indførelsen af ekstra signaler medfører at $H_{\epsilon, e}$ ikke alene indgår i $J(t, \theta)$.

Hvis objektet styres af en ulinear regulator, vil der også foreligge en situation, hvori objektet er identificerbart. En anden mulighed er at anvende en tidsvariende regulator. Så længe parameterestimerne varierer vil en selvindstillende regulator kunne henregnes til denne type.

---ooo0ooo---

KAPITEL 4

4. Adaptiv Regulering.

4. Adaptiv Regulering.

Det er vanskeligt at give en entydig definition af en adaptiv regulator. Adskillelsen mellem disse og de tidsvariende eller de ulineære regulatorer er ikke skarp. Et gennemgående træk ved de regulatorer, der har betegnelsen adaptiv, er, at de er i besiddelse af en evne til at ændre styrestrategi, sådan at der opnås specificerede egenskaber for det resulterende system. To vigtige klasser af adaptive regulatorer er model reference systemerne (MRAC) og de selvindstillende regulatorer (STR).

MRAC.

Også denne klasse er svær at definere helt generelt. Hovedårsagen til dette er, at de foreslåede strukturer er blevet motiveret ud fra forskellige betragtninger. I fig. 1 er vist en såkaldt parallel model reference struktur.

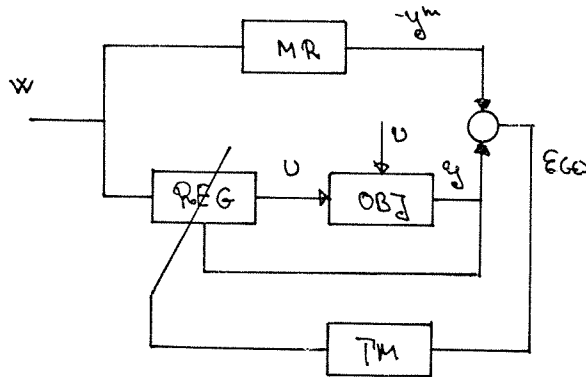


Fig. 1 Parallel modelreference struktur.

En sådan MRAC - regulator er dimensioneret således, at tilpasningsmekanismen (TM) ændrer den justerbare regulator. Hvis denne tilpasningsmekanisme virker efter hensigten, vil fejlen, $\epsilon(t)$, som er forskellen mellem udgangssignalerne fra det resul -

terende system og modelreferencen (MR), bliver minimeret. Dimensioneringen af tilpasningsmekanismen er som regelen foretaget ved at betragte tilfældet som et deterministisk servo problem.

STR.

Strukturen i en genrel selvindstillende regulator er vist i fig. 2. Tilpasningen fremkommer ikke som ved MRAC, hvor der kobles tilbage fra fejlen, men ved at kombinere en parametrisk identifikationsalgoritme (ID) med en regulator (REG).

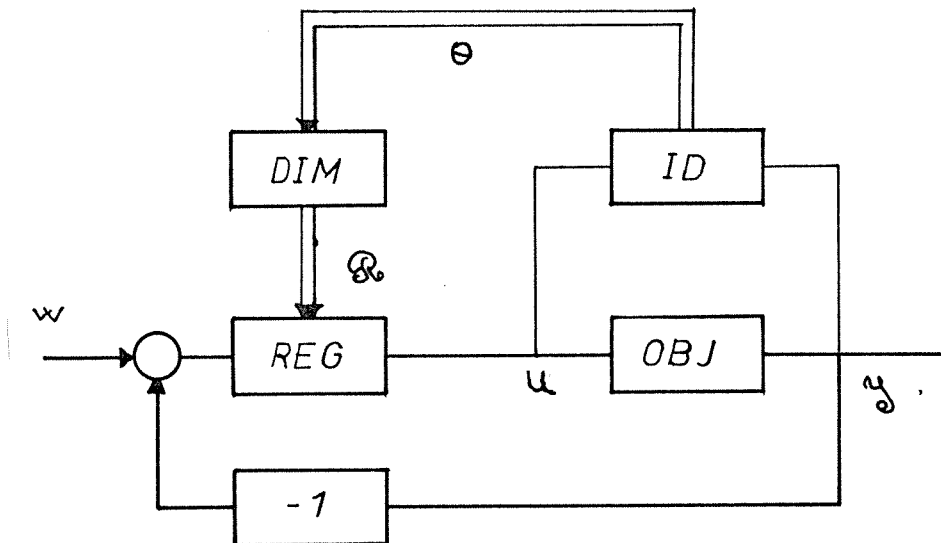


Fig. 2: Struktur i selvindstillende regulator.

Blandt andet i forbindelse med selvindstillende regulatorer eksisterer der to principper. Det ene er separationsprincippet, der er gyldigt, hvis det er muligt at adskille identifikationen af objektet og selve reguleringen. De selvindstillende regulatorer, der bygger på en antagelse om, at dette princip er gyldigt, betegnes som ikke duale. Disse regulatorer bliver dimensioneret ud fra et kriterie, hvori kun tilgængelig information indgår. De duale regulatorer bliver dimensioneret ud fra en erkendelse

af, at der kan opnås et større kendskab til objektet. Der er altså tale om et kompromis mellem regulering og identifikation. Implementeringen af duale regulatorer er på grund af problemets kompleksitet temmelig begrænset.

Det andet princip er mere restriktivt. Dette, Certainty equivalence princippet, gælder, hvis det er muligt først at løse reguleringsproblemet ud fra kendt objekt og derefter substituere de formelle objektparameter med estimerede værdier. De ikke duale regulatorer kan dermed opdeles i to klasser alt efter om certainty equivalence princippet gælder eller ej. De ikke duale regulatorer, der ikke bygger på dette princip kaldes forsigtige eller cautions regulatorer, fordi reguleringen tager højde for usikkerheden på parameterestimerterne.

I virkeligheden gælder certainty equivalence princippet ret sjældent, men det anvendes som et ad hoc dimensioneringsprincip, hvilket grundet af det dermed følgende simple resultat. Regulatorer, der er dimensioneret ud fra denne betragtning, benævnes certainty equivalence regulatorer. I dette projekt er kun eksempler af denne type undersøgt. Det kan iøvrigt vises, at der mellem denne type og MRAC - regulatorerne eksisterer fælles træk j.v.f. /5/.

KAPITEL 5

5. Adaptive Reguleringsalgoritmer.

- 5.1 Den Generaliserede Minimalvarians - regulator.
- 5.2 Deadbeat - Regulatorerne.
- 5.3 Den Generelle Polplacerings - regulator.

5. Adaptive regulerings algoritmer.

I dette kapitel beskrives de adaptive regulerings algoritmer, der er anvendt i projektet. Disse er, bortset fra nogle mindre ændringer, angivet således, som de er foreslået af henholdsvis Clarke og Gawthrop, Isermann og Egardt. Formålet med dette kapitel er, dels at beskrive algoritmerne, dels at undersøge regulatorernes stationære egenskaber. De transiente egenskaber er vanskeligere at behandle. I de senere kapitler vil de adaptive regulatorers konvergens egenskaber blive eksemplificeret undersøgt.

De anvendte adaptive regulatorer er en generaliseret minimalvariansregulator (implicit), en deadbeat - regulator (eksplicit) samt en polplacerings - regulator (implicit). Deadbeat - regulatoren er dimensioneret ud fra et rent deterministisk grundlag, mens den generaliserede minimal - varians - regulator er dimensioneret på stokastiske principper.

---ooo0ooo---

5.1 Den generaliserede minimal - varians - regulator.

I denne del vil en selvindstillende regulator blive præ - senteret, sådan som den er foreslået af Clarke og Gawthrop i /2/ og /6/. Den basale minimal - varians - regulator er blandt andet karakteriseret ved at kræve en urealistisk stor styre - effekt. En algoritme baseret på den optimale regulator, dimensioneret ud fra en kvadratisk kriteriefunktion, vil til gengæld i det selvindstillende tilfælde kræve en løsning af riccatlig - ningen efter hver sampling. For at undgå denne tidskrævende operation kan kriteriefunktionen vælges som et kompromis mellem de to nævnte. Herved fremkommer den her omtalte regulator. I det almene tilfælde, hvor både reference -, udgang og styre - signalet indgår i kriteriefunktionen, vil objektets nulpunk - ter ikke blive pløomberet. Der er derfor mulighed for at an - vende regulatoren overfor objekter med nulpunkter udenfor enhedscirklen.

Den her omtalte implicitte algoritme er i modsætning til de senere i rapporten beskrevne metoder, konstrueret ud fra en stokastisk dimensionering. Algoritmen vil i det følgende blive omtalt som den generaliserede minimal - varians - regu - lator, fordi det kan vises, at reguleringen svarer til en minimering af variansen på et signal relateret til kriterie - funktionen. Ud fra et klassisk synspunkt er det bemærkelses - værdigt, at regulatoren ikke indeholder en integrator. Konstante belastninger udkompenseres derfor direkte med et konstant bidrag til styresignalet. Dette bidrag er bestemt af et estimat af belastningen.

I det første afsnit beskrives dimensioneringen af regula - toren, når objektet er kendt. Herefter beskrives den selvind - stillende regulator samt dennes identifikations model. Til

sidst angives nogle specialtilfælde for at illustrere nogle af regulator typens stationære egenskaber. Senere i rapporten vil nogle af de transiente egenskaber blive undersøgt eksemplificeret ved hjælp af simulationer.

---ooo0ooo---

5.1.1 Dimensionering overfor kendt objekt.

Det antages i det følgende, at objektet kan beskrives ved ligningen:

$$(1) \quad A y = q^{-k} B u + C e + d$$

hvor

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{n_A} q^{-n_A}$$

$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1 q^{-1} + \dots + b_{n_B} q^{-n_B}$$

$$C(q^{-1}) = 1 + c_1 q^{-1} + \dots + c_{n_C} q^{-n_C}$$

Det forudsættes at $k > 0$ samt at $e(t)$ er en sekvens af uafhængige $N(0, \sigma^2)$ fordelte stokastiske variable. Spredningen, σ , antages at være konstant ligesom belastningen, d , der her opfattes som en systemparameter.

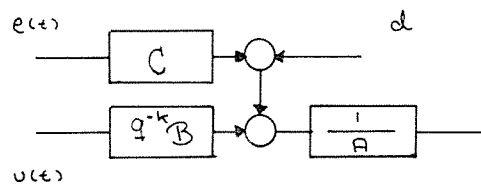
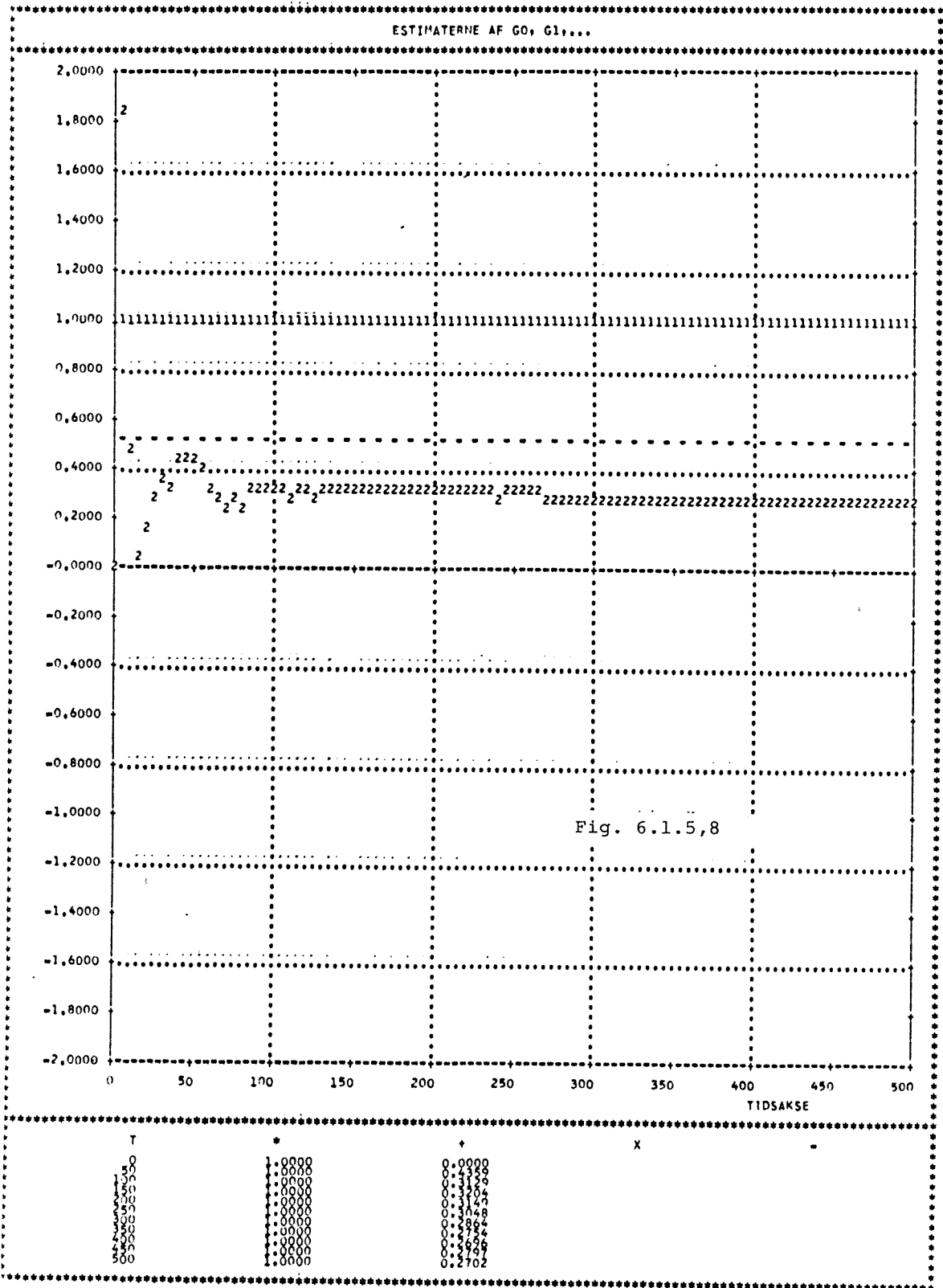
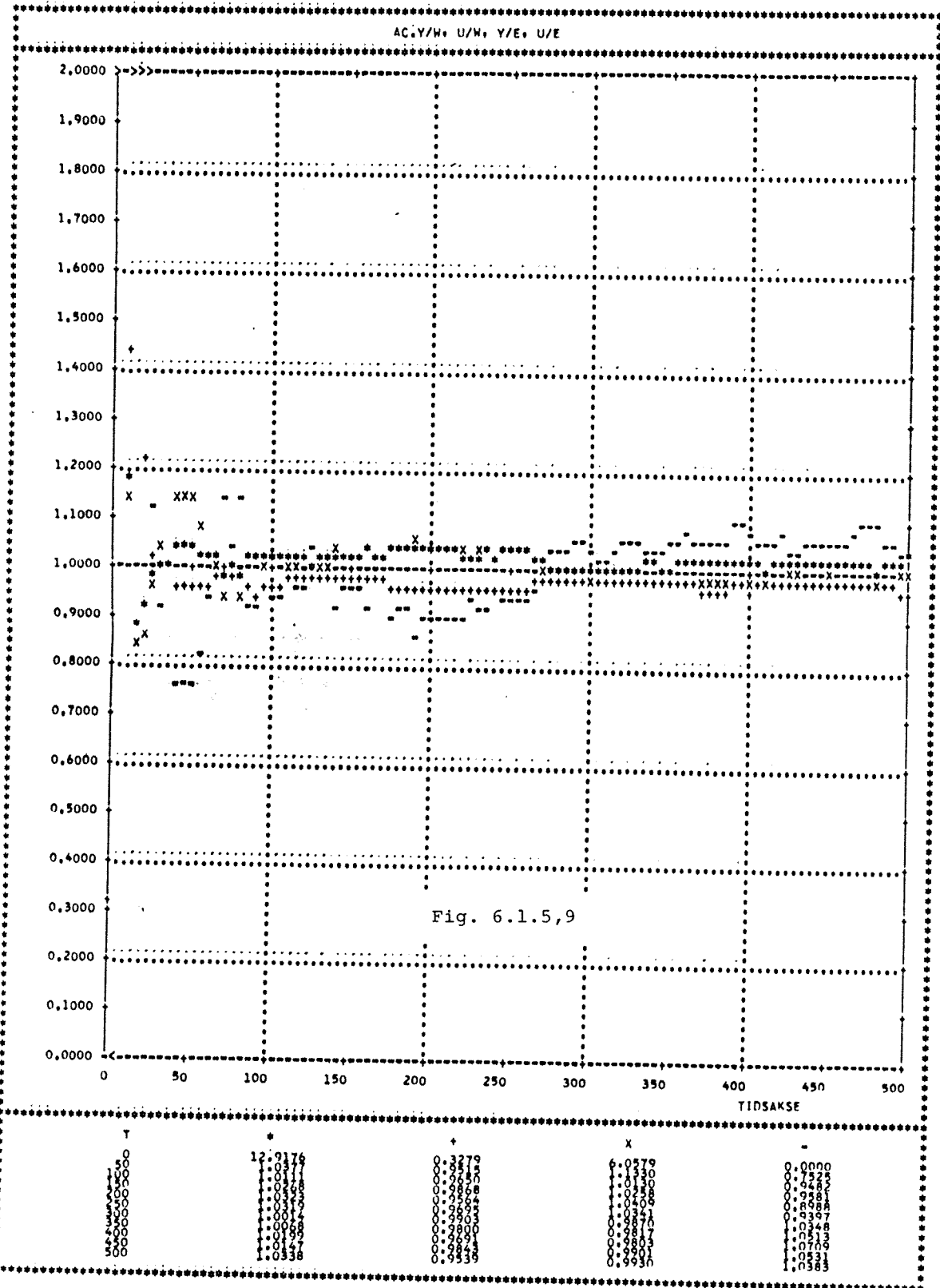
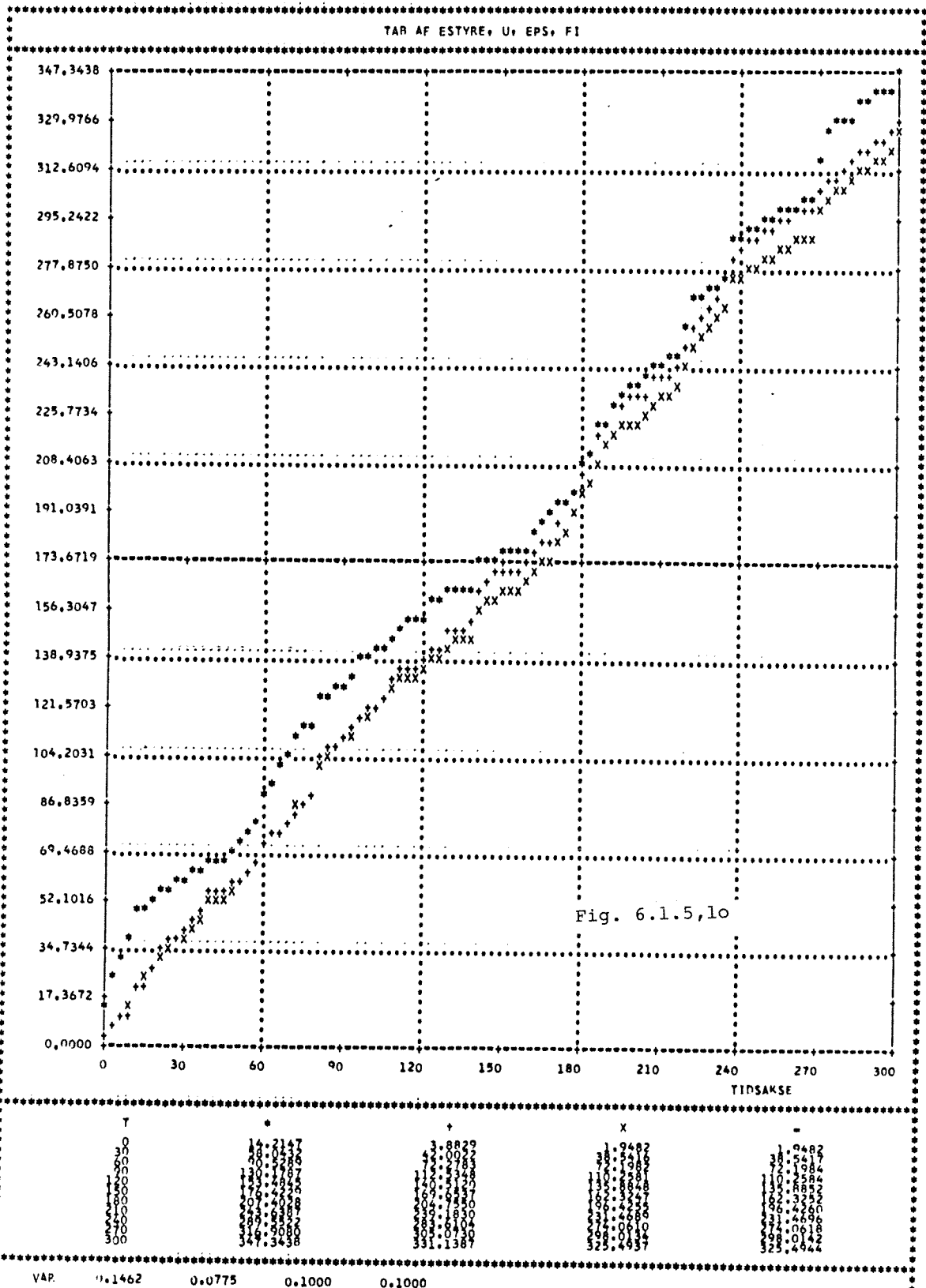


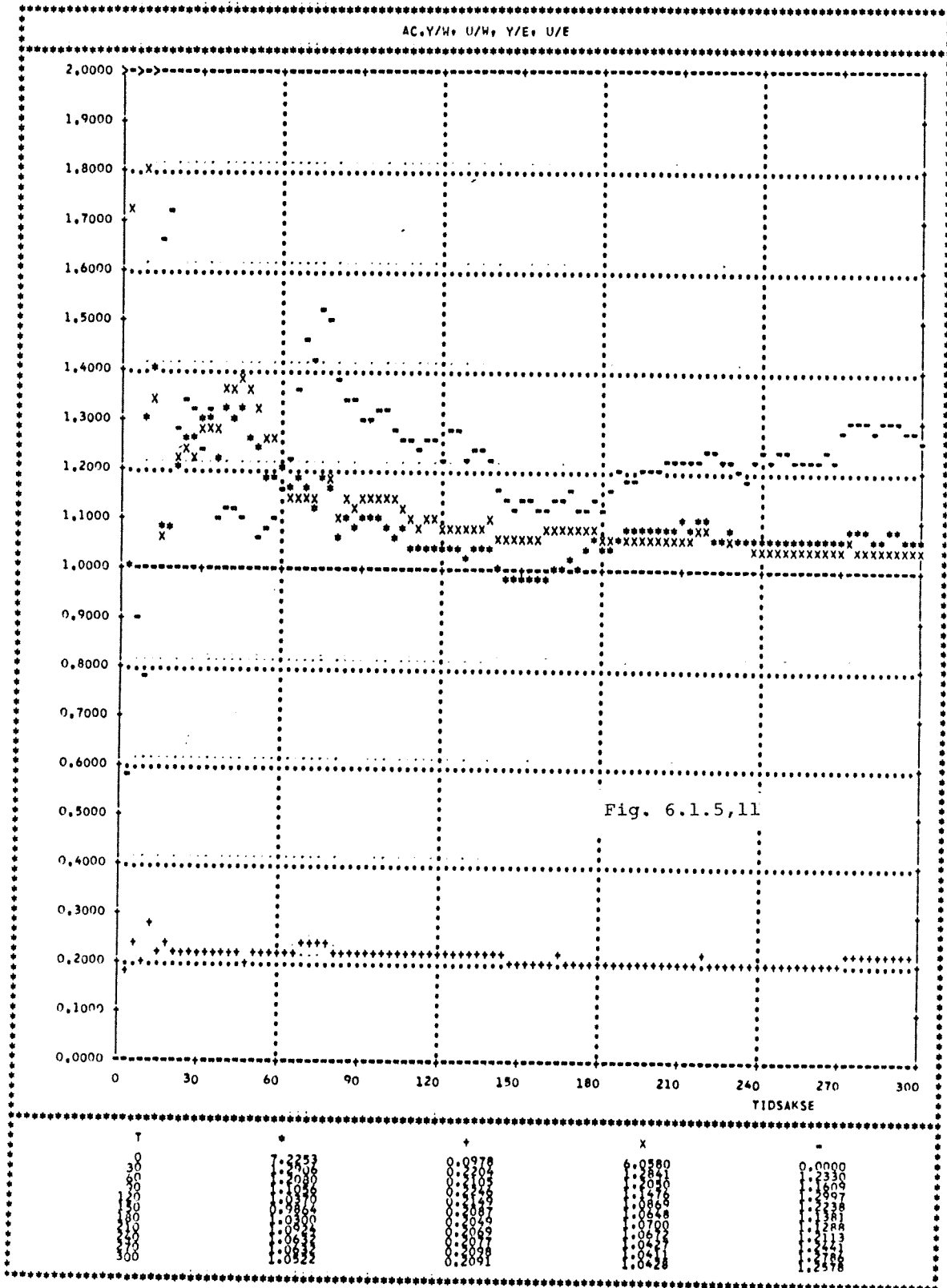
Fig 1: Objektets blokdiagram.

Det forudsættes, at rødderne til C^* - polynomiet ligger indenfor enhedscirklen. Det antages desuden at A og B samt A og C ikke









$w'(t)$ ved:

$$(18) \quad \begin{aligned} y'(t) &= \frac{1}{P_2} y(t) & \gamma &= E d \\ u'(t) &= \frac{1}{Q_2} u(t) & w'(t) &= \frac{R_1}{R_2} w(t) \end{aligned}$$

samt polynomierne G og H ved:

$$(17) \quad \begin{aligned} G(q^{-1}) &= Q_2 B E + Q_1 C \\ H(q^{-1}) &= -C(q^{-1}) \quad (\text{for } R_1 \neq 0) \end{aligned}$$

$$n_G = \max(n_{Q_2} + n_B + k - 1, n_{Q_1} + n_C)$$

kan (17) omskrives til:

$$(19) \quad C\Phi^*(t+k|t) = Fy'(t) + Gu'(t) + Hw'(t) + \gamma = 0$$

Denne regulator giver anledning til følgende blokdiagram.

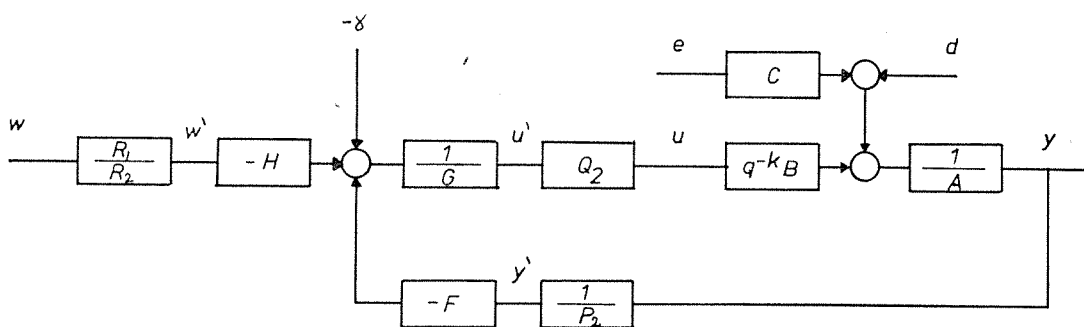


Fig. 3: Objekt med regulator.

Såfremt (15) kombineres med systemligningen (1) kan de in -

teressante overføringsfunktioner udregnes til:

$$(20) \quad H_{Y,w} = q^{-k} \frac{BR}{AQ + BP} = q^{-k} \frac{BP_2 Q_2}{AP_2 Q_1 + BP_1 Q_2} \frac{R_1}{R_2}$$

$$(21) \quad H_{u,w} = \frac{AR}{AQ + BP} = \frac{AP_2 Q_2}{AP_2 Q_1 + BP_1 Q_2} \frac{R_1}{R_2}$$

$$(22) \quad H_{Y,e} = \frac{G}{Q_2 (AQ + BP)} = \frac{GP_2}{AP_2 Q_1 + BP_1 Q_2}$$

$$(23) \quad H_{Y,u} = \frac{-F}{P_2 (AQ + BP)} = \frac{-FQ_2}{AP_2 Q_1 + BP_1 Q_2}$$

$$(24) \quad H_{Y,d} = \frac{Q}{AQ + BP} = \frac{Q_1 P_2}{AP_2 Q_1 + BP_1 Q_2}$$

Hvis $Q_1 = 0$, vil objektets nulpunkter blive udkompenseret, hvilket medfører, at disse skal være rimeligt dæmpet for at få en tilfredstillende regulering. Af disse overføringsfunktioner ses bl. a. at Q_1^* skal have et nulpunkt i 1 for at undgå stationære fejl hidrørende fra belastningen og referencen.

5.1.2. Den selvindstillende regulator.

I det foregående afsnit blev der udledt en metode til bestemmelse af en regulator, når objektets karakteristika er kendt. På grundlag af dette, vil der i dette afsnit blive angivet en selvindstillende regulator, når objektets parametre er ukendte og konstante. Når dette er tilfældet, kan de ukendte parametre estimeres og på grundlag af disse estimater, kan regulatorens parametre beregnes som angivet i det foregående afsnit. Dette på trods af, at de estimerede parametre, specielt i opstartsfasen, ikke er identiske med de konkrete (Certainty Equivalence). Denne metode vil give anledning til en eksplicit algoritme, der kræver et relativt stort regnearbejde ved hver sampling. Ved at omformulere modellen af objektet således at regulator-parametrene indgår i denne, kan disse estimeres direkte (implicit algoritme). Herved reduceres regnearbejdet, men samtidig kan antallet af estimerede parametre øges, således at der opnås ringere konvergenssegenskaber. Til estimationen anvendes en rekursiv mindste kvadrat (RLS) algoritme.

Den her fremlagte algoritme bygger på følgende antagelse :

- A1 : $n_A, n_B,$ og n_C er kendt
- A2 : Polynomierne A og B , samt A og C har ikke fælles faktorer.
- A3 : b_0 er kendt
- A4 : k og T_s er kendt
- A5 : C har alle punkter indenfor enhedscirklen.
- A6 : Tuningsparametrene i P, Q og R er valgt således at :

- A6.1: P, Q og R er stabile
 A6.2: $P_1(o)=P_2(o)=Q_2(o)=R_2(o)=1$
 A6.3: Polynomiet,

$$AP_2Q_1 + BP_1Q_2$$
 har alle rødder udenfor en -
 hedscirklen.

Der kan slækkes væsentligt på nogle af antagelserne. Idet flere af koefficienterne i polynomierne A, B og C kan være nul, er det kun nødvendigt at kende den øvre grænse for n_A , n_B og n_C . Antagelsen, A3, stammer fra, at regulatoren svarer til en minimal - varians - regulering på et udvidet system. Såfremt et objekt reguleres af en fast minimal-variens-regulator, og der ikke anvendes ekstra tilsatte signaler, vil identificerbarheds betingelsen overfor forstyrrelserne ikke være opfyldt med mindre at $k \geq n_C + 2$. Selvom en selvindstillende minimal - varians - regulator er tidsvarierende, hvorved identificerbarhedsbetingelsen er opfyldt, fæstner man den parameter, der vægter $u(t-k)$ i modellen. Den pågældende parameter er her G_o , der er lig $b_o + q_o$. En anden begrundelse for at fæstne denne parameter, er at den indgår i udtrykket til bestemmelse af styresignalet på en ret uheldig måde. Styresignalet er omvendt proportional med G_o . I /24/ undersøges dette valg for den basale minimal - varians - regulator ($Q = R = o$, $P = 1$) anvendt på et simpelt objekt. Det vises her at en nødvendig betingelse for konvergens, når der anvendes en RLS-algoritme, er, at a priori estimatet g_o af G_o skal opfylde betingelsen:

$$0 \leq \frac{G_o}{g_o} \leq 2$$

Dette viser, at g_o skal vælges med rigtigt fortegn og med en størrelse, der er større end $|\frac{1}{2}G_o|$. Denne undersøgelse antyder, at a priori estimatet ikke er særligt kritisk. Hvis q_o er stor i forhold til b_o , vil usikkerheden på g_o iøvrigt være relativ

lille. I den oprindelige version, der er foreslået af Clarke og Gawthrop, er G_o ikke fæstnet a priori. Hvis kendskabet til b_o er meget usikkert, kan denne version da anvendes, specielt hvis refercesignalet er tilstrækkeligt eksisterende (med ordenen $\max(n_A, N_B, N_C)$).

Antagelsen A6.3 synes umiddelbart at kræve et kendskab til objektet, der er i modstrid med den adaptive tankegang. I afsnit 5.1.3 vil det blive vist, at dette ikke nødvendigvis er tilfældet. Kendskabet kan i de fleste tilfælde reduceres til en viden, om objektet har nulpunkter udenfor enhedscirklen.

Det udvidede objekt, der er givet ved:

$$(1) \quad A y = q^{-k} B u + C e + d$$

$$(2) \quad \Phi = P y + q^{-k} (Q u - R w)$$

kan på ækvivalent måde beskrives af modellen:

$$(3) \quad \Phi(t) = \hat{\Phi}^*(t|t-k) + E e(t)$$

$$(4) \quad C \hat{\Phi}^*(t|t-k) = q^{-k} (F y^-(t) + G u^-(t) + H w^-(t)) + \gamma$$

hvor signalerne y^- , u^- og w^- er defineret i afsnit 5.1.1. Det bemærkes, at regulator parameterne indgår i denne model. Parameteren G_o ,

$$G_o = b_o + q_o$$

estimeres ikke, men fastsættes ved hjælp af et a priori informationen om b_o . Hvis $R \neq 0$ er $H = -C$ og $h_o = -1$. Derfor estimeres h_o ikke. De øvrige parametre kan estimeres ud fra modellen:

$$(5) \quad \Phi(t) = \hat{\Phi}^*(t|t-k) + \epsilon(t)$$

$$(6) \quad C \hat{\Phi}^*(t|t-k) = q^{-k} (\hat{F}_t y^{\wedge} + \hat{G}_t u^{\wedge} + \hat{H}_t w^{\wedge}) + \hat{Y}_t$$

hvor de estimerede polynomiers tidsargument er anført som index for at indikere, at skifteoperatoren, q^{-1} , ikke påvirker disse. Den simpleste regulator fremkommer ved at se bort fra, at de estimerede parameter ikke er korrekte, hvorved styresignalet bestemmes af :

$$(7) \quad C \hat{\Phi}^*(t+k|t) = \hat{F}_{t+1} y^{\wedge} + \hat{G}_{t+1} u^{\wedge} + \hat{H}_{t+1} w^{\wedge} + \hat{Y}_{t+1} = 0$$

Det ses af (7) og (5), at ifald $k=1$ eller estimerterne er konstante, er:

$$(8) \quad \Phi(t) = \varepsilon(t)$$

Lad i det følgende $C=1$. Defineres der to vektorer, $x(t)$ og θ , med ρ elemeter ud fra

$$(9) \quad \begin{aligned} x(t) &= (y^{\wedge}(t-k), \dots, u^{\wedge}(t-k), \dots, w^{\wedge}(t-k), \dots, 1)^T \\ \theta &= (f_0, \dots, g_0, \dots, -1, \dots, \gamma)^T \end{aligned}$$

kan modellen beskrives ved:

$$(10) \quad \Phi(t) = x^T(t) \hat{\theta}(t) + \varepsilon(t)$$

og styresignalet kan bestemmes således at:

$$(11) \quad x^T(t+k) \hat{\theta}(t+1) = 0$$

Størrelsen, ρ , er lig:

$$\rho = n_F + n_G + n_H + 4$$

Med formuleringen (10) er modellen bragt på den standardform,

der er anvendt i kapitel 3. Som før nævnt opdateres parametervektorens estimat, $\hat{\theta}(t)$, med en RLS - algoritme. Ved at opstarte denne på passende vis (initialisere estimaternes kovariansmatrice i overensstemmelse med et eksakt kendskab til θ_0 og γ_0), kan de to faste parameter indgå i $\hat{\theta}(t)$ uden at blive opdateret.

Såfremt $C = 1$ vil residualerne for korrekte estimater være

$$\begin{aligned} (12) \quad \varepsilon(t) &= E(q^{-1}) e(t) \\ &= e(t) + \dots + e_{k-1}e^{(t+1-k)} \end{aligned}$$

uafhængige af regressorene, $x(t)$, hvilket er en forudsætning for, at de korrekte parametre er et sandsynligt konvergenspunkt for RLS estimaterne $\hat{\theta}(t)$. I det generelle tilfælde, hvor $C \neq 1$, vil modellen for korrekte parametre være:

$$(13) \quad \Phi(t) = x^T(t) \theta + \varepsilon(t) + (C-1) \Phi^*(t|t-k)$$

En RLS - estimator vil derfor alene give ucentrale estimater, idet $\Phi^*(t|t-k)$ er korreleret med $x(t)$. Estimatoren arbejder imidlertid i kaskade med en regulator, der bestemmer styresignalet således at:

$$(14) \quad \hat{\Phi}^*(t+k|t) = 0$$

Hvis $\hat{\theta}(t)$ konvergerer mod θ , vil det sidste led i (13) forsvinde. Det ses heraf, at de korrekte parametre i θ er et sandsynligt konvergenspunkt. Det ligger udenfor rammerne af dette projekt, at undersøge om der eksisterer andre sandsynlige konvergenspunkter.

En analyse af, om de korrekte parametre også er et muligt konvergenspunkt, vil f. eks. kræve en undersøgelse af de til

den stokastiske estimations algoritme hørende ordinære differentialligninger. I forbindelse med et specialtilfælde, den basale minimal - varians - regulator, vil der blive refereret nogle resultater.

Et formelt bevis for global stabilitet ligger naturligvis langt udenfor dette projekts rammer, men der kan dog gives nogle ret heuristiske overvejelser. Hvis parameterestimerne er drevet ud i det ustabile område, vil objektets udgang antage store signalværdier. Dette medfører et stort signal - støj - forhold, og estimationsalgoritmen vil da trække estimerne mod de korrekte og dermed stabiliseres objektet.

Når der som her anvendes en minimal - varians - regulering sammen med en LS - estimator, eksisterer der nogle egenskaber, der skyldes de fælles træk, der er imellem de to kriteriefunktioner. RLS algoritmen opdaterer $\hat{\theta}(t)$ således at kriteriefunktionen:

$$I_e(\theta) = \frac{1}{t} \sum_{s=1}^t (\Phi(s) - x^T(s)\theta(s))^2$$

minimeres, men regulatoren bestemmer styresignalet sådan at:

$$I_r(\hat{\theta}) = E\{ (\Phi(t+k) - x^T(t+k)\hat{\theta}(t))^2 \mid t \}$$

antager sit minimum. For store værdier af t vil $\hat{\theta}(t)$ kun variere langsomt, og de to kriterier vil da approximativt være ens. Det følger heraf, at hvis estimationen er relativ ufølsom overfor fejl i visse retninger af parameterrummet, vil reguleringen af $\Phi(t)$ ligeledes være ufølsom overfor denne fejl. Det kan derfor forventes, at den basale minimal - varians - regulator har de bedste konvergenssegenskaber med hensyn til reguleringskvalitet. Disse egenskaber kan tænkes ringere med en forøgelse af størrelsen:

$$A_0 = \frac{1}{2\pi j} \oint_L \frac{P_2(q^{-1})P_2(q)}{P_1(q^{-1})P_1(q)} q^{-1} dq$$

hvor L er enhedscirklen. Denne størrelse øges i visse tilfælde for at slække på kravene til styringen.

For at opsumere angives algoritmen i sin helhed ved denne punktbeskrivelse. For hvor sampling udføres følgende:

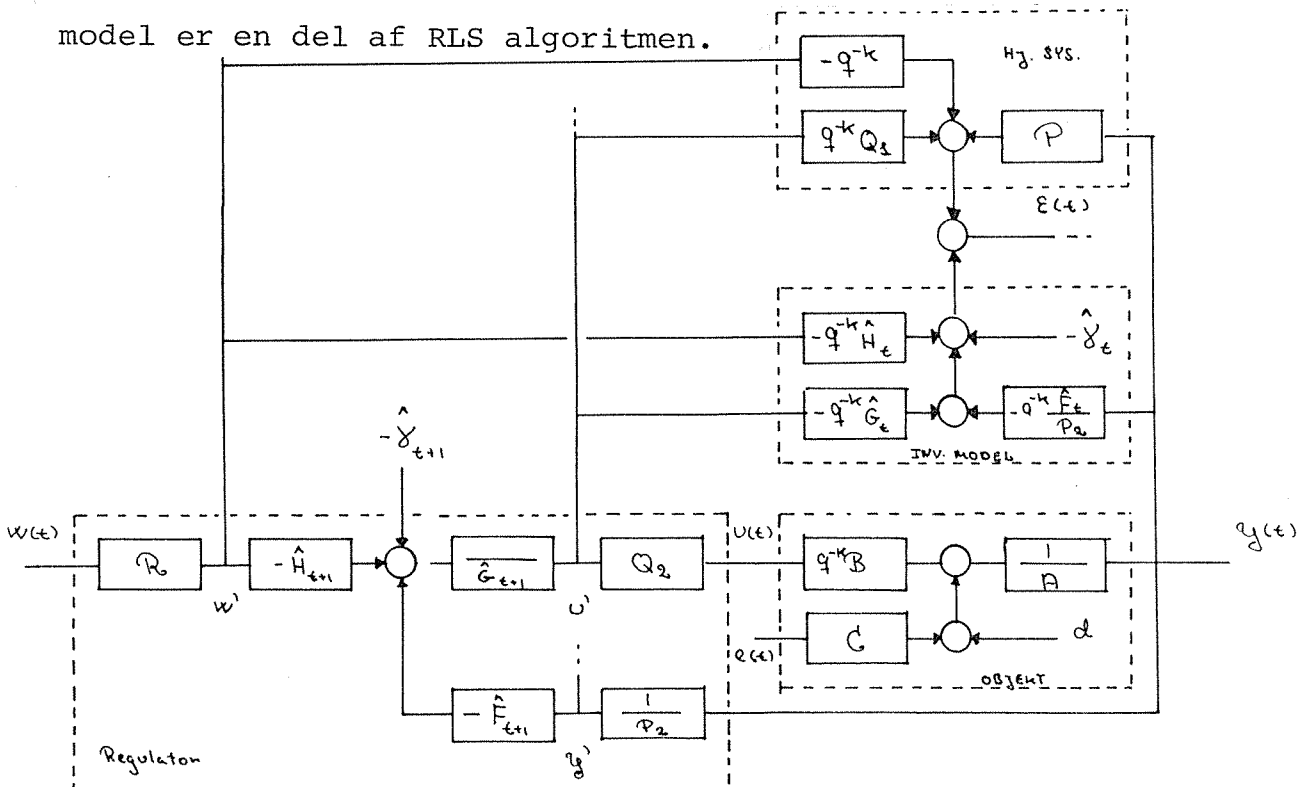
1. Mål $y(t)$
2. Dan signalerne y^-, u^- og w^- samt

$$\Phi(t) = P_1 y^- + q^{-k} (Q_1 u^- - R w^-)$$
3. Estimer parameterne i modellen:

$$\Phi(t) = q^{-k} (\hat{F}_t y^- + \hat{G}_t u^- + \hat{H}_t w^-) + \hat{\gamma}_t$$
4. Beregn styresignalet ud fra:

$$\hat{F}_{t+1} y^- + \hat{G}_{t+1} u^- + \hat{H}_{t+1} w^- + \hat{\gamma}_{t+1} = 0$$

Dette kan illustreres med et blokdiagram, hvori den inverse model er en del af RLS algoritmen.



5.1.3 Specialtilfælde.

De mange tuningparametre, der indgår i kriteriefunktionen I, bevirker at regulatoren er meget generel og kan anvendes i flere forskellige situationer. En af de bemærkelsesværdige egenskaber er, at regulatoren kan anvendes i forbindelse med ikke - minimums - fase objekter, såfremt styresignalet eller en filtreret version heraf indgår i kriteriefunktionen. Herved bliver objektets nulpunkter ikke plomberet. På samme måde kan styreeffekten begrænses ved anvendelse i forbindelse med objekter, der har alle nulpunkter indenfor enhedscirklen. Den generelle struktur indeholder også en klasse af regulatorer, der svarer til modelfølgere, der ligeledes kræver en mindre styreeffekt end den basale minimal - varians - regulator. I det følgende er enkelte specialtilfælde nærmere undersøgt. Undersøgelserne vil dog kun omhandle de stationære egenskaber, der kendetegner regulator typerne, når disse er korrekt konvergeret.

---ooo0ooo---

5.1.3.1 Den Basale Minimal - Varians - Regulator.

Såfremt overføringsfunktionerne P, Q og R vælges således:

$$(1) \quad \begin{aligned} P(q^{-1}) &= R(q^{-1}) = 1 \\ Q(q^{-1}) &= 0 \end{aligned}$$

bliver kriteriefunktionen simpel

$$(2) \quad I = E \{ (y(t+k) - w(t))^2 \mid t \}$$

Det bemærkes, at hvis referencen er konstant, minimeres variansen af objektets udgangssignal, $y(t)$. Med korrekt konvergeret parameterestimer vil regulatoren give anledning til følgende overføringsfunktioner:

$$(3) \quad H_{y,w} = q^{-k}$$

$$(4) \quad H_{u,w} = \frac{A}{B}$$

$$(5) \quad H_{y,e} = E_0$$

$$(6) \quad H_{u,e} = - \frac{F_0}{B}$$

hvor polynomierne E_0 og F_0 er bestemt af prediktorligningen:

$$(7) \quad C(q^{-1}) = A(q^{-1})E_0(q^{-1}) + q^{-k} F_0(q^{-1})$$

$$n_{F_0} = \max(n_A - 1, n_C - k)$$

$$n_{E_0} = k - 1$$

Af (3) ses at regulatoren overfor referencen er en deadbeat type med en indstillingstid på k trin. Dette kan specielt i

forbindelse med for hurtigt samlede objekter give anledning til urealistiske store styreeffekter. Som en følge af at styresignalet ikke indgår i kriteriefunktionen vil objektets nulpunkter blive plomberet. Dette kan være ret uheldigt, hvis disse er dårligt dæmpet, idet de indgår som poler for $H_{u,w}$ og $H_{u,e}$. Regulatorarten kan følgelig ikke anvendes i forbindelse med objekter, der har nulpunkter udenfor enhedscirklen. Blok - diagrammet for regulatoren samt den inverse model er angivet nedenfor.

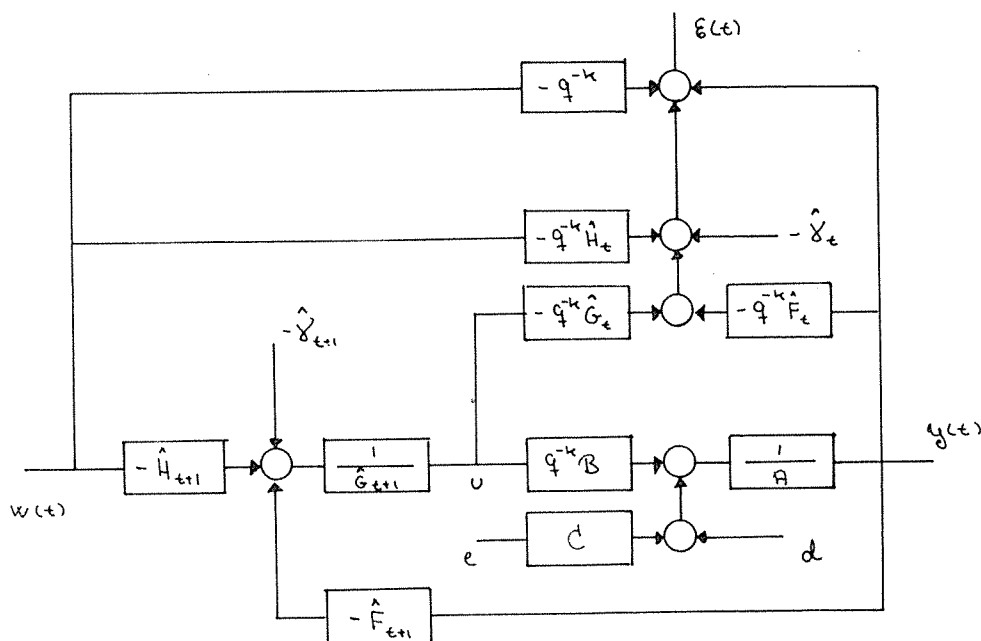


Fig. 1: Objekt med minimal-varians-regulator og invers model.

Hvis servodelen af regulatoren kobles fra ved at sætte $R = 0$, fremkommer en variant, der har været genstand for en del teoretiske undersøgelser. Ved at studere de til RLS algoritmen associerede ordinære differentialligninger har man fundet følgende resultater (j.v.f. /7/ og /14/). Hvis forudsætningerne, $A_1 - A_6$, er opfyldt samt, hvis de estimerede polynomier, \hat{F} og \hat{G} , ikke har fælles faktorer, da er de korrekte

parametre det eneste konvergenspunkt (stationære punkt til de ordinære differential ligninger). Ydermere er dette et muligt konvergenspunkt såfremt størrelsen:

$$(8) \quad - \frac{1}{C(\beta_{\ell})} \quad \ell = 1, \dots, n_B$$

har negativ realdel. Her er β_{ℓ} et af objektets nulpunkter. Det ses, at (8) er opfyldt ifald C er positiv reel.

I /5/ refereres et resultat, der skyldes Ljung. Hvis funktionen:

$$\frac{1}{C(q^{-1})} - \frac{1}{2}$$

er strengt positiv reel, vil den adaptive algoritme konvergere. Denne adaptive algoritme vil i senere afsnit blive betegnet som MVo - regulatoren for at undgå navne sammenfald mellem denne og den generelle.

---ooo0ooo---

5.1.3.2 MVI - Regulatoren.

I dette afsnit vil der blive givet en kort omtale af de tilfælde, hvor styresignalet indgår i kriteriefunktionen. Som før nævnt medfører dette, at objektets nulpunkter ikke plomberes og åbner derfor mulighed for regulering af ikke minimum - fase objekter. Det bevirker ligeledes en reduktion af styre - effekten i forhold til MVO - regulatoren.

Det simpleste tænkelige valg af kriteriefunktionen er bestemt ved:

$$(1) \quad P(q^{-1}) = R(q^{-1}) = 1 \quad \text{og} \quad Q(q^{-1}) = \lambda$$

hvor λ er en konstant. Kriteriefunktionen bliver da:

$$(2) \quad I = E\{ (y(t+k)-w(t))^2 + b_0 \lambda u(t)^2 \mid t \}$$

Stabilitet af systemet med korrekt konvergeret regulator er sikret, såfremt nulpunkterne til N^* , hvor

$$(3) \quad N = A Q_1 P_2 + B Q_2 P_1 = B + \lambda A$$

ligger indenfor enhedscirklen. Hvis objektet kendes rimeligt godt kan λ bestemmes ud fra en simpel rodkurve analyse. I det almene tilfælde kan et sådant kendskab ikke forudsættes. Man kan se, at for et stabilt objekt med nulpunkter udenfor enhedscirklen vil stabiliteten kræve en stor værdi for λ . Til gengæld vil reguleringskvaliteten være forringet ved en alt for stor værdi af λ . Foreligger der derimod et ustabil objekt med alle nulpunkter indenfor enhedscirklen, vil stabiliteten kræve, at styresignalet indgår med en meget lille vægt. Hvis objektet både har poler og nulpunkter udenfor enhedscirklen, vil det være nødvendigt at kende et interval, hvori λ skal ligge for

at regulatoren kan stabilisere objektet.

Ovennævnte regulatorstype har imidlertid den ulempe, at så - fremt objektet ikke indeholder en integrator, vil $H_{y,w}(1) \neq 1$ (j.v.f. afsnit 5.1.1). For at sikre dette kan kriteriefunk - tionen ændres sådan at:

$$(4) \quad P(q^{-1}) = R(q^{-1}) = 1 \quad \text{og} \quad Q(q^{-1}) = \lambda (1 - q^{-1})$$

hvorved kun variationerne i styresignaler indgår i kriteriet. Med korrekte parameterestimer vil overføringsfunktionerne være:

$$(5) \quad H_{y,w} = q^{-k} \frac{B}{B + \lambda(1-q^{-1})A}$$

$$(6) \quad H_{u,w} = \frac{A}{B + \lambda(1-q^{-1})A}$$

$$(7) \quad H_{y,e} = \frac{BE_o + \lambda(1-q^{-1})C}{B + \lambda(1-q^{-1})A}$$

$$(8) \quad H_{u,e} = - \frac{F_o}{B + \lambda(1-q^{-1})A}$$

hvor E_o og F_o er bestemt (5.1.3.1;7) på samme måde som i MVo - tilfældet. Det karakteristiske polynomie:

$$(9) \quad N = B + \lambda(1-q^{-1})A$$

viser, at stabilitet i forbindelse med regulering af et objekt med nulpunkter beliggende i højre halvplan og udenfor enheds - cirklen kan være vanskelig at opnå. Ved praktisk anvendelse vil en fornuftig regulering kræve et a priori kendskab til de områder, hvori objektets parameter befinder sig.

Der eksisterer dog også en anden mulighed. Man kan starte med en værdi af λ , der garanterer stabilitet, men måske ikke giver en god reguleringskvalitet (objekter med nulpunkter udenfor enhedscirklen) eller måske kræver for stor styreeffekt (ustabile objekter). Herefter kan λ ændres således at bedre regulering opnås. En sådan ændring kræver imidlertid en genstartning af estimationen, sådan at polynomiet $\hat{G}(q^{-1})$ kan ændres i overensstemmelse med det gældende Q - polynomie.

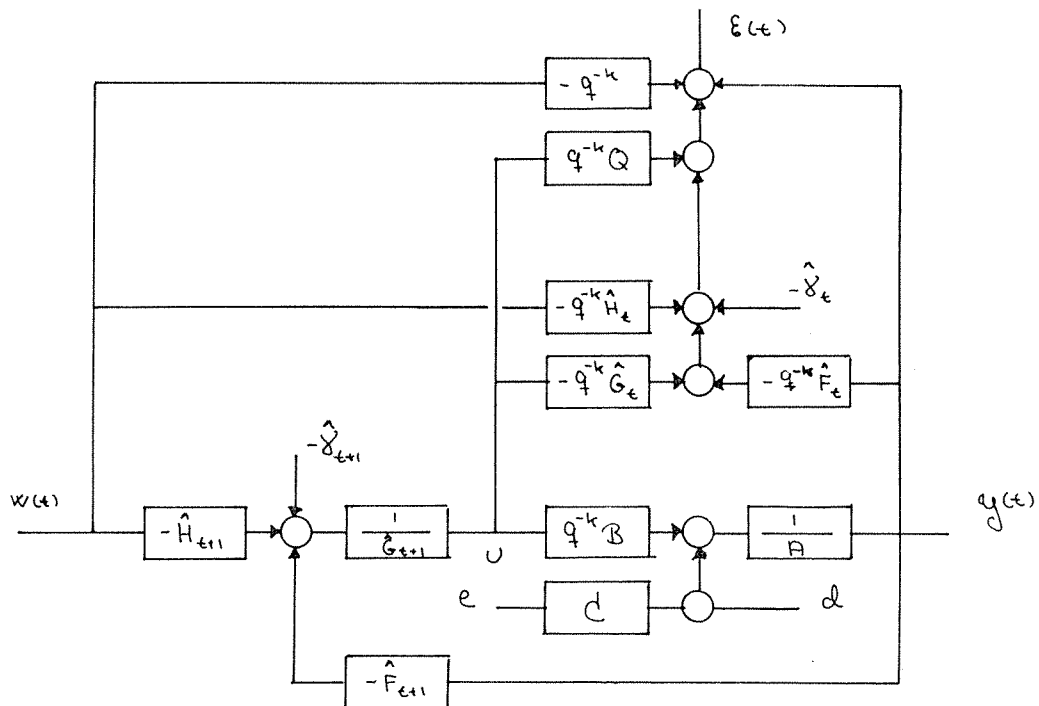


Fig. 1: MV1 - regulator, objekt og invers model

Ovenstående figur viser den selvindstillende regulator samt den inverse model, der indgår i estimationsalgoritmen.

Den omtalte algoritme har den ulempe, at såfremt overføringsfunktionen Q ønskes ændret, skal estimationen genstartes. I /3/ giver Clarke og Gawthrop bl. a. en reformulering af den generelle algoritme, således at Q kan ændres uden genstart af estimationen. Dette kan gøres ved at ændre identifikationsmodellen, specifikt polynomiet $G(q^{-1})$, sådan at Q ikke indgår i dette.

En anden måde, hvorpå problemet med valget af Q , for at opnå stabilitet og samtidig en rimelig regulering kan klares, er at kombinere den her omtalte regulator med en polplacerings regulator (j.v.f. /1/). Antag at P , Q og R i det følgende er polynomier. Overføringsfunktionen $H_{y,e}$ er da

$$(10) \quad H_{y,e} = \frac{G}{AQ + BP}$$

for korrekte estimater. Såfremt det ønskes, at denne overføringsfunktion skal have poler givet ved polynomiet $T(q^{-1})$, skal P og Q bestemmes således at:

$$(11) \quad AQ + BP = T$$

hvilket er muligt, hvis ordenerne af P og Q opfyldes :

$$(12) \quad n_Q = n_B - 1 \quad \text{og} \quad n_P = n_A - 1$$

samt hvis

$$(13) \quad n_T \leq n_A + n_B - 1$$

Ved at multiplicere (11) med $E(q^{-1})$, der er bestemt af prediktorligningen (5.1.1, 10) (for $P_2 = 1$), fås at P og Q kan bestemmes af:

$$(14) \quad PG - q^{-k} QF = TE$$

Den selvindstillende regulator algoritme tilføres da et punkt, hvor (14) løses med hensyn til P og Q på basis af de estimerede polynomier, \hat{F} og \hat{G} . Forudsat konvergens mod korrekte parametre vil overføringsfunktionerne være:

$$H_{y,w} = q^{-k} \frac{B R}{T}$$

$$H_{u,w} = \frac{A R}{T}$$

$$H_{y,e} = \frac{G}{T}$$

$$H_{u,e} = - \frac{F}{T}$$

hvor kun T og R er valgt a priori som tuningparametre. Denne udvidelse af algoritmen vil dog ikke blive undersøgt yderligere her.

---ooo0ooo---

5.1.3.3 Modelfølger (MV2).

I det foregående afsnit blev der angivet en klasse selvind - stillende regulatorer, der for korrekt konvergeret parameter - estimer havde den egenskab, at de krævede mindre styreeffekt end den basale minimal - varians - reguletor. I dette afsnit vil der blive gennemgået en klasse af regulatorer med samme egenskab, der blot er opnået på en anden måde.

Vælges nu kriteriefunktionen med:

$$(1) \quad P = \frac{A^e}{B^e} , R = \frac{A^e B^m}{B^e A^m} \quad \text{og} \quad Q = 0$$

hvor

$$(2) \quad A^e(0) = B^e(0) = A^m(0) = 1$$

vil de interessante overføringsfunktioner under forudsætning af korrekt konvergens være:

$$(3) \quad H_{y,w} = q^{-k} \frac{B^m}{A^m}$$

$$(4) \quad H_{u,w} = \frac{A B^m}{A^m B}$$

$$(5) \quad H_{y,e} = \frac{B^e}{A^e} E$$

$$(6) \quad H_{u,e} = - \frac{F B^e}{A^e B}$$

Det bemærkes, at da $Q_1 = 0$ vil objektets nulpunkter blive plomberet, og denne klasse af regulatorer kan derfor ikke anvendes på objekter med nulpunkter udenfor enhedscirklen. Regulatorerne kan endvidere kun med ringe resultat anvendes på objekter med dårligt dæmpede nulpunkter. Med dette valg af kriteriefunktion er systemets egenskaber overfor støj og referencesignal gjort uafhængige.

Modellen overfor referencesignalet kan vælges ud fra klassiske principper så som opvoksningstid og oversving eller pollængde og dæmpning. Disse størrelser skal naturligvis stå i et realistisk forhold til det mere eller mindre ukendte objekt. Ved de fleste anvendelser vil det være et ubetinget krav, at denne model har en DC - forstærkning på 1. En passende model kan f. eks. være en samplet udgave af et system med overføringsfunktionen:

$$(7) \quad M(s) = \frac{\omega_r^2}{s^2 + 2\zeta\omega_r s + \omega_r^2}$$

i den kontinuere beskrivelse. I det tidsdiskrete domæne er modellen givet:

$$(8) \quad \begin{aligned} A^m(q^{-1}) &= 1 - 2\cos(\omega T_s) \exp(-aT_s) q^{-1} + \exp(-2aT_s) q^{-2} \\ B^m(q^{-1}) &= b_0 + b_1 q^{-1} \end{aligned}$$

hvor

$$\begin{aligned} b_0 &= 1 - \exp(-aT_s) \left\{ \cos(\omega T_s) + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin(\omega T_s) \right\} \\ b_1 &= \exp(-aT_s) \left\{ \exp(-aT_s) - \cos(\omega T_s) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin(\omega T_s) \right\} \end{aligned}$$

$$a = \zeta\omega_r; \quad \omega = \frac{\omega_r}{\sqrt{1-\zeta^2}}$$

Dæmpningsfaktoren, ζ , vælges i intervallet 0,5 - 0,8, mens pollængden, ω_r , vælges ud fra et skøn over den med det forelagte objekt opnåelige hurtighed.

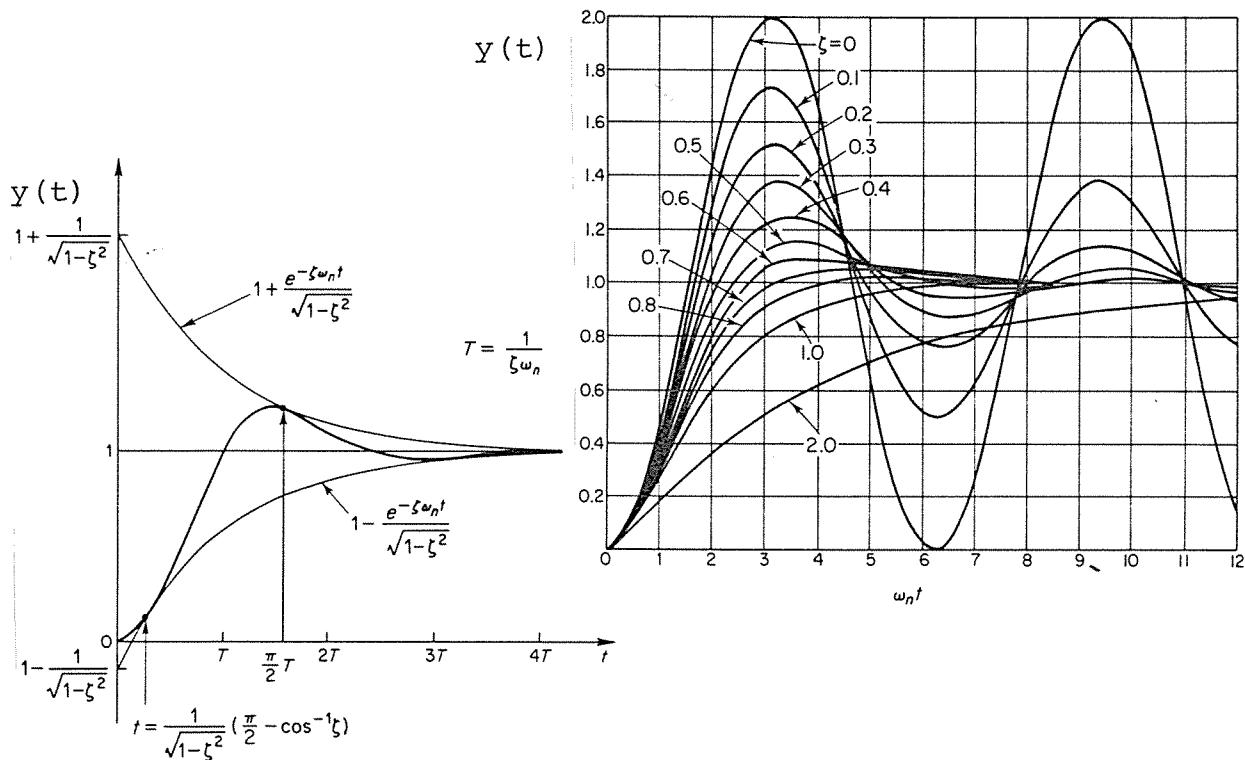


Fig. 1: Trinrespons for den kontinuere model (7). Kurverne er fra Ogata Modern Control Engineering. ($\omega_n = \omega_r$)

I det tilfælde at $k = 1$, vil variansens af objektets udgang ($w(t) = 0$) udelukkende være bestemt af poler og nulpunkter i modellen overfor støjen, fordi da er $E = 1$. Polynomierne A^e og B^e kan derfor bestemmes ud fra et kray til omtalte varians. Dette krav bør stå i forhold til den forhåndenværende styreeffekt og objektets ukendte dynamik.

Det vil derfor være praktisk blot at lade modellen overfor støjen og modellen overfor referencesignal t have identiske poler og nulpunkter. Herved reduceres overføringsfunktionen R til en simpel konstant, der sikre at DC - forligningen gennem systemet. Når $k > 1$ er variansen af udgangssignalet desuden bestemt af nulpunkterne i polynomiet E, der ligesom F er bestemt af (5.1.1,10) der i dette tilfælde lyder:

$$(10) \quad A^e C = B^e A E + q^{-k} F$$

Denne ligning viser umiddelbart, at modellen overfor støjen ikke skal vælges med en al for høj orden, idet ordenen af F - polynomiet er proportional hermed. Man kan ellers forringe konvergenshastigheden. Det bemærkes iøvrigt, at det kun er modellen overfor støjen, der er bestemmende for tilbagekoblingen. Modellen overfor referencen optræder som et forfilter. Nedenfor er vist et blokdiagram for den selvindstillende regulator.

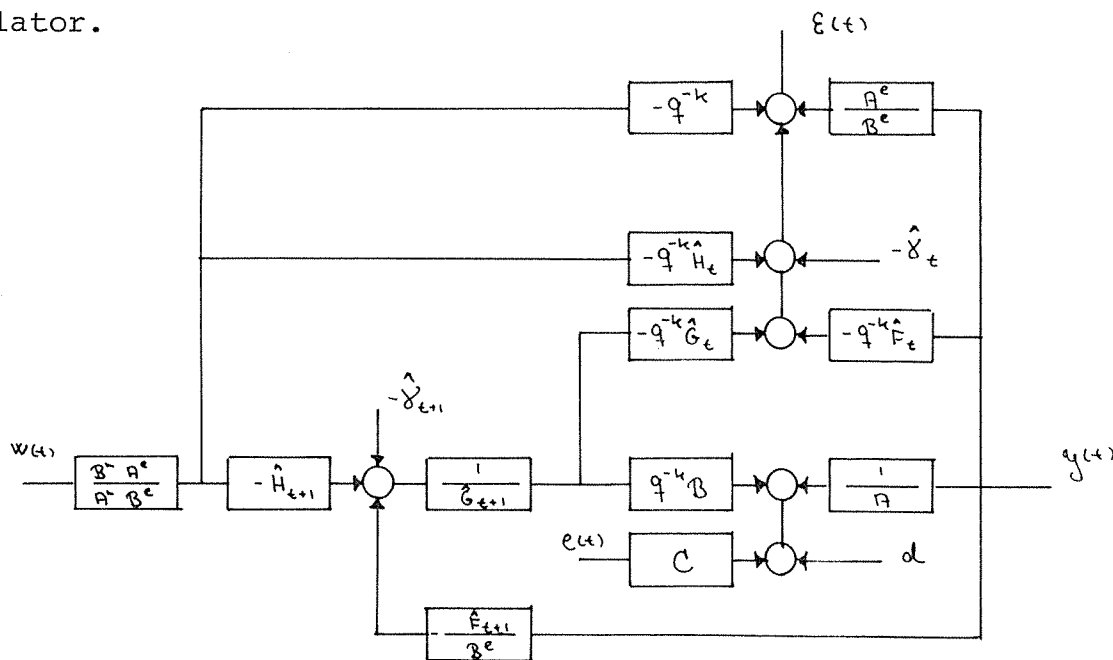


Fig. 2: Blokdiagram over objekt med regulator og invers model.

5.1.3.4 MV3 - Regulatoren.

Af hensyn til senere anvendelse angives i dette afsnit en type regulator, hvis egenskaber overfor referencesignalet er identisk med den foregående, forudsat at parameterestimerne er korrekte. Denne type er bestemt ved polynomierne:

$$(1) \quad \begin{array}{lll} P_1 = A^m & R_1 = B^m & Q_1 = 0 \\ P_2 = 1 & R_2 = 1 & Q_2 = 1 \end{array}$$

og de korrekte overføringsfunktioner er:

$$(2) \quad H_{y,w} = q^{-k} \frac{B^m}{A^m}$$

$$(3) \quad H_{u,w} = \frac{A B^m}{A^m B}$$

$$(4) \quad H_{y,e} = \frac{1}{A^m} E$$

$$(5) \quad H_{u,e} = - \frac{F}{B A^m}$$

hvor polynomierne E og F er bestemt af:

$$(6) \quad A^m C = A E + q^{-k} F$$

Det ses, at systemet opfører sig som modellen overfor referencesignalet og støjen på samme måde som objektet overfor styresignalet og støjen. Sagt med andre ord substituerer regulatoren objektet med modellen. Sammenlignet med den

foregående type har man ikke her mulighed for at bestemme ekstra nulpunkter i overføringsfunktionen $H_{y,e}$, og man har heller ikke mulighed for adskille egenskaberne overfor støj og referencesignalet. Denne type, der er et specialtilfælde af den foregående type, kan skitseres som vist i fig.1 med et blokdiagram.

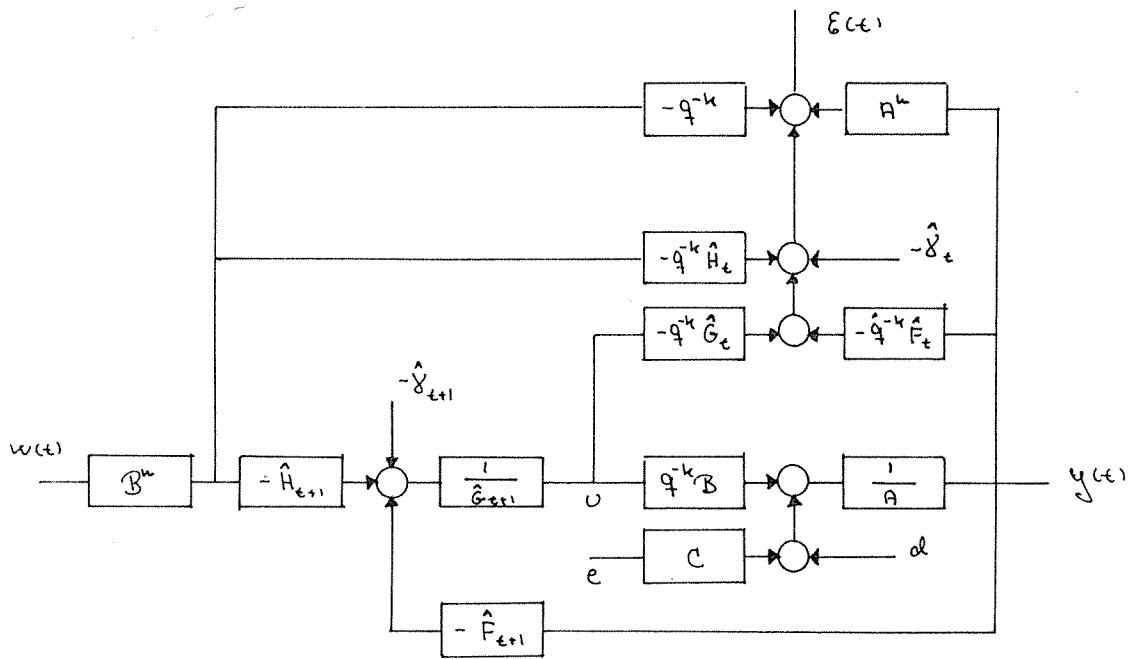


Fig. 1: Objekt med MV3 - regulator og invers model.

---ooo0ooo---

$$\begin{aligned}
 (7) \quad \frac{y(z)}{w(z)} &= \{y(k)z^{-k} + \dots + y(m_1-1)z^{1-m_1}\}(1-z^{-1}) \\
 &\quad + z^{-m_1-k} \\
 &= z^{-k} (p_0 + \dots + p_{m_1}z^{-m_1}) = z^{-k} P_3(z^{-1})
 \end{aligned}$$

idet $y(t) = 0$ for $t < k$. I (7) er

$$\begin{aligned}
 p_0 &= y(k) \\
 p_1 &= y(k+1) - y(k) \\
 &\vdots \\
 (8) \quad p_i &= y(k+i) - y(k+i-1) = \Delta y \\
 &\vdots \\
 p_{m_1} &= 1 - y(k+m_1-1)
 \end{aligned}$$

Det bemærkes, at $P_3(1) = \sum p_i = 1$. Kravet (5) kan udtrykkes på analog måde:

$$(9) \quad u(z) = u(0) + \dots + u(n_1-1)z^{1-n_1} + u(n_1)[z^{-n_1} + \dots]$$

Videre er :

$$\begin{aligned}
 (10) \quad \frac{u(z)}{w(z)} &= \{u(0) + \dots + u(n_1-1)z^{1-n_1}\}(1-z^{-1}) \\
 &\quad + u(n_1)z^{-n_1} \\
 &= q_0 + \dots + q_{n_1}z^{-n_1} = Q_3(z^{-1})
 \end{aligned}$$

hvor:

$$\begin{aligned} q_0 &= u(0) \\ q_1 &= u(1) - u(0) \\ &\vdots \\ (11) \quad q_i &= u(i) - u(i-1) = \Delta u \\ &\vdots \\ q_{n_1} &= u(\infty) - u(n_1-1) \end{aligned}$$

Man ser let, at $Q_3(1) = A(1)/B(1)$. Af udtrykkene (10) og (7) ses umiddelbart, at objektet skal være givet ved

$$(12) \quad z^{-k} \frac{P_3}{Q_3} = z^{-k} \frac{B}{A} = G_3(z^{-1})$$

Det vil sige, at indstillingstiderne, n_1 og m_1 , her er nedadtil begrænset.

$$m_1 \geq m \qquad n_1 \geq n$$

Den basale minimal - varians - regulator har overfor referencen en indstillingstid med hensyn til udgangen på k trin. Overfor styresignalet har den i modsætning til de her beskrevne en u - begrænset indstillingstid (j.v.f. (5.1.3.1,4)). Der er imidlertid flere bindinger på indstillingstiderne n_1 og m_1 . De nulpunkter i P_3 , der ikke er fælles med B , skal nødvendigvis være nulpunkter i Q_3 . Der skal derfor gælde at:

$$m_1 - m = n_1 - n \geq 0$$

Hvis regulatoren kan beskrives ved en overføringsfunktion, $D(z^{-1})$, fra styrefejlen, $w(t) - y(t)$, til styresignalet, er den lukkede søjfe givet ved:

$$(13) \quad \frac{Y(z)}{W(z)} = H(z^{-1}) = \frac{DG_3}{1 + DG_3}$$

og følgelig er:

$$(14) \quad D(z^{-1}) = \frac{1}{G_3} \frac{H}{1 - H}$$

Regulatoren er altså en kompensationsregulator, idet objektets overføringsfunktion, G_3 , indgår umiddelbart som nævner i (14). Sammenlignes (13) og (7) ses, at:

$$(15) \quad H(z^{-1}) = z^{-k} P_3(z^{-1})$$

hvorved (14) og (12) giver, at regulatoren skal være:

$$(16) \quad D(z^{-1}) = \frac{Q_3(z^{-1})}{1 - z^{-k} P_3(z^{-1})}$$

Da $P_3(1) = 1$, indeholder regulatoren en integration. Forskellen mellem denne type deadbeat - regulator og MVo - regulatoren ligger i forbindelse med egenskaberne overfor referencesignalet i kravet om endelig indstillingstid for styresignalet. Blandt andet dette krav udmøntes i ligningen (12), der i denne forbindelse spiller samme rolle som prediktorligningen (5.1.3.1,7) for MVo - regulatoren. De her beskrevne deadbeat - regulatorer anvender kun styrefejlen til styringen, mens den basale minimalvarians - regulator behandler tilbagekoblingen fra udgangen og fremføringen fra referencesignalet separat.

---ooooo---

5.2.1.1 DBo - Regulatoren.

Antag at objektet er beskrevet på sædvanlig vis ved:

$$(17) \quad A(q^{-1}) Y(t) = q^{-k} B(q^{-1}) u(t) + v(t)$$

hvor $v(t)$ er en ikke målbar forstyrrelse. Når ligningen (5.2.1,12) betragtes, ses, at det simpleste tilfælde indtræffer, såfremt der vælges:

$$(18) \quad m_1 = n_B \quad \text{og} \quad n_1 = n_A$$

Herved bliver (5.2.1,12)

$$(19) \quad \frac{b_0 + \dots + b_{m_1} q^{-m_1}}{1 + \dots + a_{n_1} q^{-n_1}} = \frac{p_0 + \dots + p_{m_1} q^{-m_1}}{q_0 + \dots + q_{n_1} q^{-n_1}}$$

Det ses, at:

$$(20) \quad p_i = q_0 b_i \quad i = 0, 1, \dots, n_B$$

der sammen med, at $P_3(1) = 1$, giver, at:

$$(21) \quad q_0 = \frac{1}{B(1)} = u(0)$$

Ligeledes er:

$$(22) \quad q_i = q_0 a_i \quad i = 1, \dots, n_A$$

Der haves altså, at:

$$(23) \quad Q_3(q^{-1}) = q_0 A(q^{-1}) \quad , \quad P_3(q^{-1}) = q_0 B(q^{-1})$$

hvorved regulatoren er givet ved:

$$(24) \quad D(q^{-1}) = \frac{q_0 A(q^{-1})}{1 - q^{-k} q_0 B(q^{-1})}$$

Man ser umiddelbart, at denne regulator ikke kan anvendes på ustabile objekter, fordi polerne plomberes.

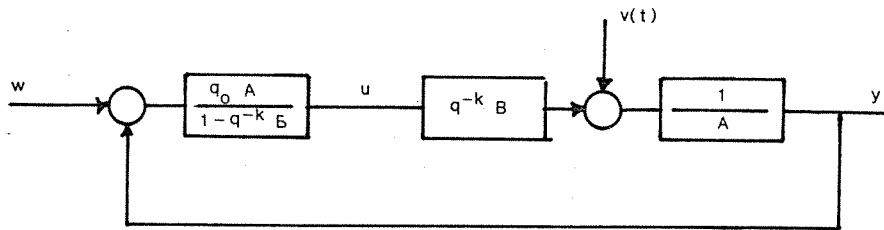


Fig. 1: Blokdiagram for DBo - regulator.

Dels ved anvendelse af (5.2.1,15) og dels ved udregning fås følgende overføringsfunktioner.

$$(25) \quad H_{y,w} = q^{-k} P_3(q^{-1}) = q^{-k} \frac{B(q^{-1})}{B(1)}$$

$$(26) \quad H_{u,w} = Q_3(q^{-1}) = \frac{A(q^{-1})}{B(1)}$$

$$(27) \quad H_{y,v} = \frac{1 - q^{-k} P_3}{A}$$

$$(28) \quad H_{u,v} = \frac{Q_3(q^{-1})}{A(q^{-1})} = \frac{1}{B(1)}$$

Det ses heraf, at afstanden mellem objektets nulpunkter og 1 er ret væsentlig. Hvis $B(1)$ er temmelig lille vil trinsvaret (j.v.f. (25)) blive fluktuerende. Samtidig vil styreeffekten være høj. En anden bemærkelsesværdig egenskab er den ringe dynamik af styringen overfor forstyrrelserne. Overføringsfunktionen $H_{u,v}$ er, som det fremgår af (28), en simpel faktor. Tidsforløbet for en bortregulering af en forstyrrelse er derfor bestemt af objektets dynamik.

---ooo0ooo---

5.2.1.2 DB1 - Regulatoren.

Da erfaringen viser, at DBo - regulatoren kan give ret store styresignaler, især hvis objektets poler ligger for tæt ved stabilitetsgrænsen (f. eks. ved for hurtig sampling), slækkes kravene, og n_1 og m_1 sættes til:

$$n_1 = n_A + 1 \quad \text{og} \quad m_1 = n_B + 1$$

For at (5.2.1,12) kan opfyldes, skal P_3 og Q_3 have et sæt nulpunkter fælles, hvorfor P' og Q' defineres ved:

$$(29) \quad P_3 = P' (1 - \alpha q^{-1}) \quad \text{og} \quad Q_3 = Q' (1 - \alpha q^{-1})$$

og er ifølge (5.2.1.1,19) lig:

$$(30) \quad P' = q_0 B \quad \quad \quad Q' = q_0 A$$

Størrelserne q_0 og α er bundet ved at:

$$(31) \quad P_3(1) = q_0 (1 - \alpha) B(1) = 1$$

Ved at forøge n_1 og m_1 indføres en frihedsgrad, der bevirker, at enten q_0 eller α kan vælges som tuningparameter. Vælges $q_0 = u(o)$ som uafhængig variabel, er nulpunktet givet ved:

$$(32) \quad \alpha = 1 - \frac{1}{q_0 B(1)}$$

Tuningparameteren q_0 skal dog opfylde visse betingelser. Hvis q_0 vælges lig:

$$q_0 = \frac{1}{B(1)}$$

svarende til at $\alpha = 0$, fremkommer den før omtalte DBo - regulator. Derfor skal q_0 vælges sådan at

$$(33) \quad \frac{1}{B(1)} \geq q_0,$$

hvorved $u(0)$ ikke forøges i forhold til det foregående tilfælde. Det vil endvidere være naturligt at vælge $q_0 = u(0)$, sådan at $u(0) \geq u(1)$ for trinpåvirkningen. Da nu:

$$(34) \quad \begin{aligned} u(1) &= q_0 + q_1 \\ &= q_0 a_1 + \frac{1}{B(1)} \end{aligned}$$

skal q_0 opfylde:

$$(35) \quad q_0 \geq \frac{1}{(1-a_1) B(1)}$$

Bestemmes q_0 af udtrykket:

$$(36) \quad q_0 = \frac{1}{(1-\beta a_1) B(1)} \quad 0 \leq \beta \leq 1$$

bliver

$$(37) \quad \alpha \doteq \beta a_1$$

Da a_1 er summen af objektets poler med modsat fortegn, vil betingelserne (35) og (33) give en modstrid, såfremt objektets poler har tyngdepunkt i ventre halvplan. Er samplingfrekvensen fornuftigt valgt, vil a_1 være negativ. Denne kan meget let blive mindre end - 1. Når a_1 er negativ bevirker dette dog ikke, at systemudgangen har en modsat transient, når referencesignalet springer.

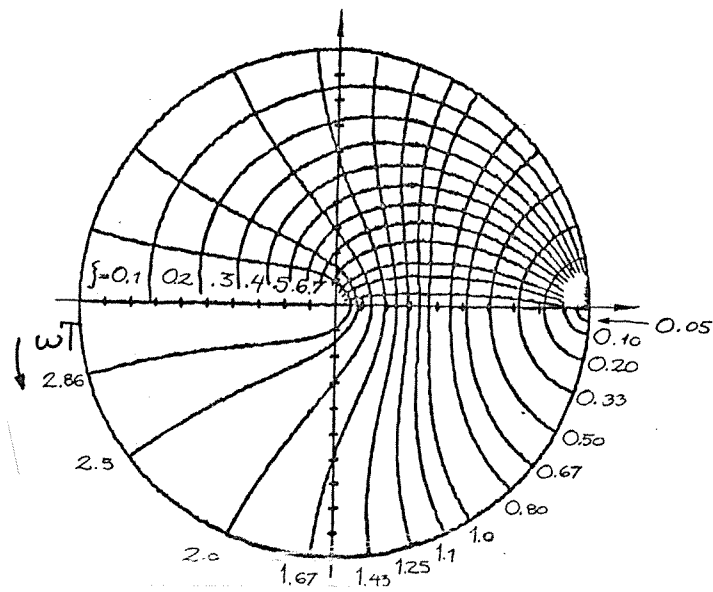


Fig. 1: Kontinuere polers afbildning i q - planen som funktion af T_s (j.v.f. diskussionen af a_1)

Når regulatoren er givet ved:

$$(38) \quad D(q^{-1}) = \frac{q_0 A (1 - \alpha q^{-1})}{1 - q^{-k} q_0 B (1 - \alpha q^{-1})}$$

er de interessante overføringsfunktioner:

$$(39) \quad H_{y,w} = q^{-k} \frac{B(q^{-1}) (1 - \alpha q^{-1})}{B(1) (1 - \alpha q^{-1})} = q^{-k} P_3(q^{-1})$$

$$(40) \quad H_{u,w} = \frac{A(q^{-1}) (1 - \alpha q^{-1})}{B(1) (1 - \alpha q^{-1})} = Q_3(q^{-1})$$

$$(41) \quad H_{y,\hat{v}} = \frac{1 - q^{-k} q_0 B (1 - \alpha q^{-1})}{A(q^{-1})}$$

$$(42) \quad H_{u,v} = \frac{1 - \alpha q^{-1}}{B(1)(1 - \alpha)}$$

Der er kommet et ekstra nulpunkt i alle overføringsfunktioner undtagen i $H_{y,v}$. Under forudsætning af, at α er negativ, er indflydelsen fra afstandene mellem objektets nulpunkter og 1 blevet reduceret i forhold til DBo - regulatoren. Nedenfor er angivet blokdiagrammet for systemet bestående af objekt og regulator.

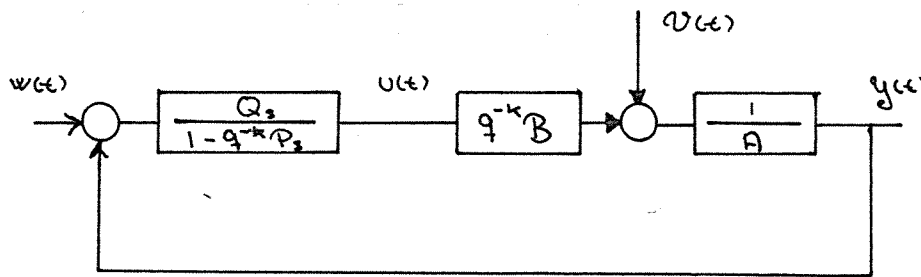


Fig. 2: Blokdiagram for regulator og objekt.

---ooo0ooo---

5.2.2 Den Selvindstillende Deadbeat - regulator.

I dette afsnit vil de to selvindstillende deadbeat -regulatorer blive beskrevet for det tilfælde, at det ukendte objekt kan beskrives ved:

$$(43) \quad A(q^{-1})y(t) = q^{-k} B(q^{-1})u(t) + C(q^{-1})e(t) + d$$

hvor d er konstant, og hvor $e(t)$ er et stationært hvidt støj - signal. De selvindstillende regulatorer fremkommer ved at kombinere de to angivne metoder til beregning af regulator - parameterne med en af de 3 algoritmer, der er beskrevet i kapitel 3 til estimation af parameterne i en model af samme type som (43). De herved fremkomne regulerings algoritmer er eksplicitte.

Det antages herefter, at følgende er opfyldt.

- B1: Ordenerne n_A , n_B og n_C er kendt
- B2: Polynomierne A og B samt A og C har ikke fælles faktorer.
- B3: k samt T_s er kendt
- B4: C^* har alle nulpunkter indenfor enheds - cirklen.
- B5: Objektet er stabilt.

Som i minimalvarians tilfældet kan der slækkes på kravet B1, sådan at det kun er den største, der er kendt.

Identifikationen.

Såfremt $C = 1$ kan parameterne i (43) estimeres ved hjælp af en RLS - algoritme ud fra modellen:

$$(44) \quad y(t) = x^T(t) \hat{\theta}(t) + \varepsilon(t)$$

hvor:

$$(45) \quad \begin{aligned} x(t) &= (-y(t-1), \dots, u(t-k), \dots, 1)^T \\ \theta &= (a_1, \dots, b_0, \dots, d)^T \end{aligned}$$

Det bemærkes, at for korrekte estimater er residualerne, $\varepsilon(t)$, ukorreleret med regressorene, $x(t)$, hvilket er en forudsætning for, at en RLS estimator er central. Når $C \neq 1$ kan parameterne estimeres med en RELS - eller en RML - algoritme. Modellen (44) kan for RELS tilfældet stadig anvendes, når blot θ og $x(t)$ ændres til:

$$(46) \quad \begin{aligned} x(t) &= (-y(t-1), \dots, u(t-k), \dots, \varepsilon(t-1), \dots, 1)^T \\ \theta &= (a_1, \dots, b_0, \dots, c_1, \dots, d)^T \end{aligned}$$

Da residualerne er forskellige fra $e(t)$ i start perioden er estimatet af C - polynomiet fejlagtigt her. Konvergenshastig - kan som nævnt i kapitel 3 øges ved at anvende en tidsvarierende glemselsfaktor, sådan at de fejlagtige estimater hurtigt mister deres indflydelse.

Den selvindstillende DBo - regulator.

Når objektets parameter er estimeret, kan polynomierne \hat{P}_3 og

\hat{Q}_3 meget let bestemmes ved:

$$(47) \quad \hat{P}_3 = \hat{q}_0 \hat{B} \quad \text{og} \quad \hat{Q}_3 = \hat{q}_0 \hat{A}$$

hvor

$$(48) \quad \hat{q}_0 = \frac{1}{\hat{B}(1)}$$

Regulatoren er følgelig let bestemt til:

$$(49) \quad D(q^{-1}) = \frac{\hat{Q}_3}{1 - q^{-k} \hat{P}_3}$$

Denne regulator vil, uanset hvor fejlagtige parameterestimerne er, indeholde en integrator.

Den selvindstillende DBI - Regulator.

I dette tilfælde eksisterer der flere muligheder. Man kunne fastsætte q_0 a priori, men dette vil kræve et kendskab til objektet eller de grænser, som (5.2.1.2,33) og (5.2.1.2,35) sætter for q_0 . Her fastsættes q_0 efter udtrykket:

$$(50) \quad \hat{q}_0 = \frac{1}{(1 - \beta \hat{a}_1) \hat{B}(1)}$$

hvorved β bliver den egentlige tuningparameter. Regulatoren er da bestemt af (49) samt

$$(51) \quad \begin{aligned} \hat{\alpha} &= \hat{\beta} \hat{a}_1 \\ \hat{P}_3 &= \hat{q}_0 \hat{B} (1 - \hat{\alpha} q^{-1}) \\ \hat{Q}_3 &= \hat{q}_0 \hat{A} (1 - \hat{\alpha} q^{-1}) \end{aligned}$$

Med dette valg kan de to regulerings algoritmer slås sammen, idet DBo - regulatoren fremkommer ved at sætte $\beta = 0$. Neden - for er blokdiagrammet for den selvindstillende type angivet sammen med objektet og den inverse model.

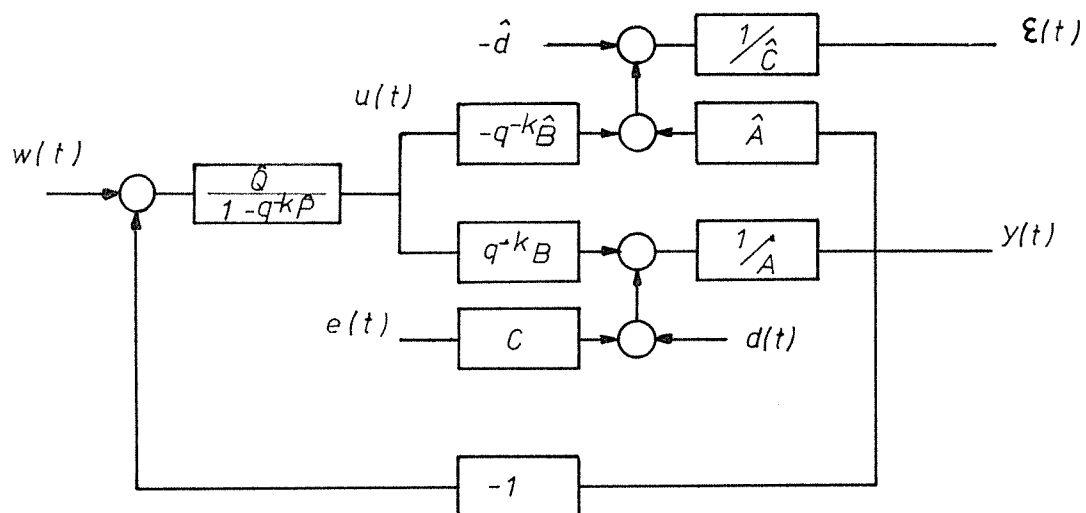


Fig. 1: Blokdiagram for DBo - og DB1 - regulatorne med objekt og invers model, hvor $\hat{C} = 1$ i RLS tilfældet.

---ooo0ooo---

5.3 Den generelle Polplacerings - Regulator.

I denne del beskrives en polplacerings - algoritme, som er udviklet af Bo Egardt, og er præsenteret i /5/. Algoritmen er i lighed med den generelliserede minimal - varians - regulator (afsnit 5.1) udviklet som en selvindstillende regulator, men er så generel, at den indeholder nogle modelreference - regulatorer som specialtilfælde.

Algoritmen findes i to versioner. Den ene version er dimensioneret med udgangspunkt i en stokastisk regulator og har mange fælles træk med den i afsnit 5.1 gennemgåede minimalvariensregulator. Beskrivelsen af denne vil derfor være kort. Den anden version kan ses som en videre udvikling af Åstrøm/Witttenmarks polplaceringsalgoritme /23/, der er dimensioneret ud fra et hovedsageligt deterministisk synspunkt.

Regulatoren indeholder i det generelle tilfælde ikke en integration, hvorfor konstante belastninger må udkompenseres direkte ved et estimat af denne. I det efterfølgende afsnit betragtes dimensioneringen af polplaceringsregulatoren for et kendt objekt. En bestemt af disse dimensioneringer anvendes til formulering af den endelige adaptive algoritme.

---ooo0ooo---

5.3.1 Polplacering for kendt objekt.

I det følgende gennemgås den grundlæggende dimensionering der består af en polplacering kombineret med en kanselering af objektets nulpunkter og en addition af nye. Lad objektet være givet på sædvanlig vis:

$$(1) \quad A y = q^{-k} B u + v$$

hvor $v(t)$ er en ikke målbar forstyrrelse. Målet med dimensioneringen er, at opnå en overføringsfunktion fra reference - signalet, $w(t)$, til udgangenssignalet, $y(t)$, med lukket sløjfe, der kan beskrives med (reference) modellen:

$$(2) \quad G_m(q^{-1}) = q^{-k} \frac{B^m(q^{-1})}{A^m(q^{-1})}$$

Modellens tidsforsinkelse kan ifølge kausalitetskravet ikke vælges mindre end objektets. Her valgt samme tidsforsinkelse for model og objekt. Det forudsættes, at A^m og B^m samt A og B parvis er uden fælles faktorer. Desuden skal A og A^m være normeret sådan at

$$(3) \quad A(0) = A^m(0) = 1.$$

En naturlig antagelse er, at modellen, (2), er stabil.

Dimensioneringen vil blive foretaget i forskellige tilfælde. I det første vil der delvis blive set bort fra forstyrrelserne, $v(t)$, og opgaven vil da være et rent servoproblem. Denne dimensionering vil blive betegnet som deterministisk. I det andet tilfælde inkluderes støjmodellen i dimensioneringen. Der specialiseres dog til, at forstyrrelserne kan modelleres

som en glidende middelværdi:

$$(4) \quad v(t) = C(q^{-1})e(t) + d$$

Her er $\{e(t)\}$ en sekvens af uafhængige $N(0, \sigma^2)$ fordelte stokastiske variable. Størrelserne d og σ er konstante.

Dimensioneringskriteriet er i det stokastiske tilfælde givet ved:

$$(5) \quad u(t) = \arg \min \left[E \{ (A^m e_m(t+k))^2 \mid t \} \right]$$

hvor modelfejlen, $e_m(t)$, er:

$$(6) \quad e_m(t) = y(t) - q^{-k} \frac{B^m(q^{-1})}{A^m(q^{-1})} w(t)$$

I den deterministiske dimensionering skal styresignalet blot vælges sådan at

$$(7) \quad e_m(t) = 0$$

En generel regulator kan bringes på formen:

$$(8) \quad R(q^{-1})u(t) = T_1(q^{-1})w(t) - F(q^{-1})y(t) + u_0$$

Som det fremgår af nedenstående figur består regulatoren af en tilbagekobling, repræsenteret ved F/R , samt en fremføring T/R . Desuden indeholder regulatoren en biaskompensering, U_0 , for at dække de tilfælde, hvor R^* ikke har et nulpunkt i 1.

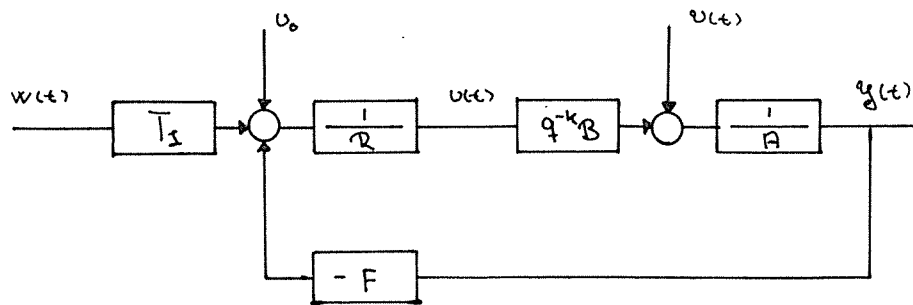


Fig. 1: Generel regulatorstruktur.

---ooo0ooo---

5.3.1.1 Deterministisk dimensionering.

Ved denne dimensionering antages det, at forstyrrelserne, $v(t)$, er konstante. Det ses let, at:

$$(9) \quad U_0 = - \frac{R(1)}{B(1)} d$$

Ved hjælp af fig. 5.3.1,1 kan overføringen $H_{y,w}$ udregnes til:

$$(10) \quad H_{y,w} = q^{-k} \frac{BT_1}{AR + q^{-k} BF}$$

Kravet (5.3.1,7) er opfyldt, når blot $H_{y,w} = G^m$ eller:

$$(11) \quad \frac{B^m}{A^m} = \frac{BT_1}{AR + q^{-k} BF}$$

Normalt er ordenen af $AR + q^{-k} BF$ større end af A^m , hvorfor tælleren, BT_1 , og nævneren, $AR + q^{-k} BF$, på venstre side må have fælles faktorer. De faktorer, B^+ , i B , der ikke indgår i B^m må være faktorer i R . Polynomiet B kan faktoreres som:

$$(12) \quad B(q^{-1}) = B^+(q^{-1}) B^-(q^{-1})$$

Her indeholder B^- , dels de faktorer fra B der ønskes bibeholdt, dels de faktorer der ikke kan udkompenseres, fordi de svarer til ustabile eller dårligt dæmpede nulpunkter. Polynomierne R og B^m kan derfor faktoreres i overensstemmelse hermed.

$$(13) \quad B^m(q^{-1}) = B_1^m(q^{-1}) B^-(q^{-1})$$

$$(14) \quad R(q^{-1}) = B^+(q^{-1}) E(q^{-1})$$

Ved hjælp af en tilstandsbeskrivelse kan det vises, at regulatoren (5.3.1,8) svarer til en tilstandstilbagekobling fra en observer. De nulpunkter i T_1^* , der ikke er lukket sløjfe nulpunkter, kan opfattes som værende nulpunkter i det for observeren karakteristiske polynomie T . Polynomiet T^* skal have alle nulpunkter indenfor enhedscirklen og T_1 kan faktoriseres i:

$$(15) \quad T_1(q^{-1}) = T(q^{-1}) B_1^m(q^{-1})$$

Dimensioneringsligningen (11) lyder da:

$$(16) \quad (AR + q^{-k} BF) B^m = TBA^m$$

eller med de ovenstående faktoriseringer:

$$(17) \quad TA^m = AE + q^{-k} B^- F$$

Når denne er opfyldt er:

$$(18) \quad H_{y,w} = q^{-k} \frac{B_1^m B^-}{A^m}$$

For de øvrige overføringsfunktioner gælder at:

$$(19) \quad H_{y,e} = \frac{E C}{A^m T}$$

$$(20) \quad H_{u,w} = \frac{A B^m}{A^m B^+}$$

$$(21) \quad H_{u,e} = - \frac{F \ C}{B^+ \ A^m \ T}$$

Dimensioneringsligningen (17) har uendeligt mange løsninger. Hvis E^0 og F^0 er løsninger, og S er et arbitrært polynomie, da er:

$$E^1 = E^0 + B^- S$$

$$F^1 = F^0 - A S$$

også løsninger. De forskellige løsninger adskiller sig imidlertid ved regulatorens egenskaber i forbindelse med støjundertrykkelse. Vælges E og F i overensstemmelse med:

$$(22) \quad \begin{aligned} E(0) &= 1 \\ n_E &= n_{B^-} + k - 1 \end{aligned}$$

fås den i /21/ foreslåede suboptimale minimal-variansregulator, når $T = C$ og $A^m = B^m = 1$. Ordenen af polynomiet F skal da være:

$$(23) \quad n_F = \max(n_T + n_{A^m} - k - n_{B^-}, n_A - 1)$$

En eksplicit algoritme baseret på ovenstående dimensionering vil i det generelle tilfælde kræve en ret tidskrævende faktorisering af B - polynomiet. Opmærksomheden vil derfor blive rettet mod det ene af de to ydertilfælde, hvor dette kan undgås.

Hvis alle objektets nulpunkter ligger indenfor enhedscirklen, og er rimeligt godt dæmpet, det vil sige beliggende i et om -

råde i q - planen af samme type som Z i fig. 1, kan disse plomberes.

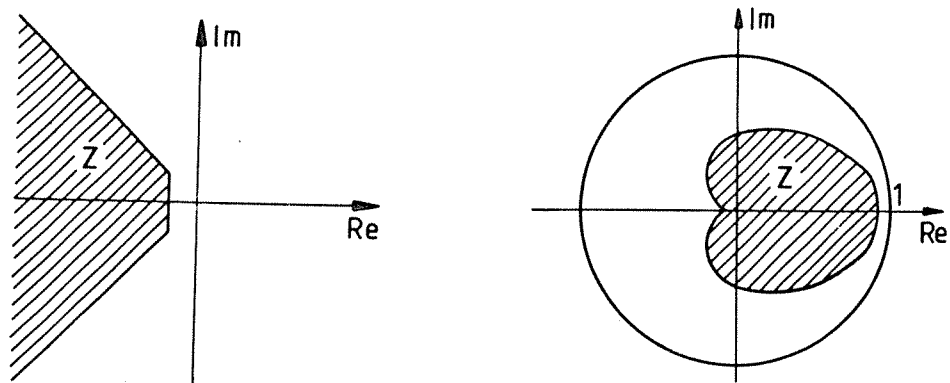


Fig. 1: Områder i henholdsvis s - og q -planen, der svarer til veldæmpede poler. Fra C. F. Mannerfelt, Robust Control Design with Simplified Models .

Følges den generelle formalisme, er:

$$B_1^m(q^{-1}) = B^m(q^{-1})$$

$$B^+(q^{-1}) = B(q^{-1})$$

hvorved regulatoren kan dimensioneres efter følgende metode:

1. Vælg A^m , B^m og T

2. Løs ligningen:

(31)
$$TA^m = AE + q^{-k} F$$

med:

$$n_F = \max(n_A - 1, n_T + n_A^{-k})$$

$$n_E = k - 1$$

$$E(0) = 1$$

3. Dan polynomierne:

$$\begin{aligned} T_1 &= TB^m \\ R &= BE \end{aligned}$$

samt

$$U_0 = -E(1)d$$

Overføringsfunktionerne (18) - (21) bliver i dette tilfælde for systemet, der er angivet ved blokdiagrammet i fig. 2, følgende:

$$(32) \quad H_{Y,W} = q^{-k} \frac{B^m}{A^m}$$

$$(33) \quad H_{Y,e} = \frac{E C}{A^m T}$$

$$(34) \quad H_{u,W} = \frac{A B^m}{A^m B}$$

$$(35) \quad H_{u,e} = - \frac{F}{B A^m T}$$

Af udtrykkene ses det, at der ikke eksisterer nogen begrænsning på objektets poler hidrørende fra stabilitetskravet.

Valg af model.

Betragtes udtrykkene (32) - (35) ses det, at modelpolerne, der er angivet ved A^m , indgår i samtlige nævnere. Selv om dimensioneringen bygger på et deterministisk grundlag, kan regulatoren udmærket, som det allerede er antydnet, anvendes

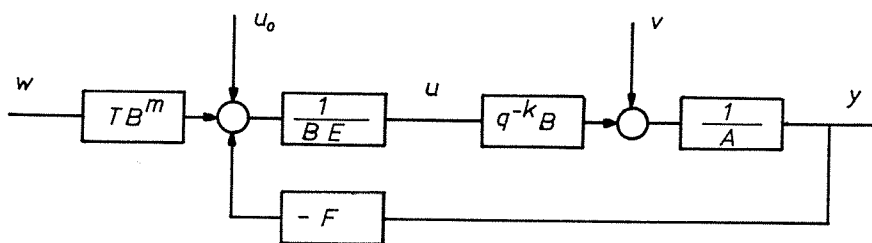


Fig. 2: Deterministisk dimensioneret pol -
placeringsregulator, der plomberer
alle objektets nulpunkter.

overfor stokastiske forstyrrelser. Valget af observerpolynomiet vil da have stor betydning for reguleringskvaliteten overfor forstyrrelserne. Både dette polynomie og A^m indgår, udover den åbenlyse, på en ret kompliceret måde i overføringsfunktionerne fra $e(t)$. Dette skyldes koblingen mellem $F(q^{-1})$ og $E(q^{-1})$ (for $k > 1$) samt T og A^m gennem dimensioneringsligningen (31). Under normale omstændigheder vil man vælge modellen således, at systemet er hurtigere end objektet. Valget af model er iøvrigt omtalt i forbindelse med minimalvariansregulatoren (afsnit 5.1.3.3). Af (34) ses det, at modellens nulpunkter påvirker styresignalet hidrørende fra variationerne i referencesignalet. Dette kan være en fordel ved dårligt dæmpede objektnulpunkter. Der er mulighed for at begrænse styreeffekten ved at indlægge et modelnulpunkt i nærheden af det omtalte objektnulpunkt. Desværre indgår modellens nulpunkter ikke i overføringsfunktion - en for $H_{u,e}$, hvilket f. eks. er tilfældet MV2 - regulatorerne. I appendix 3 er modelvalgets indflydelse på reguleringskvali - teten overfor forstyrrelserne søgt illustreret ved et eksempel.

Valg af observerpolynomie.

Det for observeren karakteristiske polynomie påvirker kun

reguleringen overfor forstyrrelserne og har derfor kun relevans, når modellen af støjpåvirkningerne, d.v.s. $C(q^{-1})$, kendes rimeligt godt. Dette er som regelen et nøgleproblem. Såfremt T vælges således, at

$$(36) \quad T A^m = C$$

fremkommer en minimalvarians - regularing overfor forstyrrelserne. I det generelle tilfælde er det dog ikke muligt at løse (36). I appendix 4 er der undersøgt nogle approximative løsninger til (36). Fælles for disse tilnærmede minimalvarians løsninger er, at de kun kan anvendes, når spredningen på $e(t)$ er ringe sammenlignet med referencesignalets RMS - værdi. Man kan da ellers få en styreeffekt hidrørende fra forstyrrelserne, der er større end referencesignalets bidrag hertil. Et mere realistisk valg ved store støjvarianser er, at sætte:

$$(37) \quad T = C,$$

hvorved objektets egenskaber substitueres med modellens overfor både input og forstyrrelser.

---ooo0ooo---

5.3.1.2 Stokastisk dimensionering.

Betragtes dimensioneringskriteriet (5.3.1,5) ses, at dette blot er et specialtilfælde af kriteriet fra afsnit 5.1 svarende til en MV3 - regulator (med korrekte parameterestimerer). Denne type er identisk med den foregående, når blot T substitueres med C.

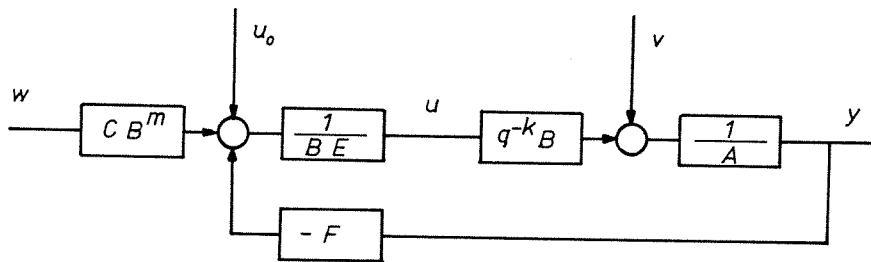


Fig. 1: Stokastisk dimensioneret regulator.

Denne lighed vil i det følgende blive anvendt ved konstruktionen af den adaptive regulator. De resulterende overføringsfunktioner er angivet i afsnit 5.1.3.4.

---ooo0ooo---

5.3.2 Den adaptive polplaceringsregulator.

Udgangspunktet er den just gennemgåede polplaceringsregulator med plombering af alle objektets nulpunkter. Formålet er dels at finde en model for systemet i regulatorparameterne, dels med denne model at opnå en sådan fleksibilitet, at regulatoren både dækker MRAC - og STR - tilfældet. Denne algoritme bygger på følgende antagelser:

- C1. Objektets nulpunkter er alle rimeligt dæmpet.
- C2. b_0 kendes.
- C3. n_A , n_B og n_C kendes
- C4. Polynomierne A og B samt A og C har ingen fælles faktorer.
- C5. Tidsforsinkelsen k og T_s kendes/valgt rimelig.
- C6. C^* har alle nulpunkter indenfor enhedscirklen.

Som i de foregående tilfælde kan kravet C3 slækkes til et kendskab til maximalværdien af de tre ordener. Kendskabet til b_0 er ligesom i minimalvarians tilfældet ikke særlig kritisk overfor konvergens i de stationære overføringsfunktioner fra støjen.

I det deterministiske afsnit blev regulatoren udledt ud fra en minimering af modelfejlen

$$(5.3.1,6) \quad e_m = y - q^{-k} \frac{B^m}{A^m} w$$

Antages det at forstyrrelserne er på formen:

$$v(t) = C(q^{-1})e(t) + d$$

giver systemligningen sammen med dimensioneringsligningen at:

$$(40) \quad TA^m e = q^{-k} \{ Fy + BEu - TB^m w \} + EC e + Ed$$

For at give den fornødne fleksibilitet indføres en filtreret fejl, e_f , ved:

$$(41) \quad e_f(t) = \frac{Q_4(q^{-1})}{P_4(q^{-1})} e_m(t)$$

hvor P_4 og Q_4 er to stabile polynomier.

$$(42) \quad \begin{aligned} Q_4(q^{-1}) &= 1 + q_1 q^{-1} + \dots + q_{n_Q} q^{-n_Q} \\ P_4(q^{-1}) &= P^1(q^{-1}) P^2(q^{-1}) \\ &= 1 + p_1 q^{-1} + \dots + p_{n_P} q^{-n_P} \\ P_4(0) &= P^1(0) = P^2(0) = 1 \end{aligned}$$

Den filtrerede fejl kan ved hjælp af (40) skrives som:

$$(43) \quad \begin{aligned} e_f = q^{-k} \left\{ F \frac{Q_4}{TA^m P_4} y + (BE - b_0 P^2) \frac{Q_4}{TA^m P_4} u \right. \\ \left. + b_0 \frac{Q_4}{TA^m P^1} u - \frac{B^m Q_4}{A^m P_4} w \right\} + \end{aligned}$$

$$+ \frac{E Q_4}{A^m P_4 T} C e + \frac{E Q_4}{T A^m P_4} d$$

Indføres nu signalerne:

$$(44) \quad \begin{aligned} y_2 &= \frac{Q_4}{T A^m P_4} y & u_2 &= \frac{Q_4}{T A^m P_4} u \\ w_2 &= \frac{B^m Q_4}{A^m P_4} w & u_1 &= \frac{Q_4}{T A^m P_1} u \end{aligned}$$

$$\gamma = \frac{Q_4}{T A^m P_4} E d = - U_0$$

samt et polynomie

$$(45) \quad G = q(B E - b_0 P^2)$$

$$n_G = \max(n_B + k - 1, n_{P^2}) - 1$$

(resultatet $n_G = - 1$ skal tolkes som $G = 0$) fås følgende udtryk:

$$(46) \quad \begin{aligned} e_f &= q^{-k} \left\{ F y_2 + q^{-1} G u_2 + b_0 u_1 - w_2 \right\} + \gamma \\ &+ \frac{C E Q_4}{T A^m P_4} e \end{aligned}$$

Styresignalet bestemmes da af udtrykket:

$$(47) \quad u_1 = \frac{1}{b_0} \left[w_2 - F Y_2 - q^{-1} G u_2 + U_0 \right]$$

$$u = \frac{T A^m P_1}{Q_4} u$$

hvilket er ækvivalent med fig 5.3.1.1,2. Det bemærkes, at P_4 og Q_4 ikke påvirker regulatorens stationære egenskaber, men derimod de transiente egenskaber for den adaptive regulator. Filtrereres kun udgangssignalet, det vil sige:

$$(48) \quad y_f = \frac{Q_4}{P_4} y$$

kan modellen da udgøres af:

$$(49) \quad y_f = q^{-k} \left\{ F Y_2 + q^{-1} G u_2 + b_0 u_1 \right\} + \gamma$$

$$+ \frac{Q_4 E}{T A^m P_4} c e$$

sammen med (48) og (44). De ukendte parametre er γ samt koefficienterne i F og G. Disse parametre, der indgår i (49), kan estimeres ved hjælp af en RLS - algoritme og modellen:

$$(50) \quad y_f(t) = b_0 u(t-k) + x^T(t) \hat{\theta}_t + \varepsilon(t)$$

hvor

$$(51) \quad x(t) = (y_2(t-k), \dots, u_2(t-k-1), \dots, 1)^T$$

$$\theta = (f_0, \dots, g_0, \dots, \gamma)^T$$

For korrekte parameterestimerer vil residualerne j.v.f. (49) være:

$$(52) \quad \varepsilon(t) = \frac{CE Q_4}{TA^m P_4} e(t)$$

Såfremt der ikke foreligger et stort signal - støjforhold (deterministisk situation) mellem referencesignalet, der skal være tilstrækkeligt eksiterende (af ordenen n), og forstyrrelserne skal:

$$(53) \quad Q_4(q^{-1})C(q^{-1}) = T(q^{-1})A^m(q^{-1})P_4(q^{-1})$$

for at undgå biased estimerer. Dette er i praksis kun muligt, når polynomiet C kendes (f. eks. når antagelsen $C = 1$ er gyldig). I stedet for kravet (53) kan polynomierne T , A^m , Q_4 og P_4 vælges sådan, at der kan anvendes en RELS - eller en RML - algoritme til at estimerer parameterne i (49). Det vil dog være mere naturligt at anvende den adaptive regulator i dens stokatiske version.

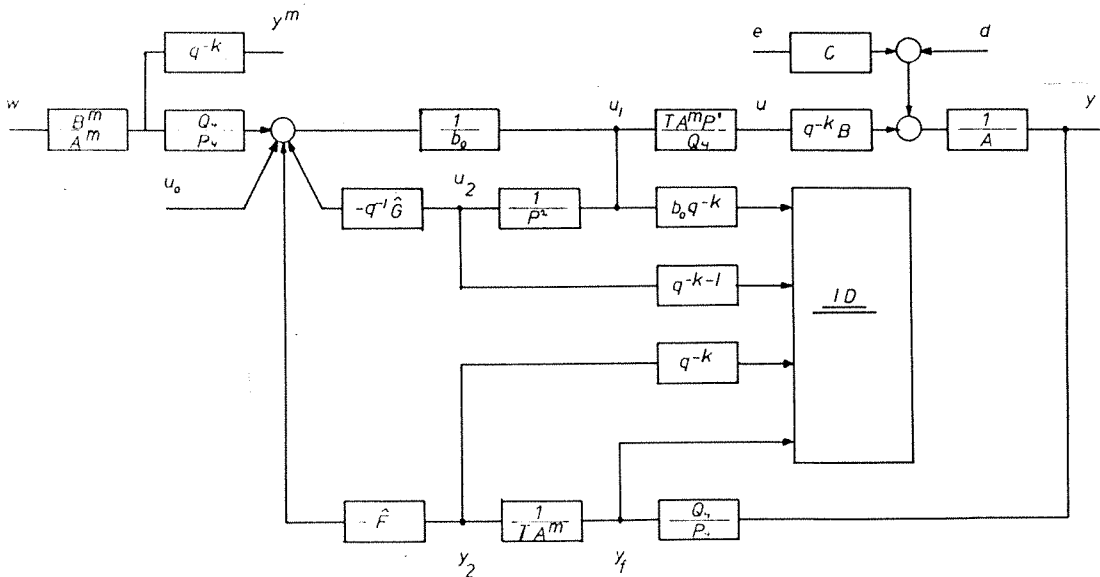


Fig. 1: Adaptiv regulator i deterministisk version.

For kendt objekt valgtes observerpolynomiet ved den stokastiske dimensionering således, at $T = C$. I det adaptive tilfælde kendes C ikke og kan derfor ikke anvendes til filtrering af signalerne. Udtrykket (43) giver nu, at:

$$e_f = \frac{q^{-k}}{C} \left(Fy_2 + q^{-1}Gu_2 + b_0u_1 + Hw_2 \right) + \gamma$$

(54)

$$+ \frac{E Q_4}{A^m P_4} e$$

hvor signalerne y_2 , u_2 , u_1 og w_2 fremkommer af (44), når T her substitueres formelt med 1. Polynomiet H er her lig $-C$ og styresignalet bestemmes da af:

$$u_1 = \frac{1}{b_0} \left[Hw_2 - q^{-1}Gu_2 - Fy_2 - \gamma \right]$$

(55)

$$u = \frac{A^m P_1}{Q_4} u_1$$

De ukendte parameter i F , G , H og γ i (54) og (55) kan estimeres ved hjælp af en RLS - algoritme, der anvender modellen:

$$e_f(t) = b_0 u(t-k) + x^T(t) \hat{\theta}_t + \varepsilon(t)$$

hvor

$$x^T(t) = (y_2(t-k), \dots, u(t-k), \dots, w(t-k), \dots$$

$$\dots, 1)$$

$$\theta^T = (f_0, \dots, g_0, \dots, -1, -c_1, \dots, \gamma)$$

Det udnyttes, at $h_0 = -1$, der derfor ikke estimeres. På samme måde som ved den generaliserende minimal-variansregulator kan det vises, at den valgte styreløvs bevirker, at residualerne for korrekte parameterestimerer

$$(56) \quad \varepsilon(t) = \frac{P_4}{A^m P_4} E e(t)$$

er ukorreleret med regressorerne, når $Q_4 = A^m P_4$. Denne styreløvs giver iøvrigt anledning til, at såfremt $k = 1$ eller $\hat{\theta}_t$ er konstant, er

$$(57) \quad e_f(t) = \varepsilon(t)$$

På grund af lighedspunkterne mellem kriteriefunktionerne for estimation og regulering vil man kunne forvente gode konvergens-egenskaber. Denne adaptive regulator har som det fremgår af det ovenstående temmelig mange lighedspunkter med Clarke og Gawthrops generaliserende minimal-variansregulator. Imidlertid adskiller de sig fra hinanden ved frihedsgraderne hidrørende fra valget af Q_4 og P_4 , der ikke påvirker den stationære regulering. Lighedspunkterne er heller ikke så markante for den deterministisk dimensionerede algoritme, fordi denne ikke som den stokastisk dimensionerede bygger på et grundlag, der er fælles med MV3-regulatoren.

De adaptive regulatorer kan naturligvis kombineres med andre estimations metoder. F. eks. bliver der anvendt RLS og stokastisk approximation med hovedvægten på sidstnævnte metode i Bo Egardts bog, Stability of adaptive controllers /5/. Her gives et bevis, for at udgangs- og styresignalet er begrænset under forudsætning af, at reference- og støjsignalet også er begrænset. Ved anvendelse af RLS kræves dog yderligere, at b_0 er korrekt, samt at:

$$\sup_t \left\{ x^T(t) \underline{P}(t) x(t) \right\} < \infty$$

hvor \underline{P} er den i estimationsalgoritmen indgående kovariansmatrix for parameterestimerne. I denne bog er der desuden angivet en række specialtilfælde, der er indeholdt i den her angivne adaptive regulator.

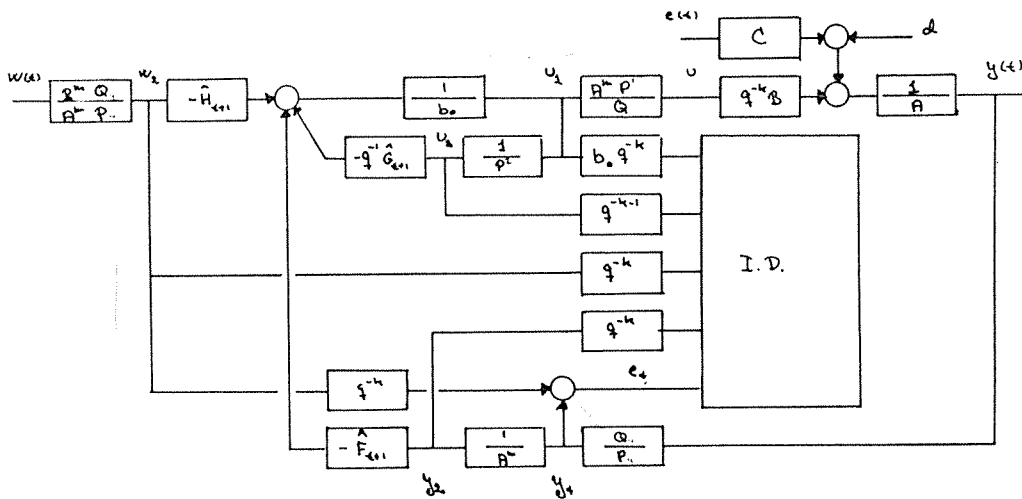


Fig. 2: Adaptiv regulator i stokastisk version

---ooo0ooo---

5.3.3 Specialtilfælde.

Den generelle polplaceringsalgoritme, der er gennemgået i det forrige afsnit, indeholder en række special tilfælde, der både tæller MRAC - og STR - algoritmer. Blandt andet kan en algoritme foreslået af Ionescu og Monopolis vises at være et specialtilfælde af den generelle algoritme i dens deterministiske version. Denne fremtræder, ved at vælge de adaptive polynomier som følger:

$$P^1 = T \quad (\text{ordenen } k)$$

$$P^2 \quad (\text{ordenen } n_A - 1)$$

$$Q_4 = P \quad (\text{ordenen } k + n_A - 1)$$

Kriteriepolynomierne A^m , B^m og T vælges ud fra ønsket overføringsfunktion, dog med den restriktion at ordenen af T skal være lig k (eller mindre). Polynomiet P^2 vælges, sådan at overføringsfunktionen P^2/A^m er strengt positiv reel. Denne algoritme kan dog ikke anvendes i stokastisk miljø, hvis TA^m ikke er 1, fordi residualerne fra en RLS - estimator for korrekte estimater da bliver korreleret med regressorerne. Der kan nævnes andre eksempler. I det følgende vil der blive fokuseret på nogle specialtilfælde, der vil blive undersøgt lidt nærmere. Først nogle eksempler fra den deterministiske version.

---ooo0ooo---

5.3.3.1 Selvindstillende Polplaceringsregulator.

Den af Åstrøm og Wittenmark foreslåede selvindstillende polplaceringsregulator kan fremkomme af den generelle struktur ved at vælge kriteriepolynomierne A^m og B^m i overensstemmelse med den ønskede model overfor referencesignalet. Observerpolynomiet kan vælges ud fra en antagelse om støjen. Denne selvindstillende regulator fremkommer da ved at vælge de adaptive regulatorpolynomier således:

$$Q_4 = TA^m$$

$$P_4 = 1$$

hvorved modellen, der anvendes i estimationen, er :

$$Y_f = q^{-k} (\hat{F}y + q^{-1}\hat{G}u + b_0 u) + \hat{Y} + \varepsilon(t)$$

hvor

$$Y_f = A^m T y$$

Styresignalet bestemmes af:

$$u = \frac{1}{b_0} (TB^m w - \hat{F}y - q^{-1}\hat{G}u - \hat{Y})$$

hvilket er skitseret i fig. 1. De tilhørende korrekte overføringsfunktioner er ligesom for de øvrige algoritmer, der er indeholdt i den generelle algoritme, angivet ved (5.3.1.1,32 - 35). Det bemærkes, at når det vides, at $C = 1$ og polynomierne A^m , B^m og T vælges til 1, fremkommer den basale minimalvariansregulator. Denne er for dette specielle tilfælde afbildet i fig. 2.

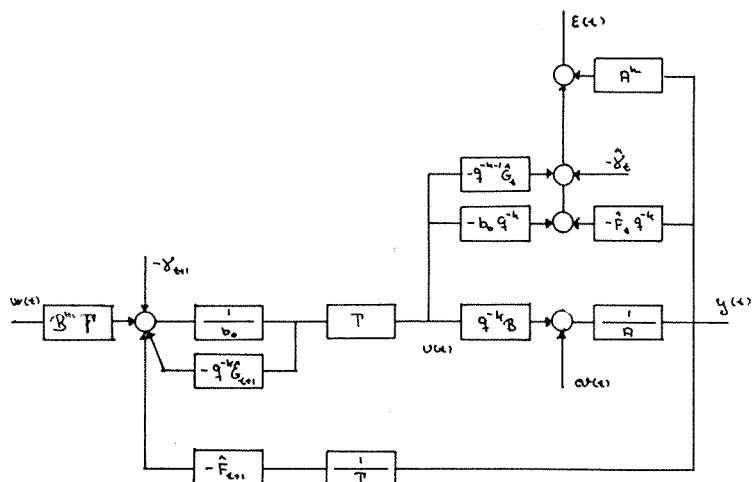


Fig. 1: Selvindstillende polplacerings - regulator

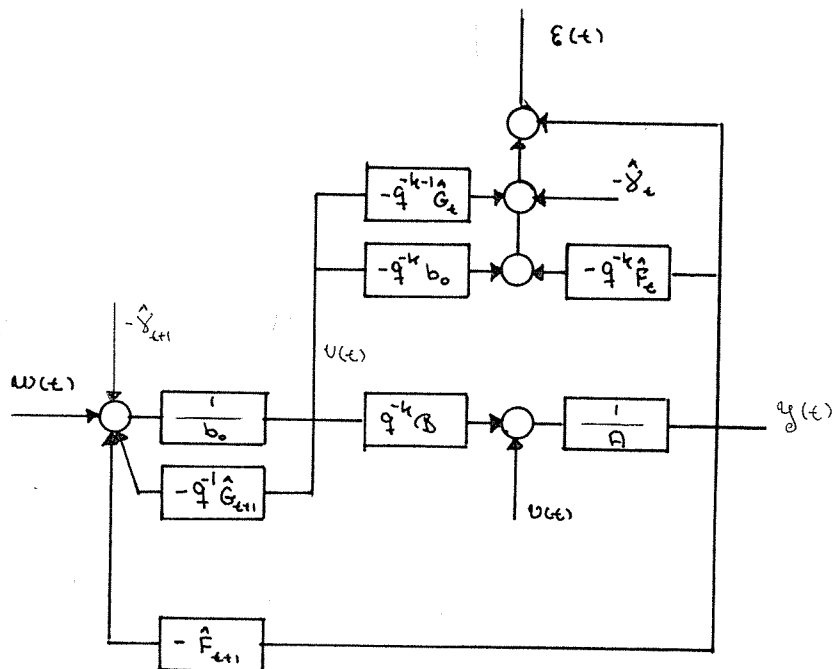


Fig. 2: Selvindstillende MVo - regulator for tilfældet $C = 1$.

5.3.3.2 Stokastiske versioner.

Overfor kendt objekt er disse regulatorer blot et special-af minimalvariansregulatoren, der er gennemgået i afsnit 5.1. Hvis polynomierne P_4 og Q_4 vælges sådan at:

$$Q_4 = A^m$$

$$P_4 = 1$$

da vil MV3 og dermed og MVo regulatorerne være indbefattet i denne generelle struktur.

---ooo0ooo---

KAPITEL 6

6. Stationære Forstyrrelser.

6.1 Objekt I

6.2 Objekt II

6.3 Sammendrag.

6. Stationære forstyrrelser.

Dette kapitel er centreret om undersøgelser af egenskaberne for de selvindstillende regulatorer, der er beskrevet i kapitel 5, når objekterne påvirkes af en stationær forstyrrelse på formen:

$$v(t) = C(q^{-1})e_o(t) + d$$

Her er $e(t) = e_o(t)$ en sekvens af uafhængige $N(0, \sigma^2)$ - fordelte stokastiske variable med konstant varians. Belastningen, d , er konstant og er i de her viste simulationer lig 0.

Formålet med disse afprøvninger er at undersøge de adaptive regulatorers egenskaber overfor stationære forstyrrelser, fordi denne støjform er hyppigt forekommende. Deadbeat - regulatorerne er specielt interessante, fordi der overhovedet ikke er taget hensyn til forstyrrelserne i dimensioneringen af disse. De egenskaber der afprøvet er de adaptive regulatorers evne til at undertrykke støj. Disse egenskaber kan sammenlignes med tilsvarende for korrekt justeret regulatorer. Af lige så stor interesse er servoegenskaberne. Med et kendskab til konvergens-egenskaberne haves et godt udgangspunkt for at undersøge regulatorerne, når objekterne påvirkes af ikke stationære forstyrrelser.

Det ene af de to objekter, der er valgt som testobjekter, er et andenordens system med et par ringe dæmpet poler. Nulpunktet er beliggende i venstre halvplan, hvilket giver anledning til ret store styreeffekter for de regulatorer, der plomberer alle objektets nulpunkter. Dette kan dog begrænses uden at fravige nulpunktsplomberingen. For at kunne undersøge overføringsfunktionernes følsomhed overfor variationer i parameterestimerne, er det andet testobjekt valgt som et meget simpelt

første ordens objekt med en lavpas karakter.

Undtagen i nogle få specialundersøgelser er algoritmerne blevet tilføjet den a priori videns, der er krævet i beskrivelsen af disse i kapitel 5. For polplaceringsregulatoren og for nogle af minimalvariansregulatorerne er der afprøvet, hvorledes deres egenskaber påvirkes af et fejlagtigt angivet b_0 . I de øvrige bliver b_0 givet korrekt også for deadbeatregulatorerne, der estimerer denne størrelse. Begrundelsen for at angive denne korrekt er, at opstarten for en deadbeatregulator kan være ret uheldig, hvis a priori estimatet af b_0 har forkert fortegn eller er nul. De øvrige estimer startes med værdien nul. I startøjeblikket bestemmer en deadbeatregulator styresignalet efter:

$$u(0) = \frac{1}{\hat{b}_0} (\hat{y}(0) - w(0)), \quad (u(-k) = 0)$$

hvilket antyder at for deadbeatregulatorerne skal b_0 vælges ud fra samme retningslinier som for minimalvariansregulatoren. Kovariansmatricen, $P(t)$, for estimerne initialiseres til $1000 I$, hvor I er enhedsmatricen. Dette afspejler en antagelse om et temmeligt dårligt kendskab til parameterne i objektet. Ved dette valg af initialværdier for $P(t)$ bliver der ikke gjort forskel på de dynamiske paramter og belastningen, d .

Til simulering af objektet og de tre generelle algoritmer er der fremstillet tre programmer, MV(MV1, MV2), DB(DBo, DB1) og PZ(MVo, POL). Med hensyn til anvendelse af disse programmer henvises til appendix 8 eller 9. Bortset fra en udlæsning af tilføjet data, korrekte regulatorparameter samt forventede varianser udlæser programmerne en række kurver over forskellige tidsforløb. Fig. 1 er en sådan kurve. Her er signalerne fra en simulation med et ikke minimum - fase objekt reguleret af en MV1 - regulator afbildet. Det er et generelt princip, at rækkefølgen af størrelserne i overskriften på kurven er be -

tydende for hvilket symbol (*,+,x,-) at den enkelte størrelse er markeret med. I bunden af figuren er en lille tabel angivet over størrelsernes værdier til bestemte tidspunkter. I det følgende vil der blive givet en liste over de kurver, der er brugt i dette kapitel, samt hvilke symboler der er anvendt ved udskrift fra de tre programmer.

Signalerne.

For at få et visuelt indtryk af forholdene specielt i forbindelse med vurdering af en regulators servoegenskaber, bliver der, hvis styrebetingelsen er opfyldt, udskrevet en kurve over signalerne. Hvilke signaler der er tale om er angivet i nedenstående 2 tabeller, hvor både betegnelsen fra figurene og teori-afsnittet er vist. Desuden er brugte symbol også listet.

MV, DB	Fig.	Y	U	W
	Teori	$y(t)$	$u(t)$	$w(t)$
	symbol	*	+	x

PZ	Fig	Y	U	YM	W
	Teori	$y(t)$	$u(t)$	$y_m(t)$	$w(t)$
	Symbol	*	+	x	-

Tabene.

Det kvalitative indtryk er ikke nødvendigvis nok. Der må en kvantitativ vurdering med. Ved tabene for udgangssignalet, $y(t)$, vil der i det følgende blive forstået kvadratsummen af dennes afvigelse fra referencesignalet normeret med den teoretisk forventede varians for korrekt justeret regulator og $w(t) = 0$. Det vil sige at tabet for $y(t)$ kan skrives som :

$$(2) \quad T_Y(t) = \frac{1}{1 - q^{-1}} \frac{(y(t) - w(t))^2}{\text{var}(y)}$$

$$T_Y(-1) = 0$$

Her og i det følgende betegner $\text{var}(y)$ den teoretisk forventede varians af $y(t)$, når systemet, det vil sige objekt med regulator, kun påvirkes af stationær hvid støj, $e_o(t)$. Normeringen i (2) er kun en fordel ved stationære påvirkninger. Ved deterministiske simuleringer bliver styrefejlen,

$$e_{st}(t) = w(t) - y(t)$$

ikke normeret i (2). Styretabet, $T_u(t)$ er defineret ud fra en analog betragtning. Her er:

$$(3) \quad T_u(t) = \frac{1}{1 - q^{-1}} \frac{[u(t) - \frac{A(1)w(t) - d}{B(1)}]^2}{\text{var}(u)}$$

For fejlsignaler så som $\varepsilon(t)$, $e_f(t)$ og $\Phi(t)$, der ikke forventes at have en middelværdi, er tabet følgelig ikke korrigeret for en sådan. F. eks. er

$$(5) \quad T_\varepsilon(t) = \frac{1}{1 - q^{-1}} \left(\frac{\varepsilon(t)}{\sigma_\varepsilon} \right)^2$$

De anvendte symboler er angivet i nedenstående tabel

MV, DB, PZ	T_Y	T_u	T_ε	T_Φ	T_{e_f}
	TAB AF ESTYRE	U	EPS	FI	EF ^f
	*	†	X	-	-

Tabene T_Φ og T_{e_f} bruges naturligvis kun i forbindelse med den

generaliserede minimalvariansregulator eller henholdsvis den generelle polplaceringsregulator.

Middelværdi.

Som et specielt interessant bidrag til tabene er de stationære fejl. For at afsløre om en sådan foreligger udskrives en kurve over signalet:

$$m(e_{st}) = m(w-y) = \begin{cases} \frac{1}{t+1} \sum_{i=0}^t (w(i)-y(i)) & t \leq 49 \\ \frac{1}{50} \frac{1-q^{-49}}{1-q^{-1}} (w-y) & t > 49 \end{cases}$$

der altså er middelværdien af styrefejlen målt over de sidste 50 trin. Kurven over dette signal er som regelen udskrevet sammen med en kurve over $e(t)$ og $d(t)$. Af tidsmæssige grunde har denne middelværdi fået lidt forskellige symboler i udskrifterne. Dette er vist i nedenstående tabel.

	MV	DB	PZ
$m(e_{st})$	*	*	X

Varians.

I reguleringstilfældet er støjen, $e(t) = e_o(t)$, den størst tabsgivende effekt. Derfor udregnes den empiriske varians på grundlag af de 50 sidste observationer af det pågældende signal. Denne bliver normeret med den forventede værdi og udskrevet for hver af signalerne: e_{st} , u , ε samt for e_f (PZ) og for Φ (MV). For $u(t)$ bliver der altså udskrevet en kurve

over det afledte signalt $V_u(t)$ hvor

$$(7) \quad V_u(t) = \frac{m(u^2) - (m(u))^2}{\text{Var}(u)}$$

Her er estimatoren $m(\cdot)$ defineret i (6). Kurverne over $V_{e_{st}}$ og V_u udskrives sammen, mens V_e udskrives alene eller sammen med V_{e_f} eller V_ϕ .

Parameterestimerne.

For at analysere regulatorernes konvergenssegenskaber udskrives en kurve for hver af de estimerede polynomier samt over \hat{d} eller $\hat{\gamma}$. Som symboler er der i kurverne over polynomiernes koefficienter anvendt tal stigende med eksponenten til q^{-1} . Den korrekte værdi for estimerne er vist med en stiplede linie.

Kovariansmatricen $P(t)$.

Til afprøvningerne i dette kapitel og specielt i det næste bliver der udskrevet en kurve over

$$\text{tr}(P(t)) \quad \text{og} \quad \Gamma P(t) \Gamma^T$$

i logaritmisk skala. Her er anvendt betegnelsen

$$\Gamma = (0, \dots, 0, 1)^T$$

Kurverne anvendes til at bedømme i hvor høj grad regulatoren er konvergeret.

AC - forstærkning og DC - fejl.

Det er ret kompliceret at afgøre om en given parameterfejl også giver anledning til en stor fejl i overføringsfunktionerne. Der er derfor udskrevet kurver over det der herefter vil blive betegnet som en overføringsfunktions dynamiske eller AC - forstærkning. Ud fra et sæt estimerede regulatorparameter kan der, når objektet som i simulationer er kendt, udregnes en række overføringsfunktioner. Hvis H betegner en sådan og H_0 den samme for korrekte estimater, vil størrelsen

$$(9) \quad ac(H) = \frac{\bar{A}}{\bar{A}_0}$$

hvor

$$(10) \quad \bar{A} = \frac{1}{2\pi j} \int_{\Omega} H(q^{-1})H(q)q^{-1}dq$$

være et mål for H 's afvigelse fra H_0 midlet over hele spektret og vil derfor blive betegnet som AC - forstærkningen. Når Ω er enhedscirklen kan dette ses ved at omskrive (10) til det kontinuerlige tilfælde. Det kan anskueliggøres ved, at \bar{A} kan opfattes som variansen af en filterudgang beskrevet ved H , når dette påvirkes af hvid støj med variansen 1. I kurven over forløbet af $a(H)$ vises ustabile forhold ved, at $ac(H)$ da er tildelt en negativ værdi af den procedure, der udregner (10).

Der er en frekvens der er meget interessant, nemlig $\omega = 0$. For regulatorer uden integralvirkning er det af større betydning om der forefindes en stationær - eller en DC - fejl. Til denne størrelse er der to bidrag. Det ene skyldes at overføringsfunktionen fra referencen til udgangen ikke har en DC - forstærkning på 1. Som følge af interessen for en sådan fejl udtegnes en kurve over tidsforløbet af:

$$e_{dc}^1 = H_{y,w}(1) - 1$$

som er den stationære fejl, hvis objektet kun påvirkes af et

konstant referencesignal på 1. Denne fejlkilde er ikke den eneste. Hvis belastningskompenseringen, U_o , ikke er korrekt justeret (- γ) og hvis overføringen fra denne til belastningens angrebepunkt ikke har korrekt DC - forstærkning, vil dette også give anledning til en fejl. Hvis systemet kun påvirkes af en konstant belastning og hvis de aktuelle estimatorer fastholdes vil størrelsen

$$(12) \quad e_{dc}^2 = H_{y,d}(1)d - H_{y,U_o}(1) \cdot U_o$$

være et absolut mål for denne stationære fejl. Disse to bidrag giver tilsammen, det der vil blive betegnet som DC - fejlen, som formelt er:

$$(13) \quad e_{dc} = e_{dc}^2 + e_{dc}^1 w(t)$$

Det understreges at de nævnte forstærkninger og fejl kun gælder for stationære forhold, hvilket bl. a vil sige at parameterestimerne skal være fastholdt. Det er standard at de tre DC - fejl får tildelt symbolerne *, + og X, i den nævnte rækkefølge. For AC - forstærkningerne er de sammenhørende overføringsfunktioner og symboler vist i nedenstående tabel. De fire markører/symboler, *, +, X og -, er altid tildelt signalerne i den rækkefølge de er nævnt i hovedet af figurerne. I appendix 5 er de overføringsfunktioner, der er brugt til disse beregninger samt til en senere følsomhedsanalyse angivet.

	$H_{y,w}$	$H_{y,e}$	$H_{u,e}$	$H_{\epsilon,e}$	$H_{e_f,e}$
DB	*	+	X		
PZ	*	+	X		-
MV	*	+	X	-	

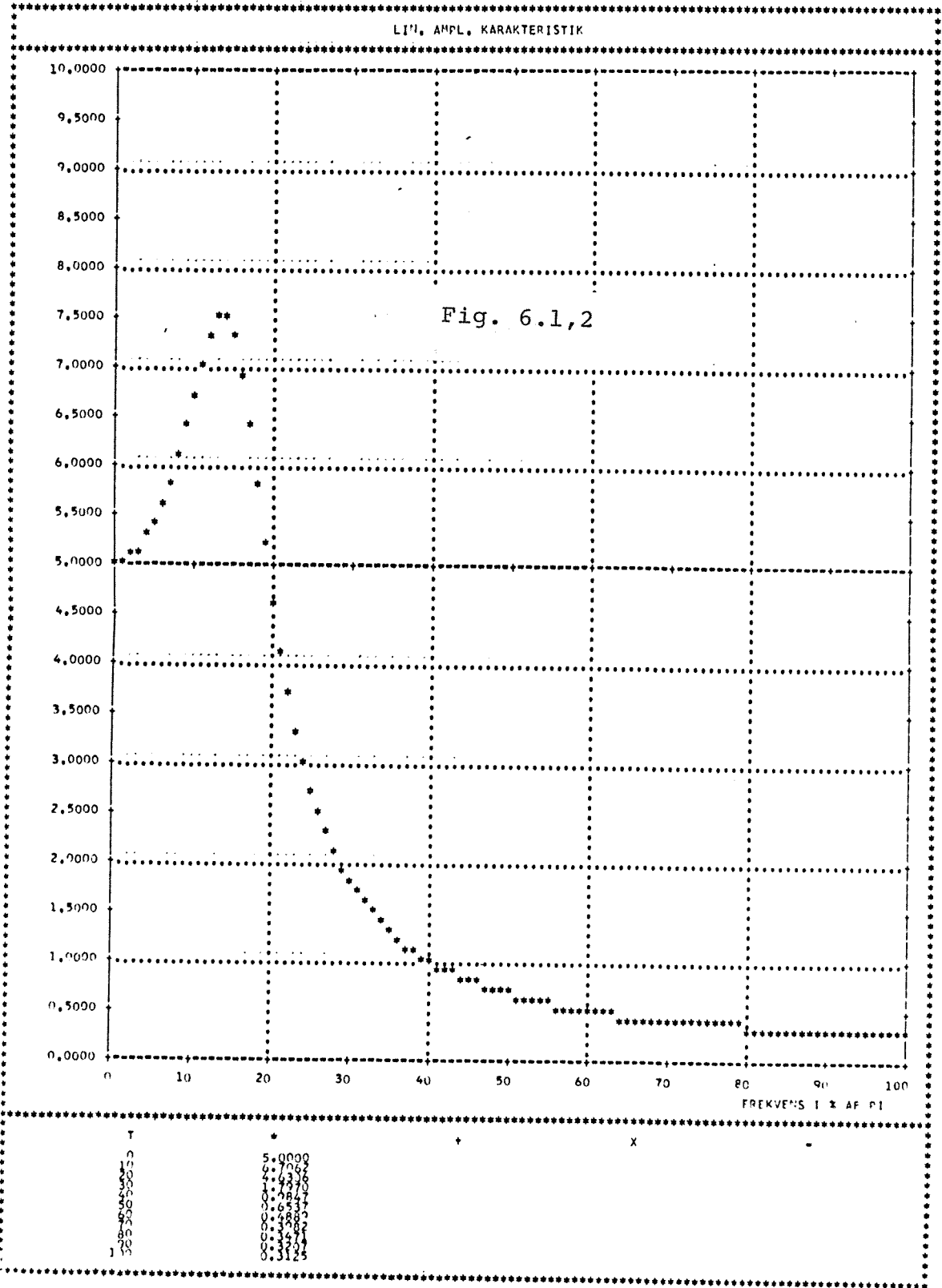
Uden regulering vil støjen give anledning til en varians i udgangssignalet på 0.885. Det fremgår af fig.2, der viser amplitudekarakteristikken af $H_{y,e}$, at udgangens variation hovedsagelig er lavfrekvent. I fig. 3 og 4 ses objektets ($H_{y,u}$) amplitude - og fasekarakteristik i lineær skala. Båndbredden af objektet svarende til 45° fasemarginensfrekvensen er givet ved

$$\omega_0 T_s = 0.6$$

Karakteristisk for objektet er, at dets DC - forstærkning fra styresignalet til udgangen er 7.5, hvorimod DC for - stærkningen fra støjsignalet kun er 5. Der kan derfor forventes en relativ lille styreeffekt.

---0000000---

LIN. AMPL. KARAKTERISTIK



LII, AMPL. KARAKTERISTIK

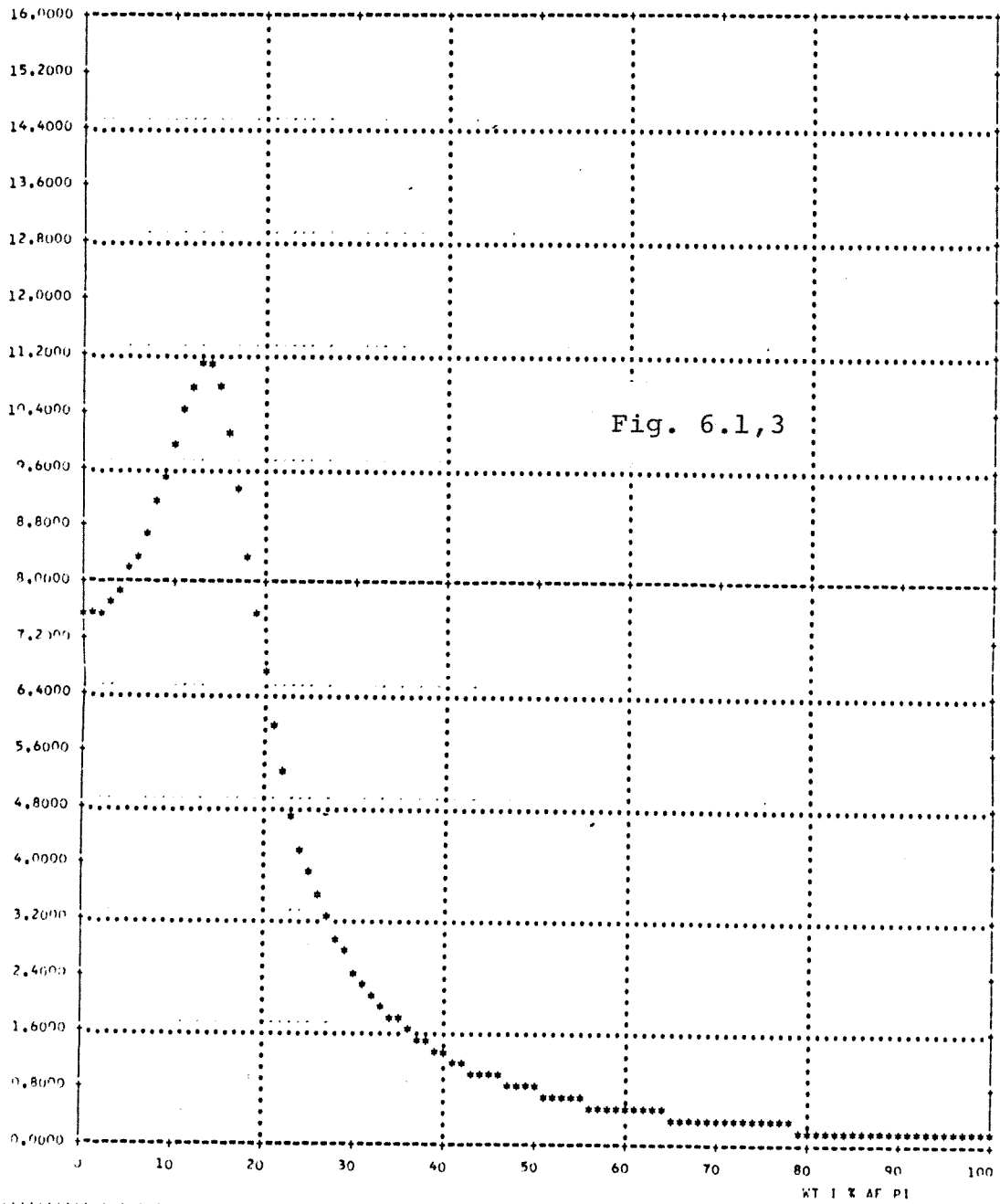
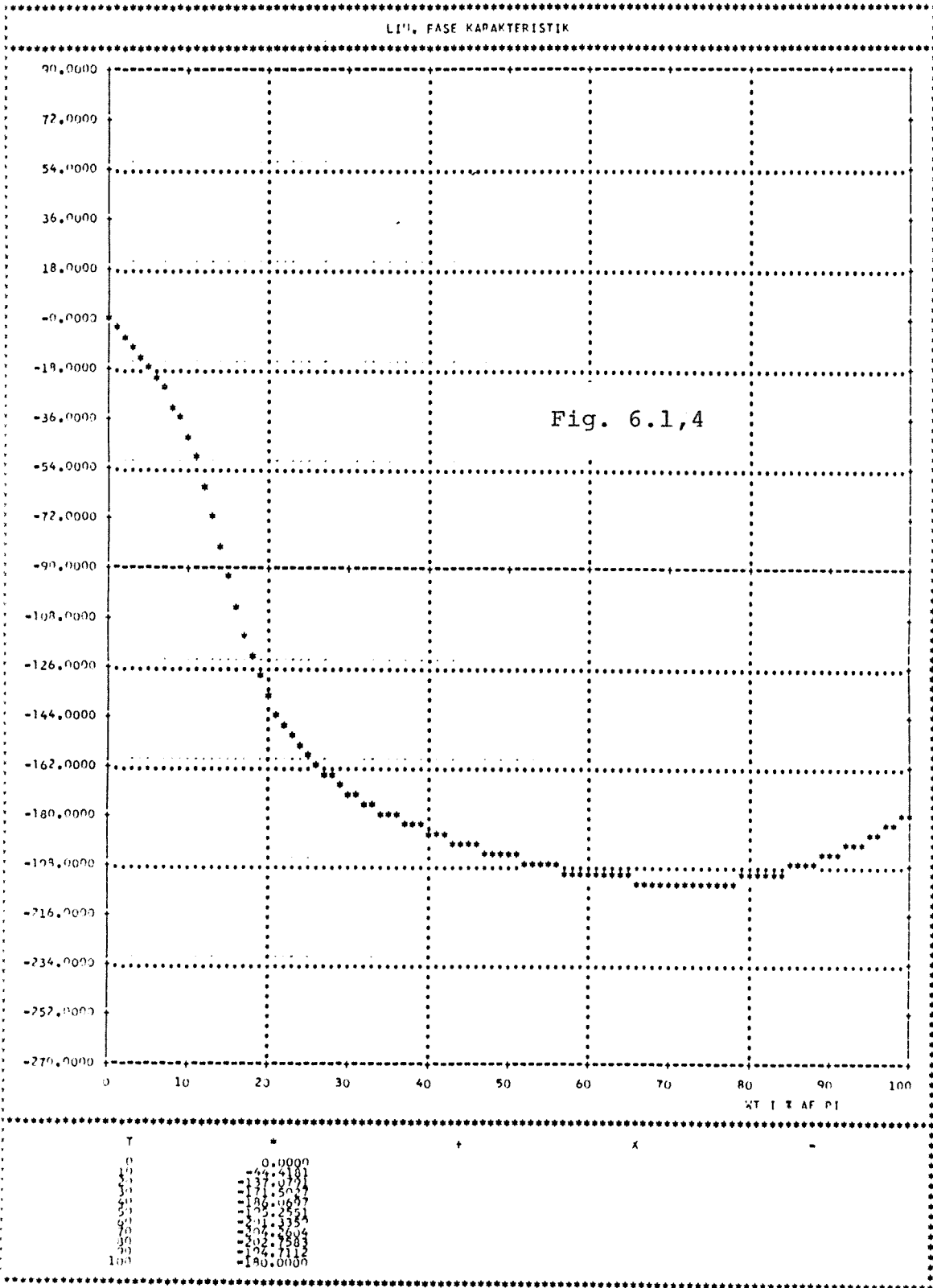


Fig. 6.1,3

T	*	X
0	7.5000	
10	7.7472	
20	8.9455	
30	9.7381	
40	10.3384	
50	10.7300	
60	10.9743	
70	11.1341	
80	11.2053	
90	11.1753	
100	11.1563	



6.1.1 Basal minimalvariansregulering (MVo).

Objektet vil først blive anvendt til at teste den basale minimalvariansregulator (MVo). Denne er både et special - tilfælde af både den generelliserede minimalvariansregulator og den generelle polplaceringsalgoritme. Vi vil her bruge den sidstnævnte algoritme. MVo - reguleatoren fremkommer af den generelle struktur ved at vælge polynomierne sådan:

$$A^m = B^m = Q_4 = P_4 = 1$$

Da $C = 1$ vælges den deterministiske version med $T = 1$. De korrekte regulatorparameter bliver i terminologien fra afsnit 5.3 følgende:

$$F = 1.5 - 0.7q^{-1}$$

$$G = 0.5$$

$$\gamma = 0$$

Der er altså 4 parameter, der skal estimeres.

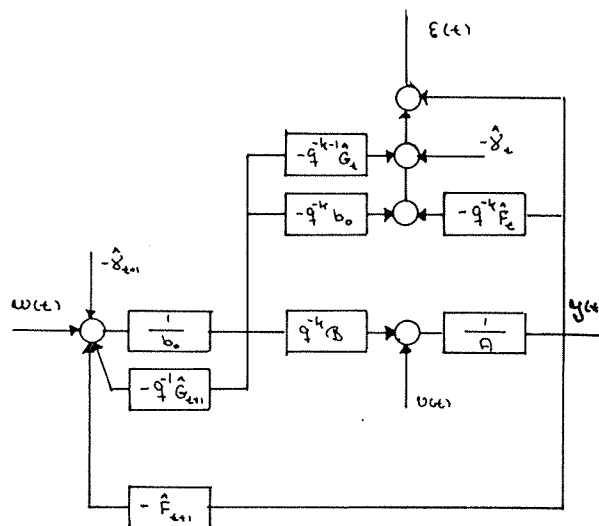


Fig. 1: Selvindstillende MVo - regulator

Objektet har et ret udæmpet nulpunkt, hvorfor regulatorer med nulpunktsplombering vil give knapt så gode resultater. Til gengæld har objektet en stor forstærkning fra styreindgangen, der gør at variansen af styresignalet kun er:

$$\text{Var}(u) = 0.5053$$

såfremt $w(t)$ er konstant og parameterestimerne er korrekte. Under samme forudsætninger er:

$$\text{Var}(y) = 0.1$$

Servoegenskaber.

Fig. 2 viser signalerne, $y(t)$, $u(t)$ samt $w(t)$ for en støjfri simulation med en symmetrisk firkantbølge med en periodetid på 50 som referencesignal. Det ses her, at udgangssignalet efter en meget kort transient på ca. 6 tidsenheder følger referencen med en tidsforsinkelse på $k = 1$. Betragtes parameterestimerne, ses disse at konvergere i løbet af 5 simulationstrin. Objektets nulpunkts beliggenhed giver sig til udslag i styresignalet ved nogle kraftige oscillationer ved reference ændringer.

Sættes der støj til objektet (varians 0.1) fremkommer de tilsvarende signaler som vist i fig. 3. Når den teoretisk forventede spredning på $y(t)$ tages i betragtning ses at referencen følges som krævet. I fig. 4 ses, at overføringsfunktionerne til $y(t)$ og residualerne $\varepsilon(t)$ AC mæssigt konvergerer meget hurtigt og sikkert efter et kort tidsrum, hvori systemet har været ustabil. Styresignalernes stationære varians har derimod en meget langsom og dårlig konvergens, hvilket vil blive kommenteret senere. I fig. 5 er DC - fejlene angivet. Konvergens af disse er ret god, men hastigheden er dog lidt mere behersket end AC - forstærkningerne til udgangen og residualerne.

Reguleringsegenskaber.

I fig. 6 er tabsfunktionerne for signalerne y , u , ε og e_f , når referencesignalet er en trinfunktion, der i de efter følgende afsnit vil blive anvendt, når regulatorens reguleringsegenskaber skal undersøges. Mest iøjefaldende er at hældningen for styresignalets tabsfunktion er 16% lavere end forventet. Dette giver sig selvfølgelig også udslag i de målte varianser af u . På denne figur kan man se, at regulatoren har opnået tilfredsstillende reguleringskvalitet allerede efter 10 trin, når man erindrer at de målte varianser er udregnet på grundlag af de sidste 50 målinger. Det bemærkes at tabskurverne for $y(t)$ og $\varepsilon(t)$ ikke er identiske selvom $k = 1$. De er derimod parallelforskudte, hvilket skyldes at styringen, der etablerer denne identitet først bliver etableret i $t = 0$. Fig. 7 viser den målte tidsmiddelverdi af styrefejlen, e_{st} . Resultaterne må siges at være tilfredsstillende.

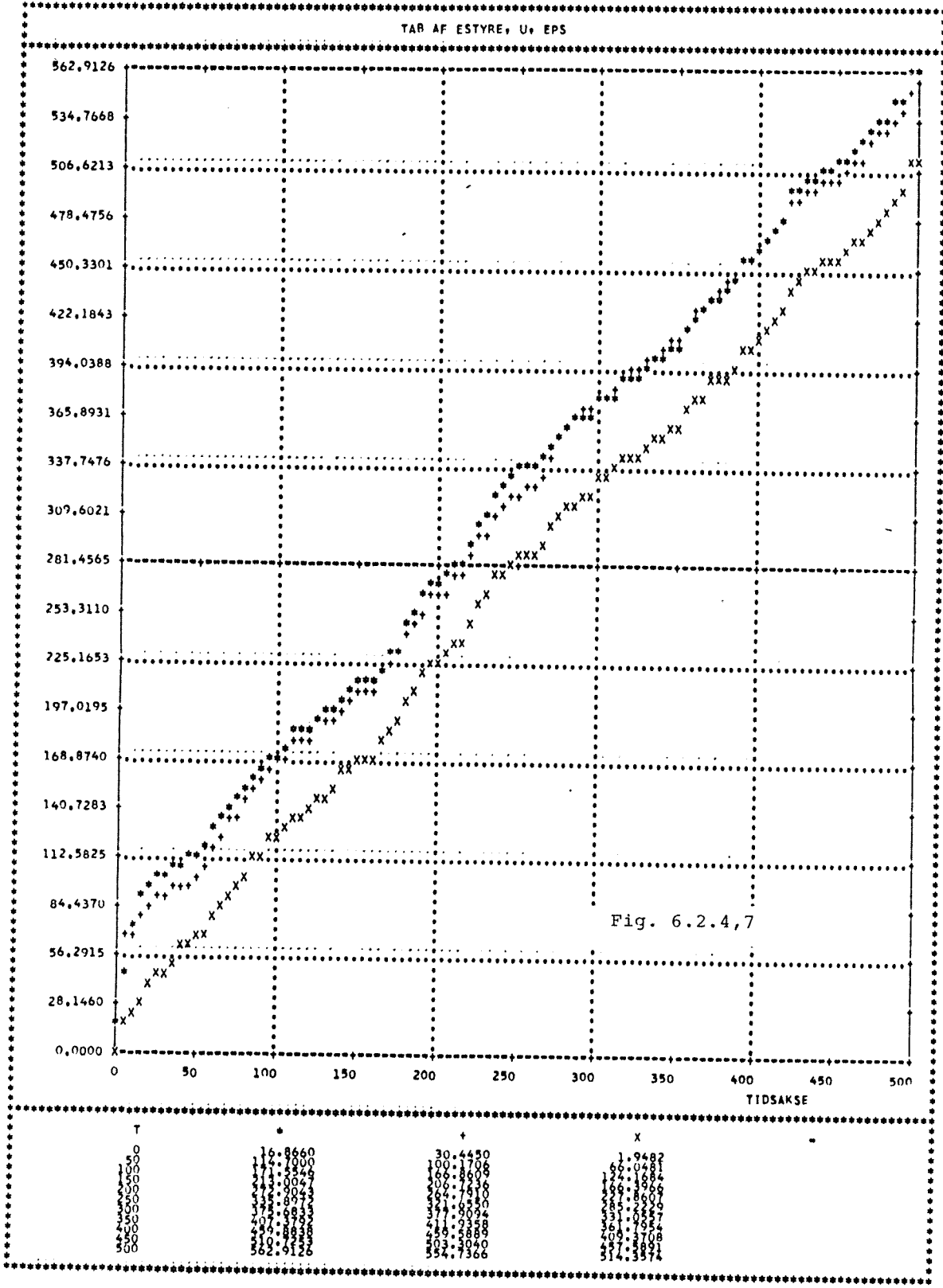
Konvergenssegenskaber.

Den stationære fejl, der skyldes fejl i $H_{y,w}$, har en størrelse, der maksimalt er 0,1. Det samme kan siges om DC - fejlens andet bidrag. Den totale fejl er imidlertid væsentlig mindre, hvilket hænger sammen med, at det er den totale fejl, der indgår i residualerne. DC - fejlene er vist i fig. 9. AC - mæssigt (fig. 10) er overføringsfunktionerne til $y(t)$ og $\varepsilon(t)$ med en fejl på 2% til $t = 7$. Ligesom tilfældet med en firkant - bølge som reference har overføringsfunktionen til styresignalet en langt ringere konvergens. En eksemplificeret undersøgelse af AC - forstærkningerne antyder, at $H_{u,e}$ og $H_{u,w}$ i modsætning til overføringsfunktionerne til udgangen og residualerne er meget følsomme overfor fejl i parameterestimerne. Forklaringen på dette kan være, at for MVo - regulatoren ind -

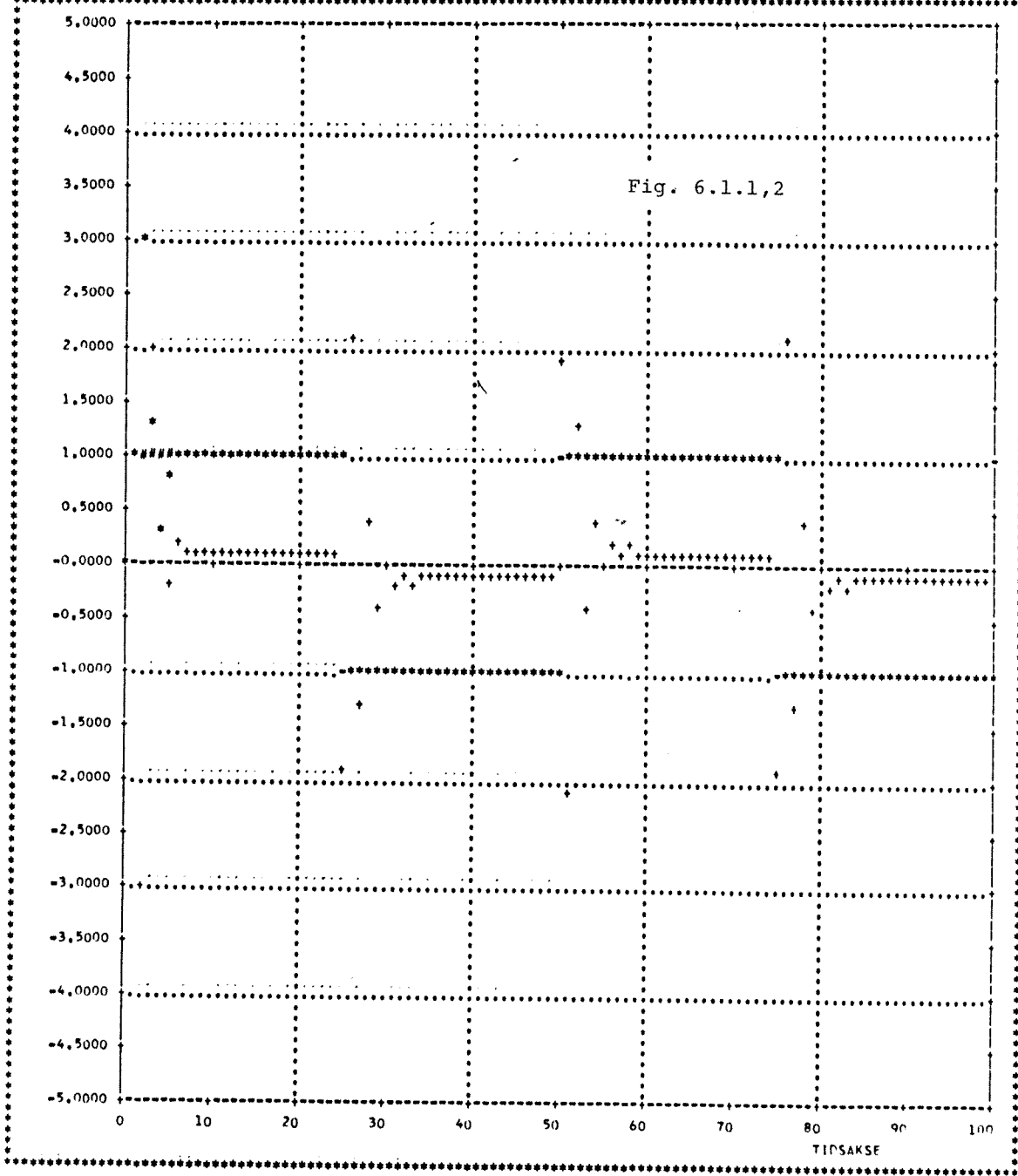
går $y(t)$ direkte i reguleringens kriteriefunktion, der har væsentlige lighedspunkter med estimationens ditto. Dette er ikke tilfældet for styresignalet her. Når referencen er nul fremkommer stort set de samme tendenser (fig. 14). Konvergenen er på grund af den manglende eksitation fra referencesignalet lidt langsommere og forløber i tre tempi. Forløbet af AC - forstærkningen af $H_{u,e}$ er ikke som i det foregående tilfælde, men følsomheden overfor parameterfejl ses tydeligt.

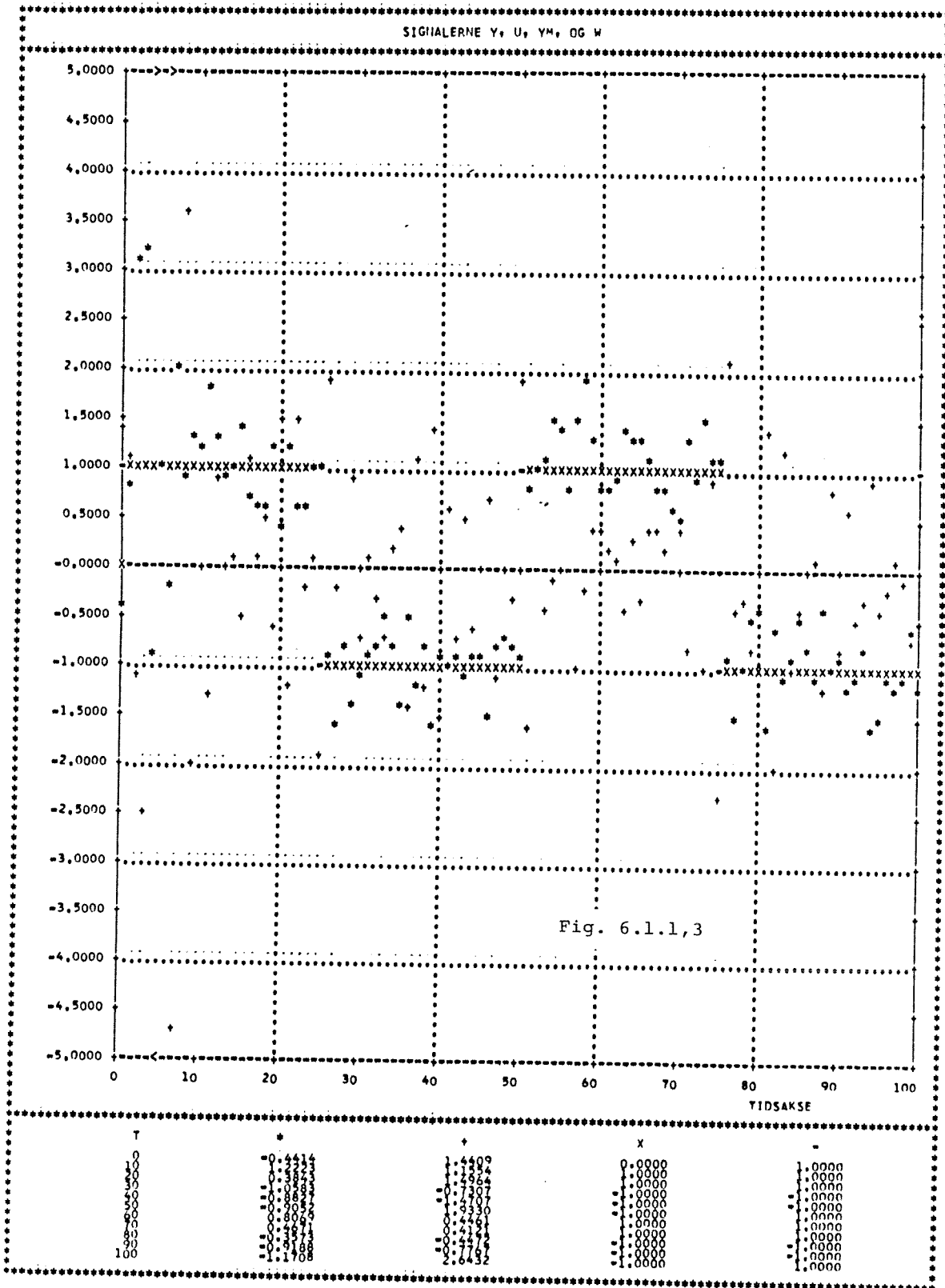
Vendes der tilbage til det foregående tilfælde ($w = 1$) og betragtes parameterestimerne (fig. 11 - 13) ser man at disse er rimelige. Dog forekommer der en fejl på ca. 0,05. Med en større tidsopløsning kan man inddele forløbet i to dele. I de første ca. 7 trin sker grovestimationen. Denne er efterfulgt af en langsom finjustering.

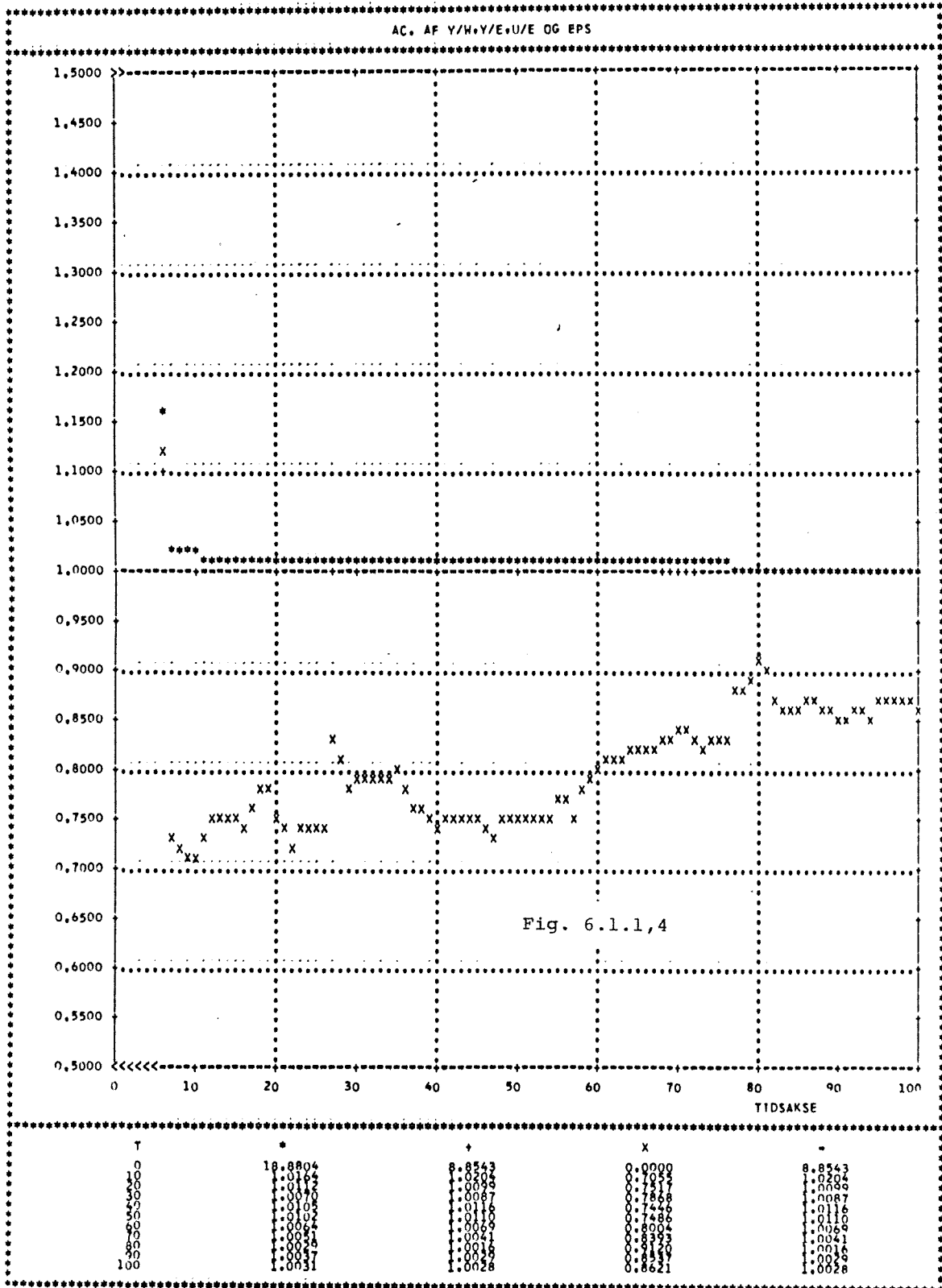
Kurverne i fig. 15 og 16 viser forholdene, når b_0 er fejl - agtig angivet. Tabene, der er optaget, når b_0 er sat til 1.5 mod den korrekte på 1.0, er afbildet i fig. 15. Tages gennemsnitshældningen over de sidste 400 trin, fås at varianserne for udgangen af styresignalet er henholdsvis 2% og 11% lavere end forventet. Bemærkelsesværdig er de lave starttab, der opnås i dette tilfælde. Den lave varians for styresignalet fremgår også af fig. 16, hvor den målte varians for signalerne er afbildet. Det fejlagtige b_0 har øjensynligt ikke ændret forholdene væsentligt.

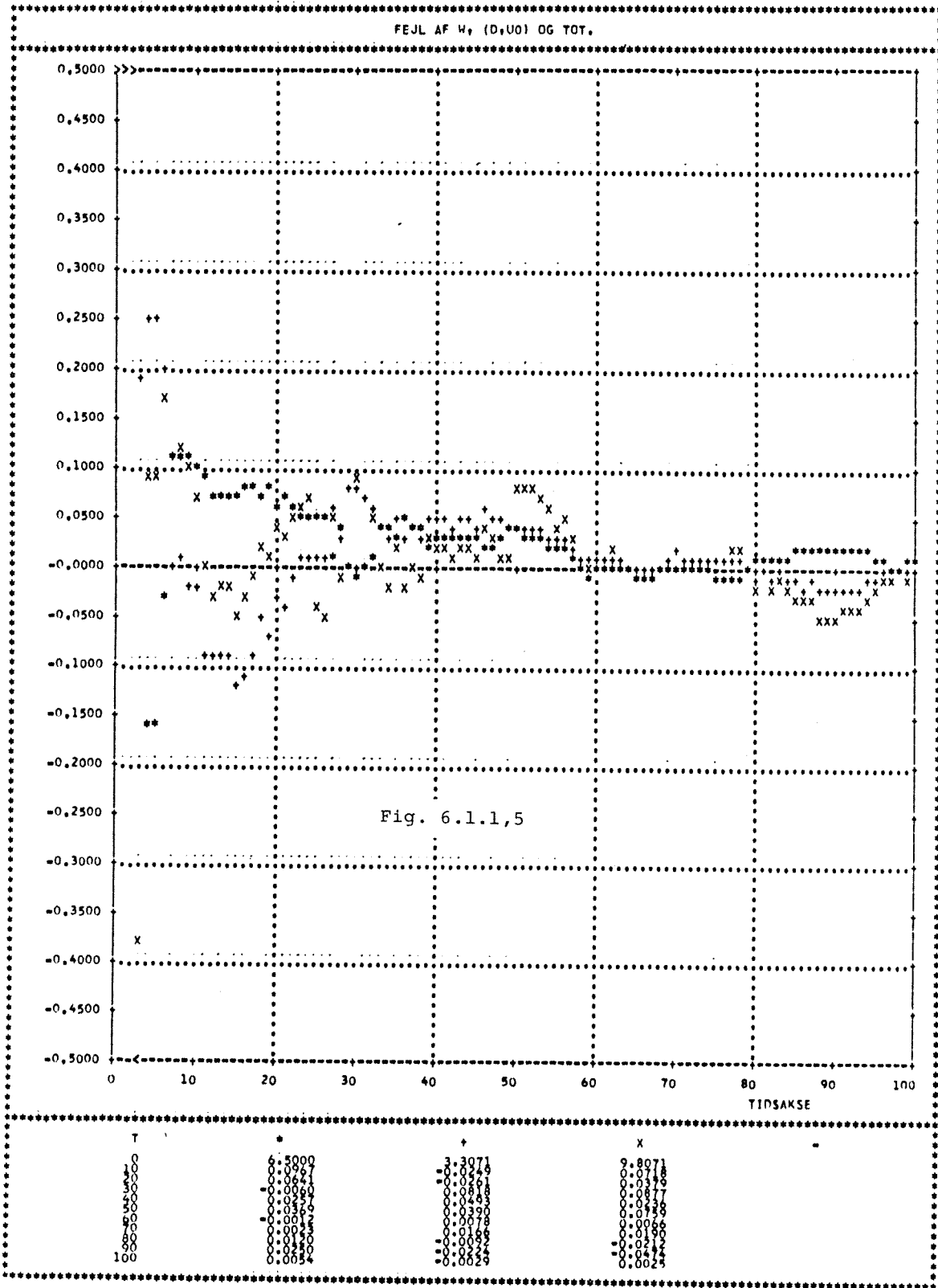


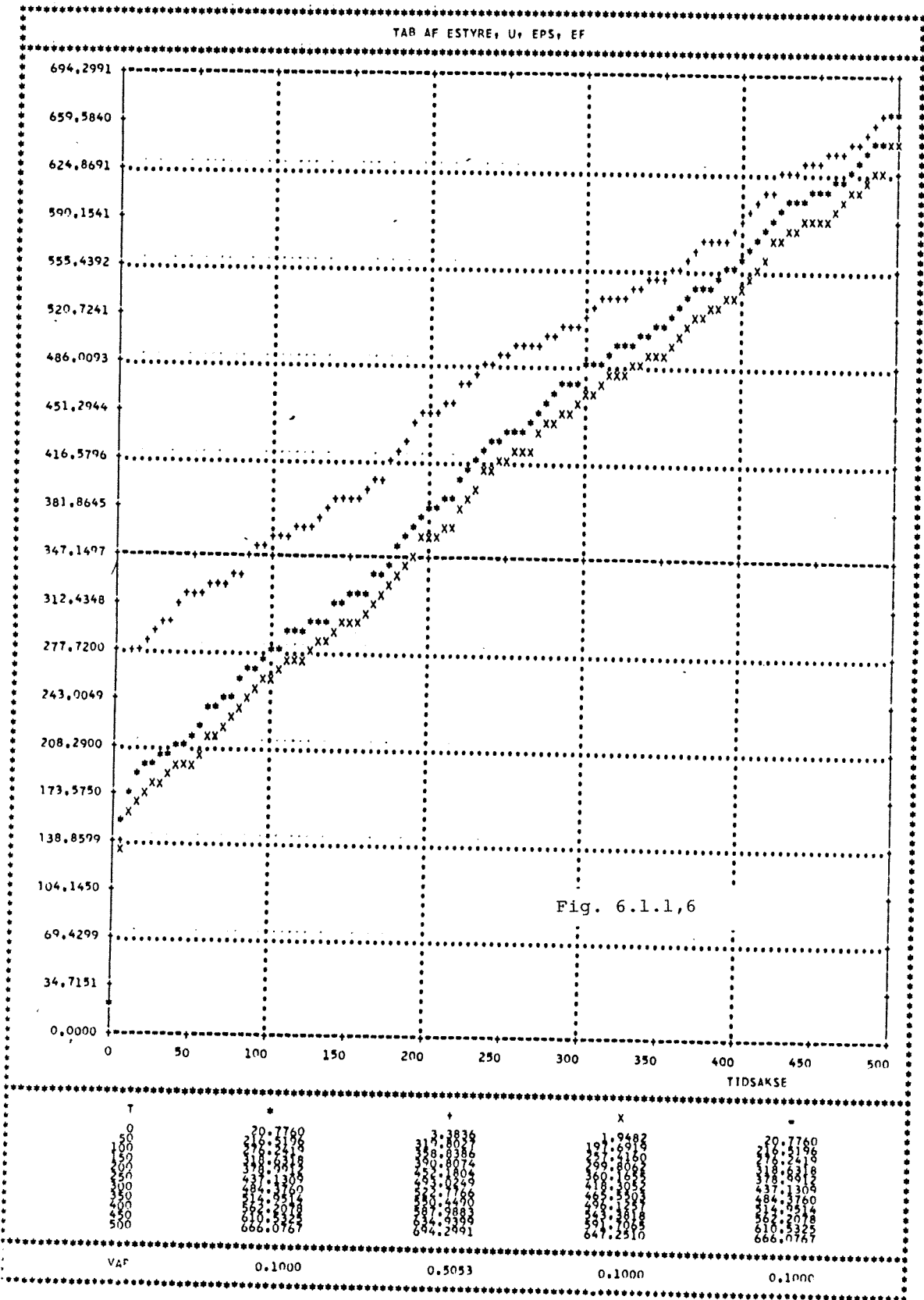
SIGIALERNE Y, U, YM, OG W

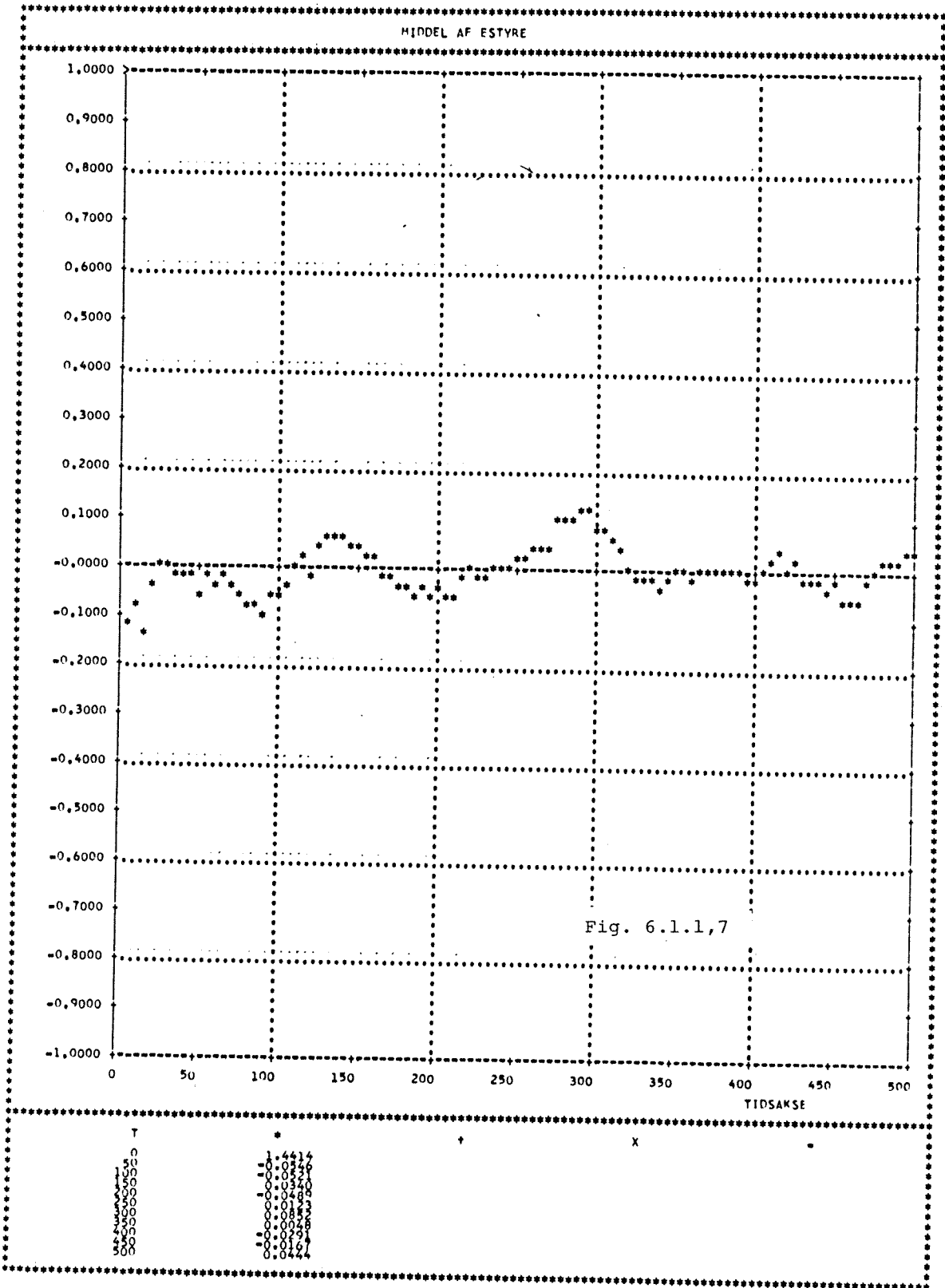


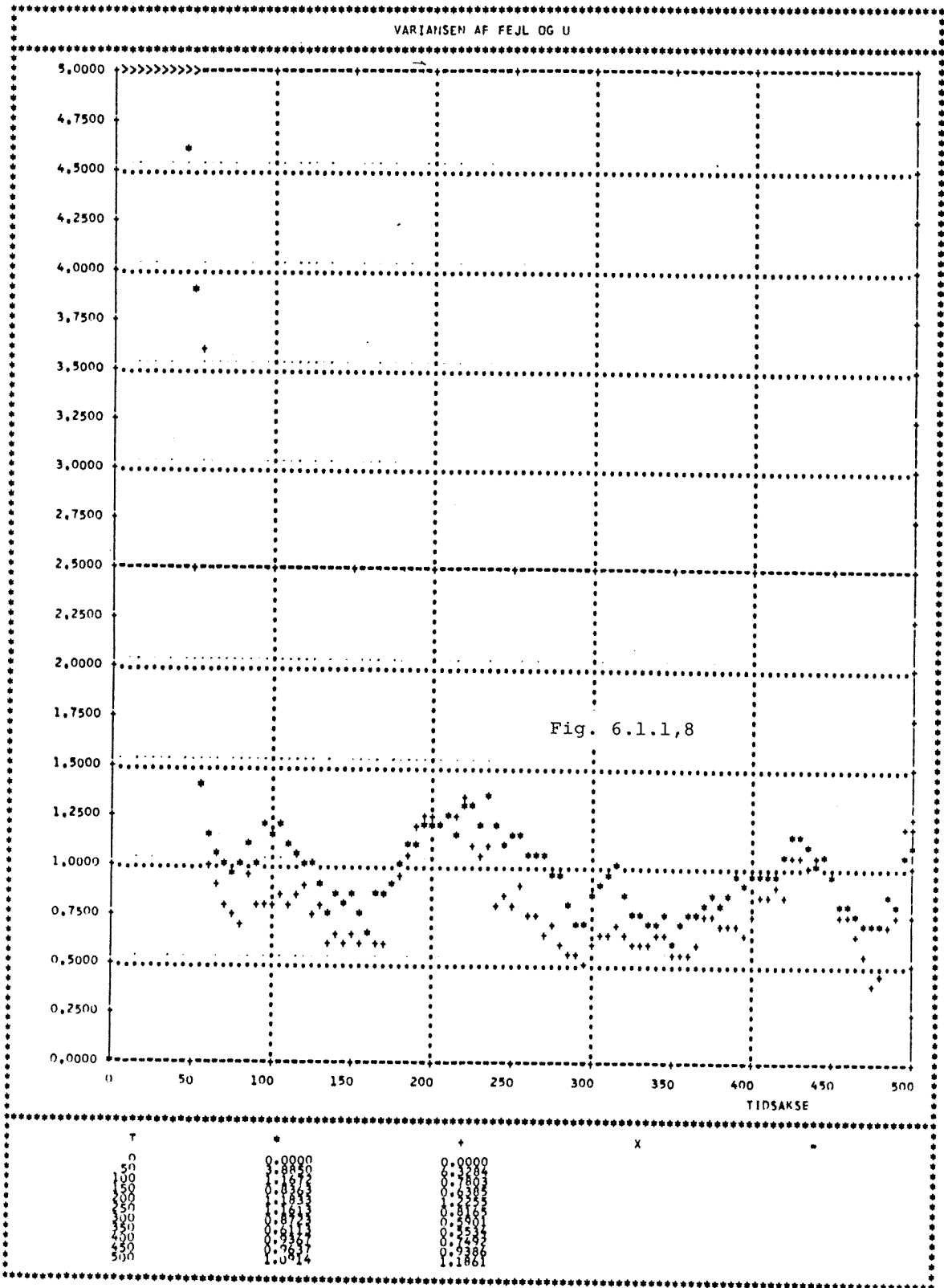


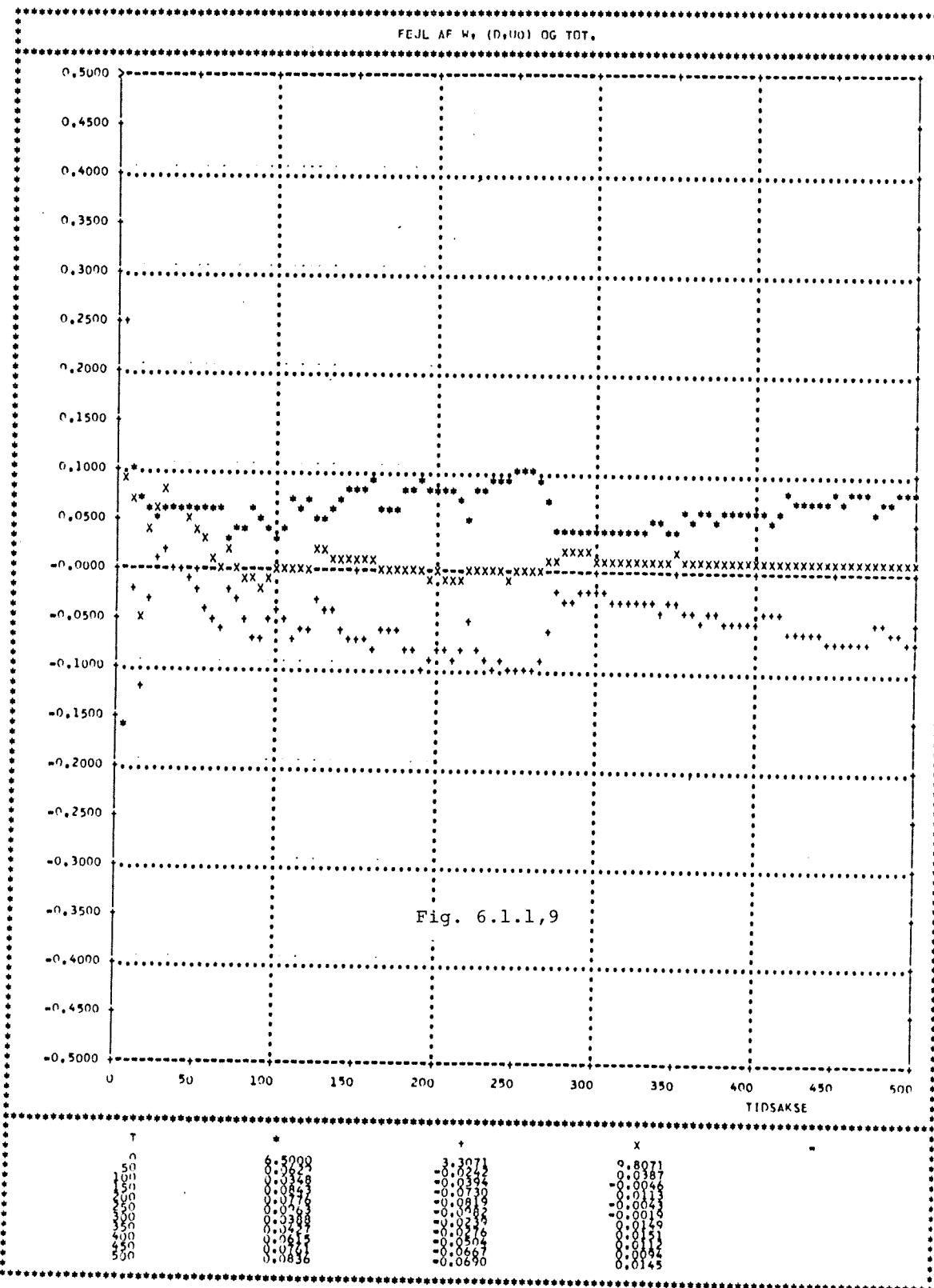


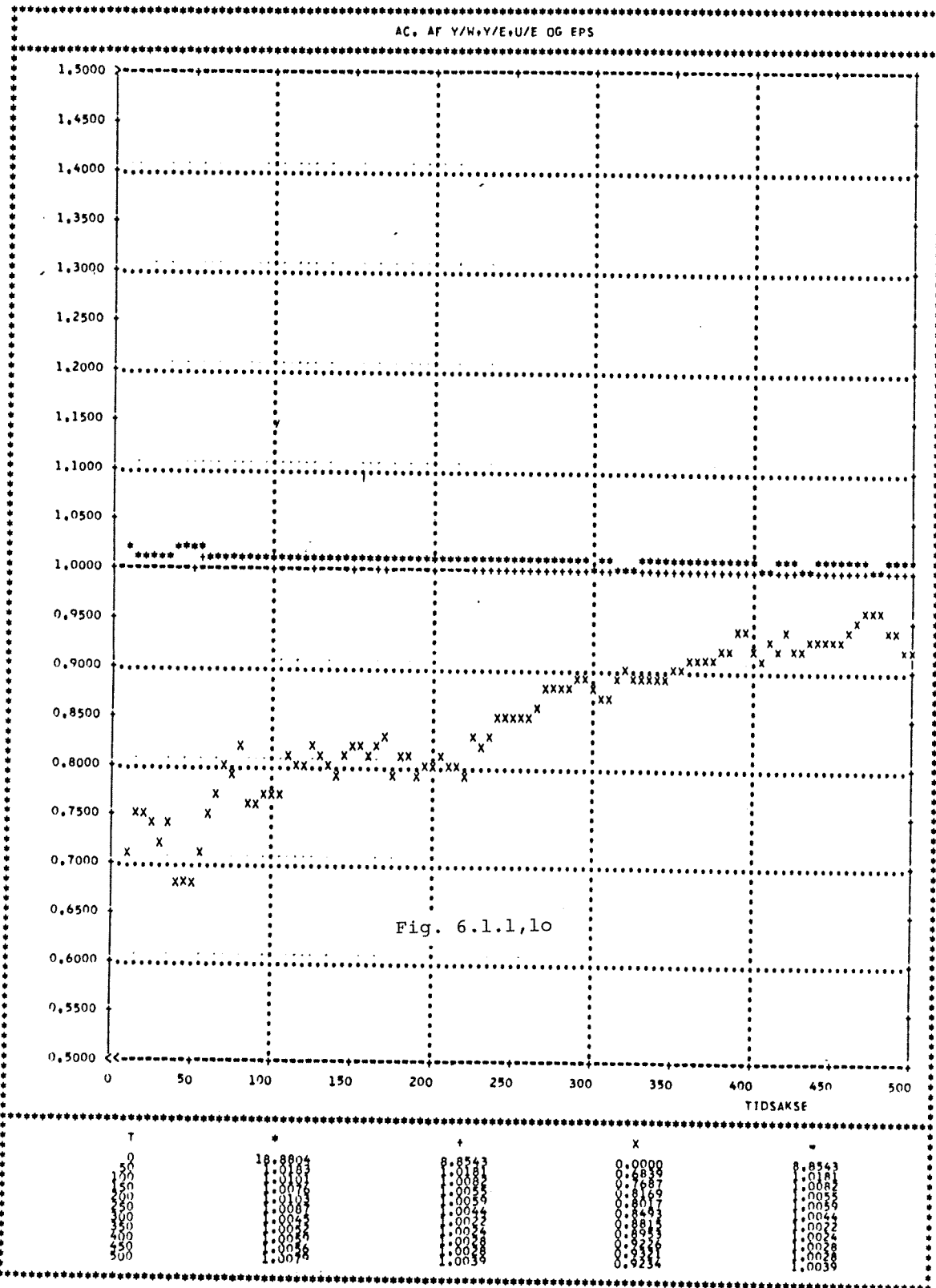


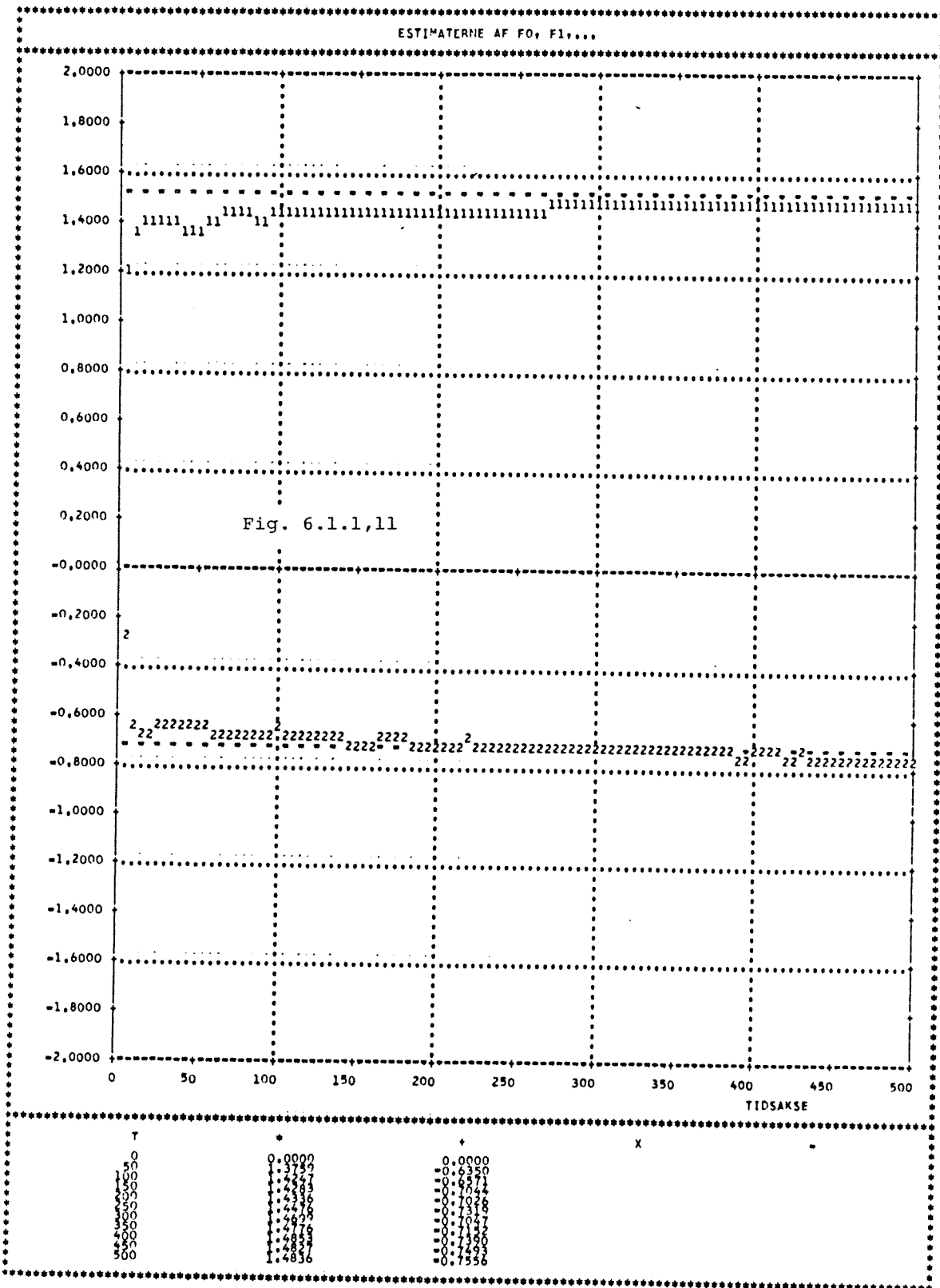


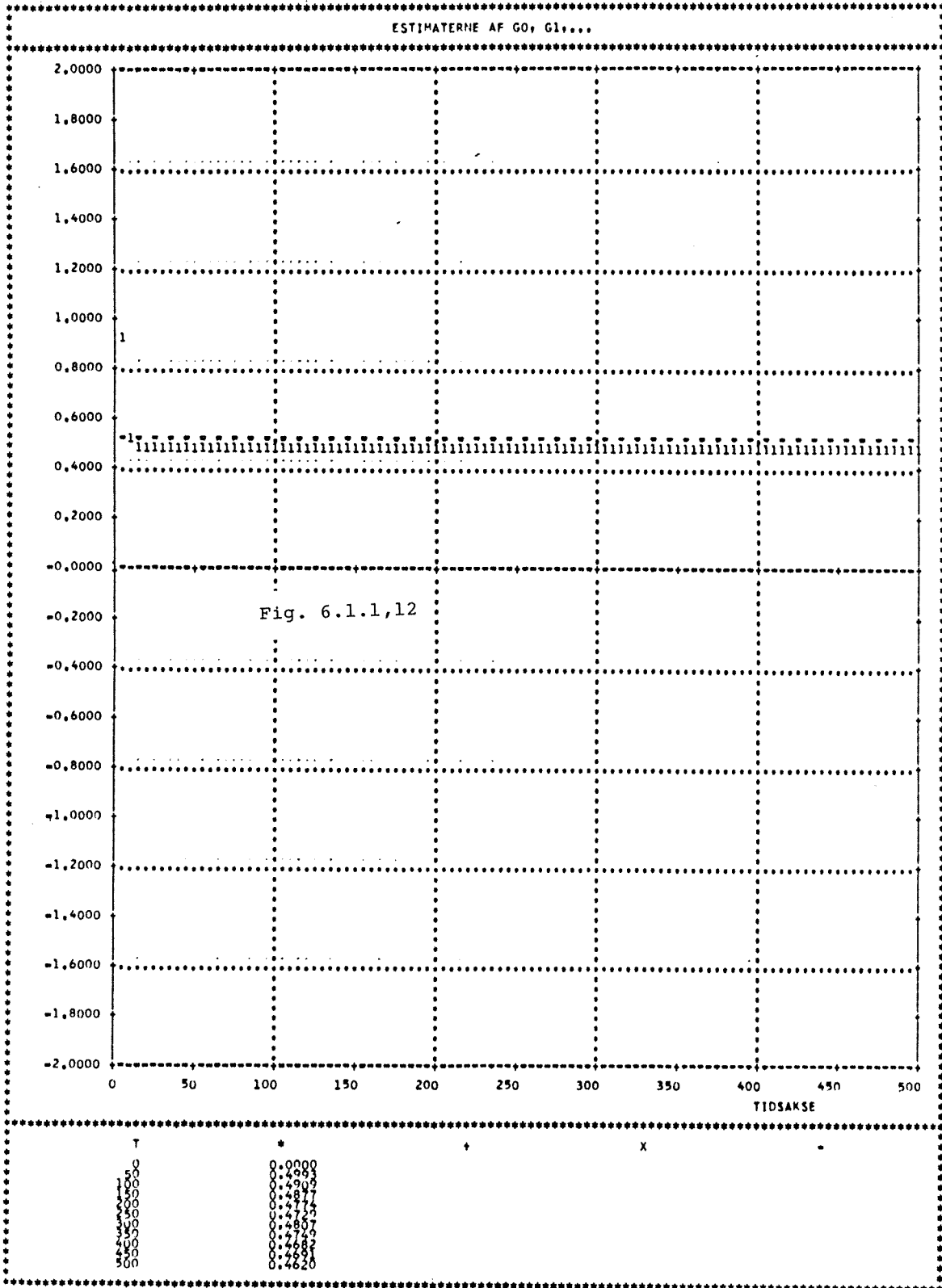


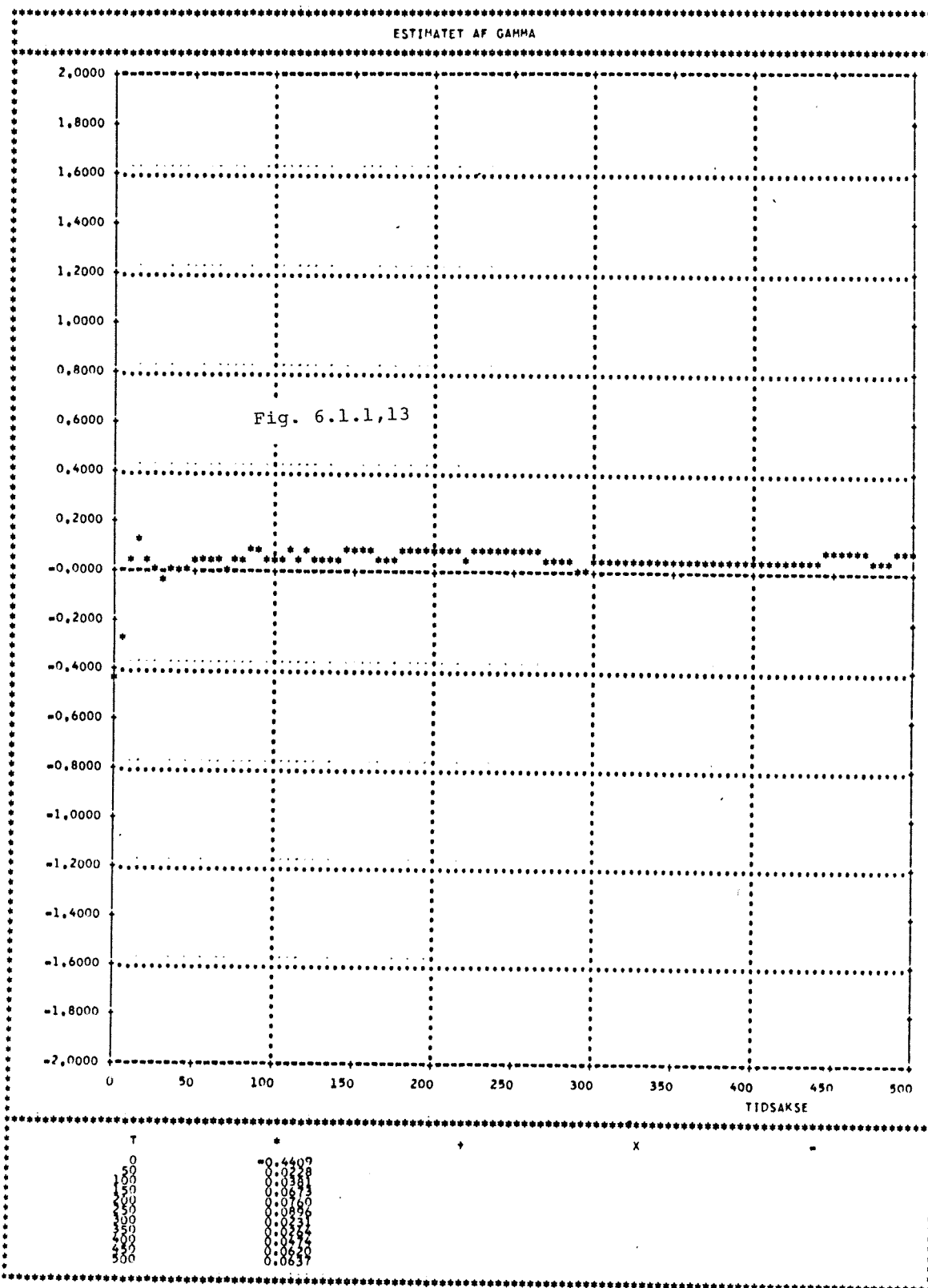


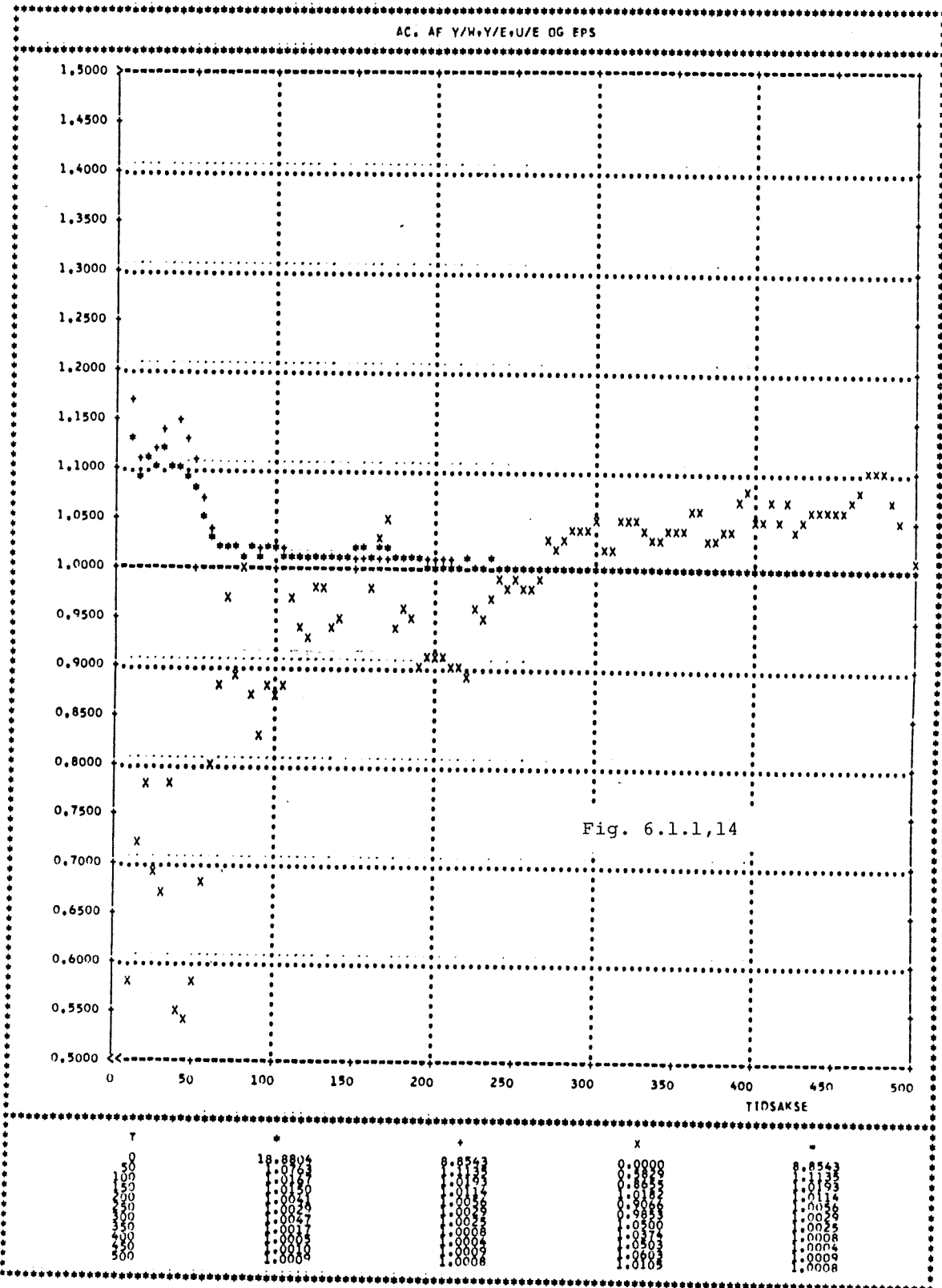


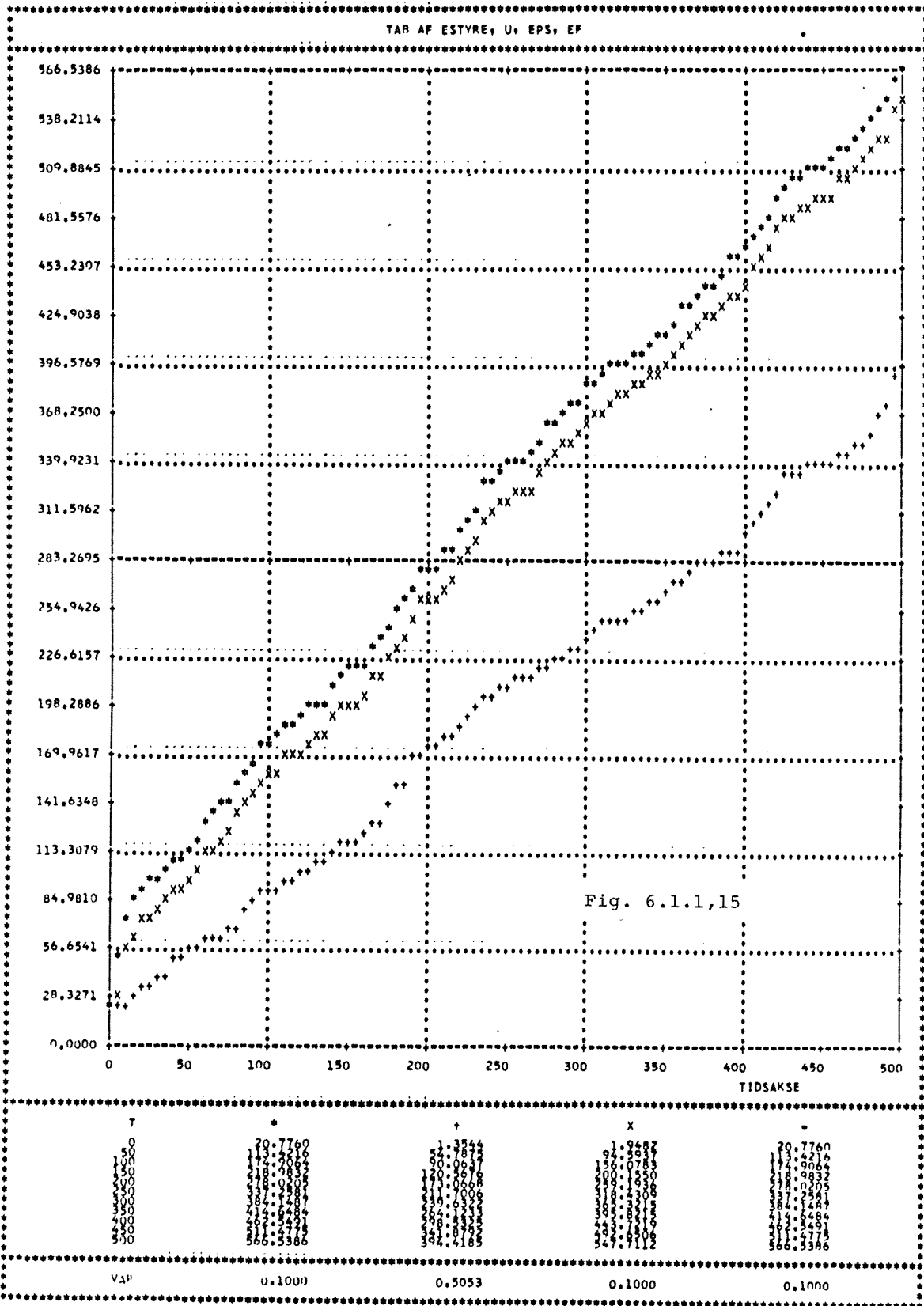


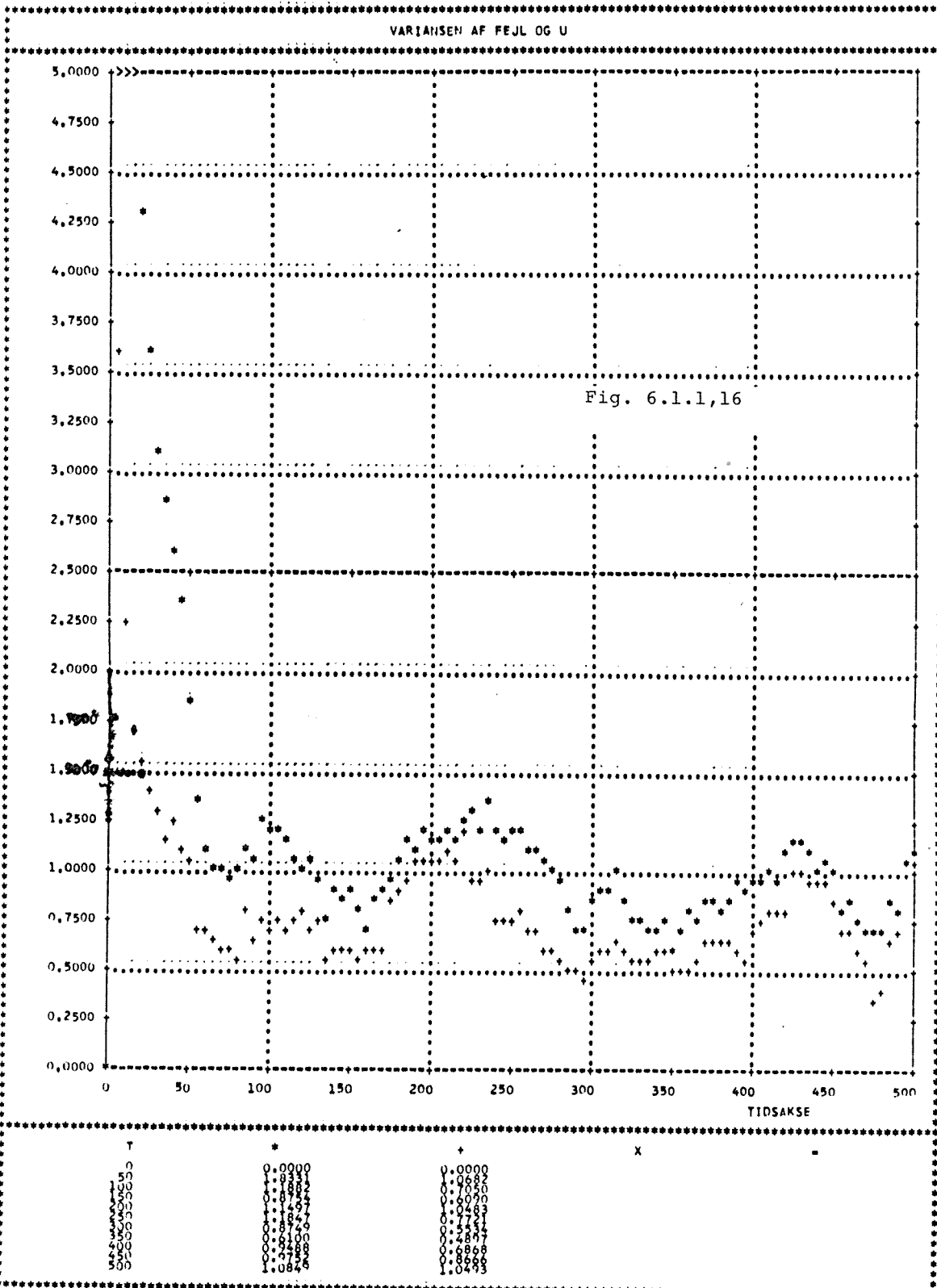












6.1.2 Polplaceringsregulering (POL).

Hvis de adaptive polynomier i den deterministiske version af den generelle polplaceringsalgoritme vælges sådan at

$$Q_4(q^{-1}) = T(q^{-1})A^m(q^{-1})$$

$$P_4(q^{-1}) = 1$$

fremkommer den af Åstrøm foreslåede polplaceringsregulator (POL). En mindre forskel består i, at her estimeres b_0 ikke. Da $C(q^{-1})$ vides at være 1 for objekt I vælges først at sætte observerpolynomiet T til:

$$T(q^{-1}) = 1$$

Ligesom i MVo - tilfældet er der ingen forskel mellem MV3 og polplaceringsalgoritmens to versioner, når $C = 1$. Til model vælges en samlet udgave af et andenordens objekt med overførfunktions i Laplace domænet

$$H_{Y,W}(s) = \frac{\omega_r^2}{s^2 + 2\zeta\omega_r s + \omega_r^2}$$

Vælges dæmpning og båndbredde sådan at

$$\zeta = \frac{\sqrt{2}}{2} \qquad \omega_r T_s = \sqrt{2}$$

fås en ret hurtig butterworth overføring. I tidsdiskret domæne kan modellen beskrives ved:

$$A^m(q^{-1}) = 1 - 0.398q^{-1} + 0.1353q^{-2}$$

$$B^m(q^{-1}) = 0.4916 + 0.2461q^{-1} \quad k = 1$$

Polerne for denne model ligger i

$$\begin{aligned} q_p &= 0.199 \pm j 0,309 \\ &= 0.368 \pm \angle 58.2^\circ \end{aligned}$$

hvilket er ret tæt ved origo. Desværre ligger modellens nulpunkt lige oven i objektets. For at få en sandfærdig simulation flyttes modellens nulpunkt til $-0,267$, hvorved B^m bliver :

$$B^m(q^{-1}) = 0.582 + 0.1555q^{-1}$$

I fig. 1 og 2 er der vist den lineære amplitudekarakteristik for

$$q^{-1} \frac{B^m}{A^m} \quad \text{og} \quad \frac{1}{A^m},$$

der i dette tilfælde ($C = 1, k = 1$) beskriver overførings - funktionen fra henholdsvis referencen og støjsignalet til ud - gangen, når parameterestimererne er korrekte. I fig. 1 ses at butterworthfilterets flade karakteristik er bibeholdt.

De korrekte regulatorparameter er givet ved polynomierne:

$$F(q^{-1}) = 1.102 - 0.565q^{-1}$$

$$G(q^{-1}) = 0.5 \quad \gamma = 0$$

Her er øjensynligt 4 parameter, der skal estimeres, hvilket er det samme som ved MVo - regulering. Med konstant reference - signal er

$$\text{Var}(y) = 0.116 \quad \text{Var}(u) = 0.172$$

I forhold til basal minimalvariansregulering er styreeffekten reduceret med 66%, mens variansen af udgangssignalet kun er steget 16%. Modellens nulpunkt i venstre halvplan gør at styreeffekten hidrørende fra referencesignalet er reduceret, hvilket kan ses af (5.3.1.1,34). Desværre er det kun modellens poler , \hat{G}_e der påvirker styreeffekten fra støjsignalet j.v.f (5.3.1.1,35 og 31). Modellens nulpunkt i nærheden af objektets, der er beliggende i venstre halvplan, vil derfor kun påvirke servoegenskaberne og ikke styresignalet varians. De korrekte overføringsfunktioner er givet ved (5.3.1.1,32 - 35).

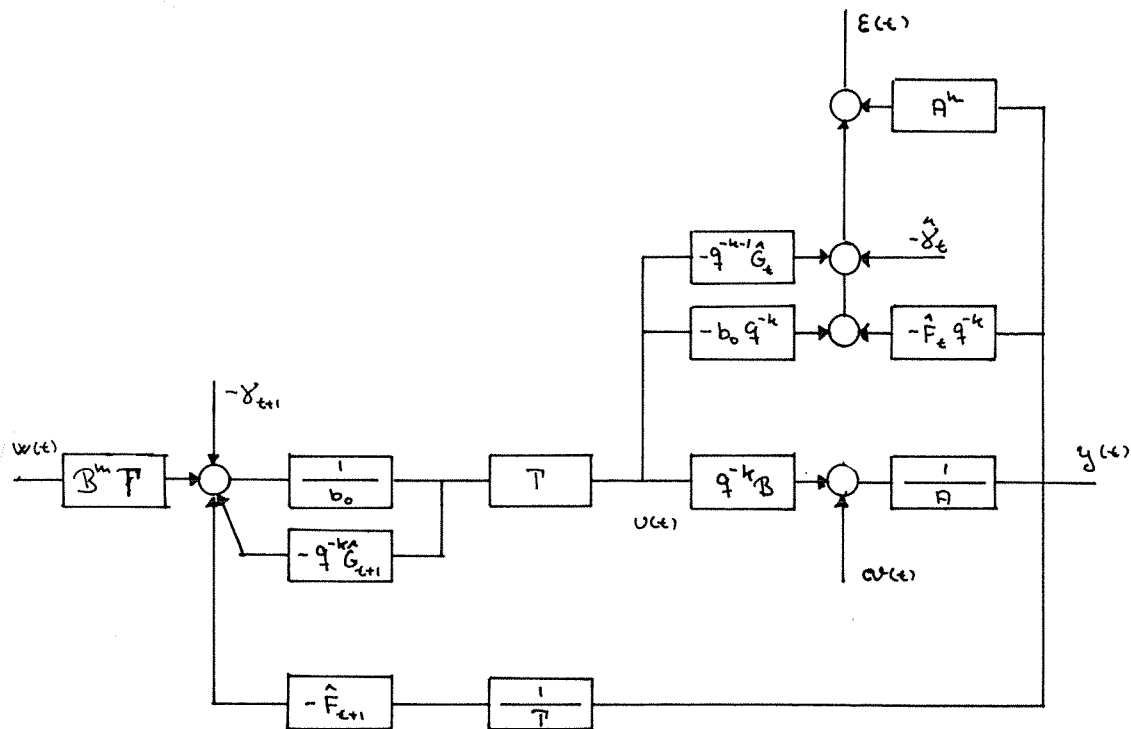


Fig. 3: Struktur i den selvindstillende polplaceringsregulator.

Servoegenskaber.

I fig. 4 ses signalerne fra en deterministisk simulation.

Bemærkelsesværdigt er, at oscillationerne i styresignalet er mindre og bedre dæmpet. Konvergenssegenskaberne er ligeså gode som i MVo - tilfældet, hvilket giver sig til udtryk ved, at modeludgangen, y_m , (X) kun er synlig i startperioden. I det stokastiske tilfælde (fig. 5) fås også ret gode resultater. Tabet fra $t = 20$ til $t = 100$ er 7% højere end med korrekt justeret regulator. I fig. 6 og 7 er AC - og DC - konvergens - egenskaberne illustreret for tilfældet med en firkantbølge som reference.

Reguleringsegenskaber.

Hvis systemet kun påvirkes af støjen og et trin i referencen, fås tabene som vist i fig. 8. Fig. 9 viser tidsforløbet af de målte varianser. Hældningen af tabsfunktionen for $y(t)$ er 2% højere end forventet, hvilket som nævnt i afsnit 5.1 hænger sammen med, at det er variansen af

$$e_f(t) = A^m(q^{-1})y(t) - B^m(q^{-1})w(t-k)$$

der ved hjælp af RLS - algoritmen minimeres. Hældningen over de sidste 400 trin for tabet af e_f er 2% lavere end forventet, hvilket svarer til hældningen af tabet for y i MVo - tilfældet. Forringelsen af disse konvergenssegenskaber kan yderligere forventes forstærket, hvis der vælges en model hvor forholdet mellem de teoretiske varianser for y og e_f er større. Her er forholdet 1.16. Kurven over variansen af styresignalet udviser samme tendenser som ved MVo regulering.

Konvergenssegenskaber.

DC - egenskaberne fremgår af fig. 10. Disse er en smule bedre end i MVo - tilfældet. Sammenholdet fig. 11 med

med fig. 6.1.1,10, fremgår den før omtalte forringelse af AC - konvergenssegenskaberne tydeligt. Det ses, at $H_{\epsilon,e}$ konvergerer næsten uændret. Overføringsfunktionerne $H_{y,e}$ og $H_{y,w}$ konvergerer i dette tilfælde langsommere og i den nævnte rækkefølge. Styresignalet AC - forstærkning er dog nærmere den forventede. Parameterestimaterne i fig. 12 - 14 er følgelig dårligere end i MVo tilfældet undtaget $\hat{\gamma}$.

I fig. 14a og 14b er tidsforløbet af tabet og varianserne afbildet for en simulation med fejlagtigt angivet b_0 . Her er reguleringen baseret på værdien 1.5 (fejl på 50%) og referencesignalet er stadig en trinfunktion. Tabsfunktionen viser at det fejlagtige ikke ændrer konvergenshastigheden i nævnte ϵ værdigt omfang. Starttabet er derimod forøget. Af fig. 14a fremgår det, at gennemsnitlig (100 - 500) er variansen af udgangen og styresignalet steget henholdsvis 5% og 11%. En kurve over tidsmiddelværdien af styrefejlen viser, at forøgelsen af hældningen ikke skyldes en stationær fejl. Man kan visuelt spore denne forøgelse i kurverne for varianserne i fig. 14b.

Støjsvag tilfælde.

Lad nu variansen af støjsignalet, $e(t)$, kun være 0.01 og lad referencesignalet være en firkantbølge med en amplitude på 1. Der foreligger da en sådan situation, der er omtalt i appendix 4. Man kan i dette tilfælde foretage en minimering af variansen på udgangssignalet, fordi støjens bidrag til styresignalet er forsvindende sammenlignet med referens.

For at minimere variansen af $y(t)$, når $w(t) = 0$, kan observerpolynomiet, $T(q^{-1})$ vælges sådan at

$$T(q^{-1})A^m(q^{-1}) = C(q^{-1}) = 1$$

approximativt er opfyldt. Da den valgte model

$$A^m(q^{-1}) = 1 - 0.398q^{-1} + 0.1353q^{-2}$$

er den beskaffende, at a_i^m ($i = 1, 2$) er små, kan den simple lineære approximation anvendes. Denne giver at:

$$t_1 = -a_1^m = 0.398$$

$$t_2 = -a_2^m - a_1^m t_1 = 0.0231$$

når ordenen af $T(q^{-1})$ vælges til 2 ligesom A^m . Det bemærkes, at her er der anvendt en antagelse om, at støjpåvirkningen er ukorreleret ($C = 1$). Her skal polynomiet Q_4 vælges til

$$Q_4 = T A^m = 1 + 0.0447q^{-3} + 0.00313q^{-4}$$

Overføringsfunktionerne fra støjen er for korrekte parameter j.v.f. (5.3.1.1, 33 og 35) givet ved:

$$H_{y,e} = \frac{EC}{Q_4} = \frac{1}{1+0.045q^{-3}+0.003q^{-4}}$$

$$H_{u,e} = \frac{F}{Q_4}$$

idet de rigtige regulatorparameter er givet ved:

$$F(q^{-1}) = 1.5 - 0.7q^{-1} + 0.0447q^{-2} + 0.00313q^{-3}$$

$$G(q^{-1}) = 0.5 \quad \gamma = 0$$

Overfor referencesignalet er reguleringen uændret. Det ses, at med dette valg skal der estimeres 6 parameter, hvilket er et

yderligere argument for kun at bruge frihedsgraden i observer-polynomiet, når støjen er ringe, og når referencesignalet er tilstrækkelig eksiterende. Har støjen derimod en større spredning vil konvergenshatigheden følgelig være nedsat og styre - effekten vil ligesom i MVo - tilfældet være urealistisk stor for objekter med en mere typisk forstærkning. For korrekte estimater vil der for $w = 0$ gælde at:

$$\text{Var}(y) = 0.010$$

$$\text{Var}(u) = 0.0523$$

Med hensyn til udgangssignalet er approximationen ganske god, fordi variansen af dette signal er den samme som ved MVo - regulering. For styresignalet fås en varians, der er lidt større, hvilket skyldes approximationen.

I fig. 15 ses signalerne for det omtalte tilfælde, hvor udgangssignalet følger modelsignalet ganske pænt. I fig. 16 og 17 ses AC - forstærkningen samt DC - fejlene. Sammenlignet med det mere støjfulde tilfælde (fig. 6) findes her en ret god og hurtig konvergens specielt for AC - forstærkningen, hvilket skyldes det store signal - støjforhold.

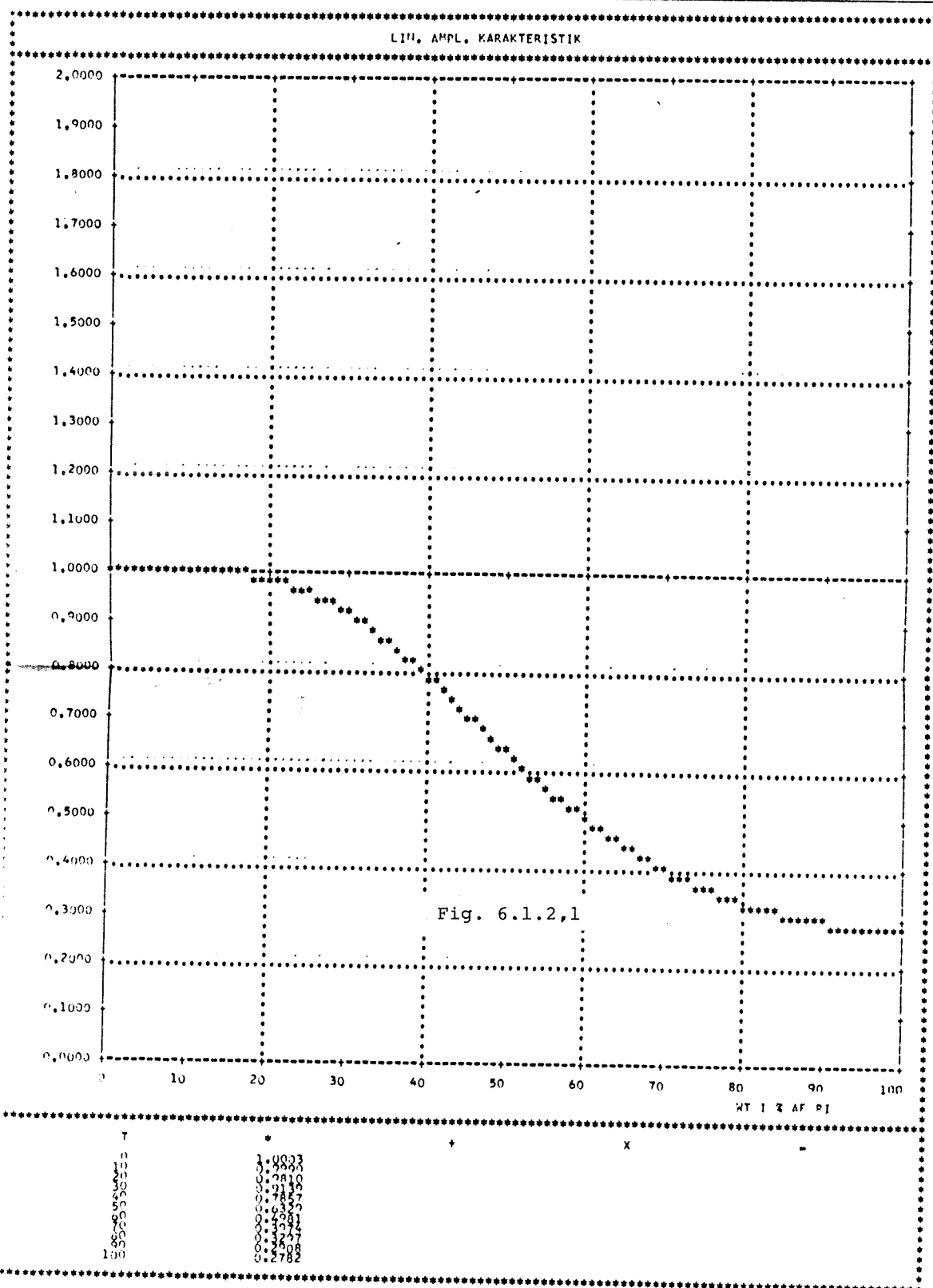
Til den givne situation kunne en MV2 regulator også anvendes. Såfremt man med notationen fra afsnit 5.1.3.3 vælger modellerne sådan at:

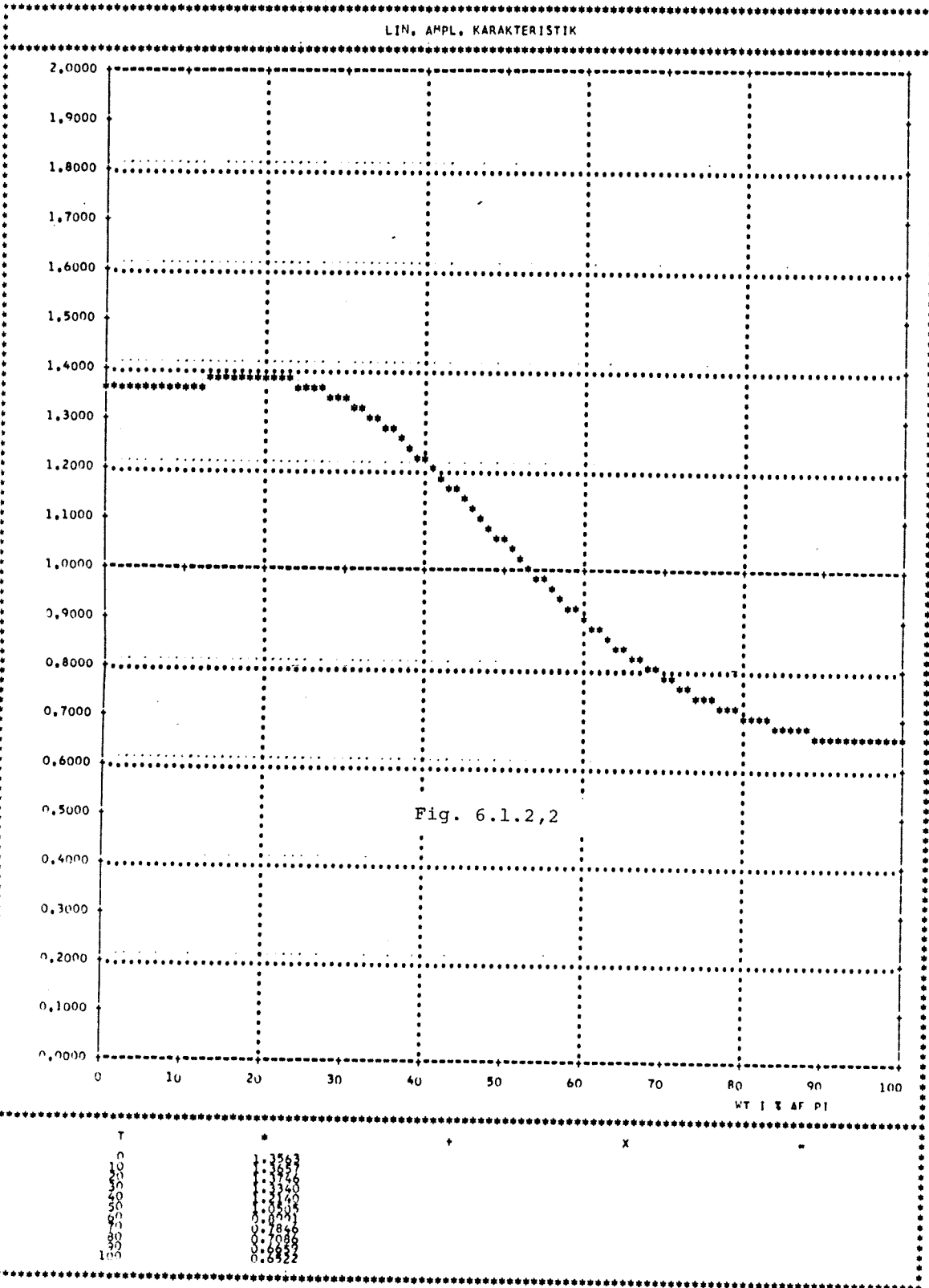
$$A^e = B^e = 1 \qquad R = \frac{B^m}{A^m}$$

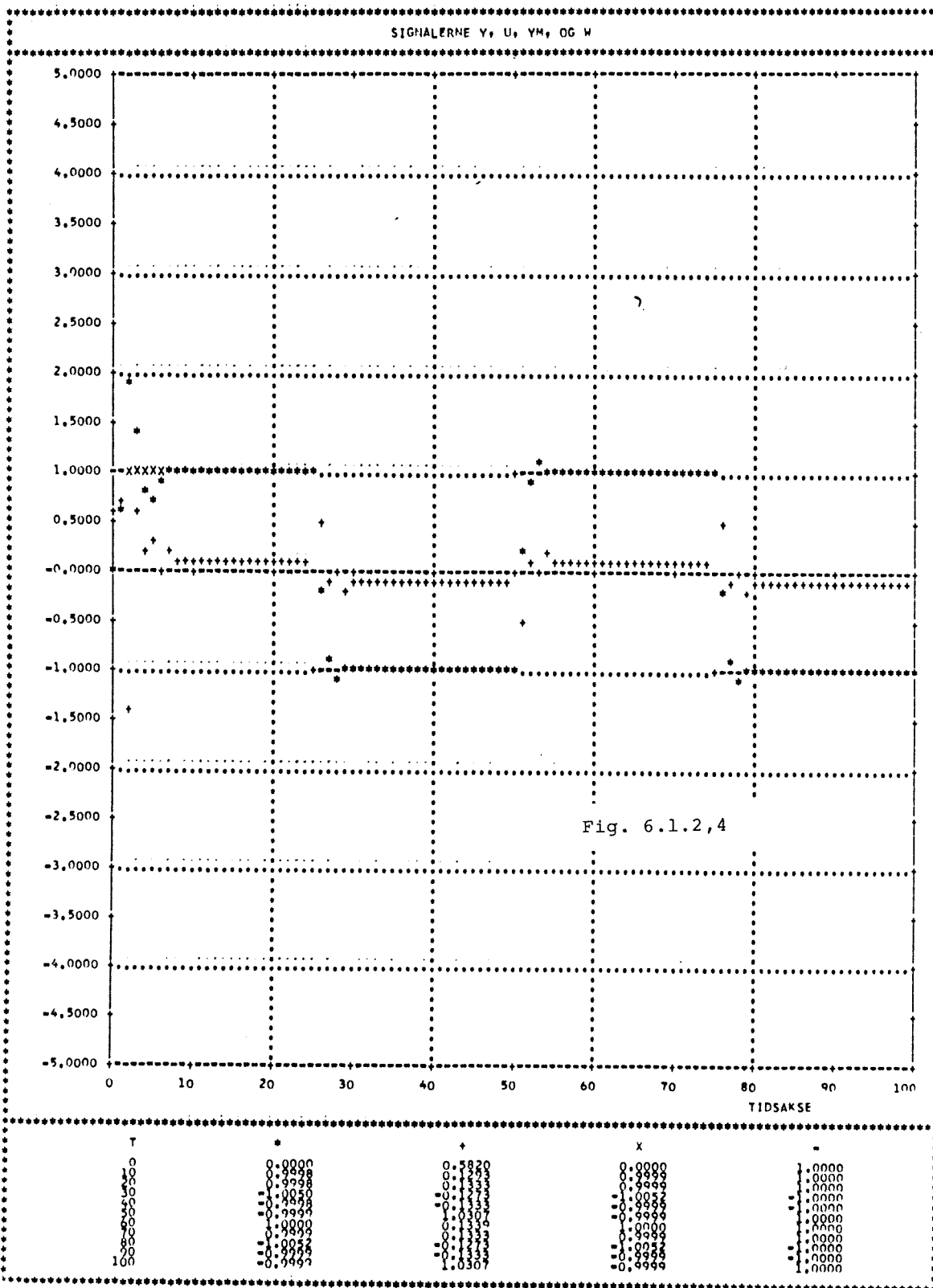
opnås en minimalvariansstyring overfor støjen og en mere behersket modelstyring overfor referencen. Man ser at denne type ikke kræver en antagelse om støjmodellen (C - polynomiet). Opmærksomheden skal dog henledes på at modellen indgår som et

simpelt forfilter af referencesignalet, hvorfor dette kan miste sin egenskab som tilstrækkelig eksiterende, hvis modellen er for lavfrekvent. Dette dilemma eksisterer ikke for POL - regulatoren, hvilket fremgår af fig. 3.

---ooo0ooo---







6.3 Sammendrag.

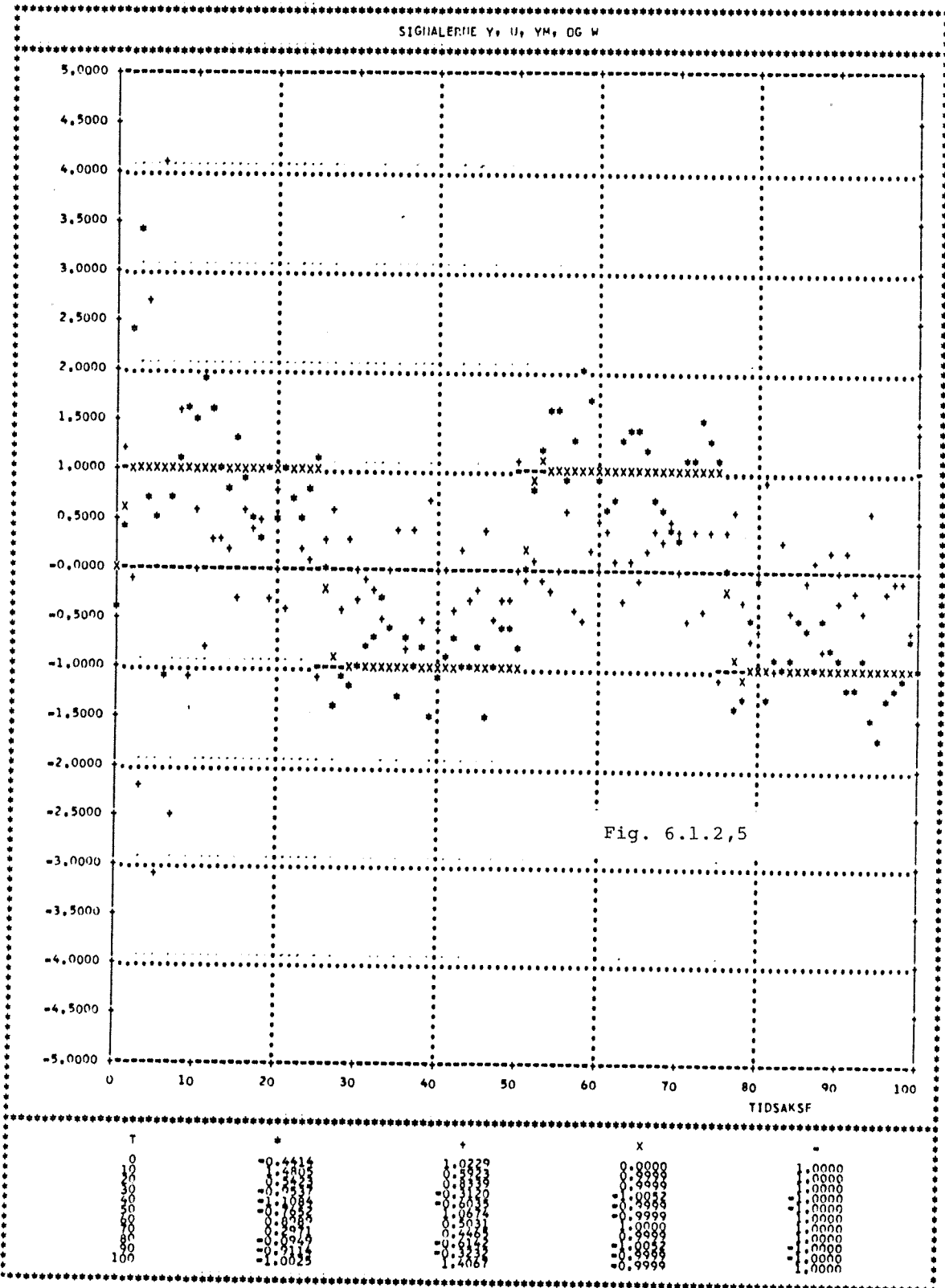
I dette afsnit vil der blive opsummeret de vigtigste iagttagelser fra simulationerne med stationær støjpåvirkning af objektet. Ligesom de forrige afsnit er dette opdelt i 3 dele, der ikke er helt separate. Årsagen til dette er at egenskaberne ikke er helt uafhængige.

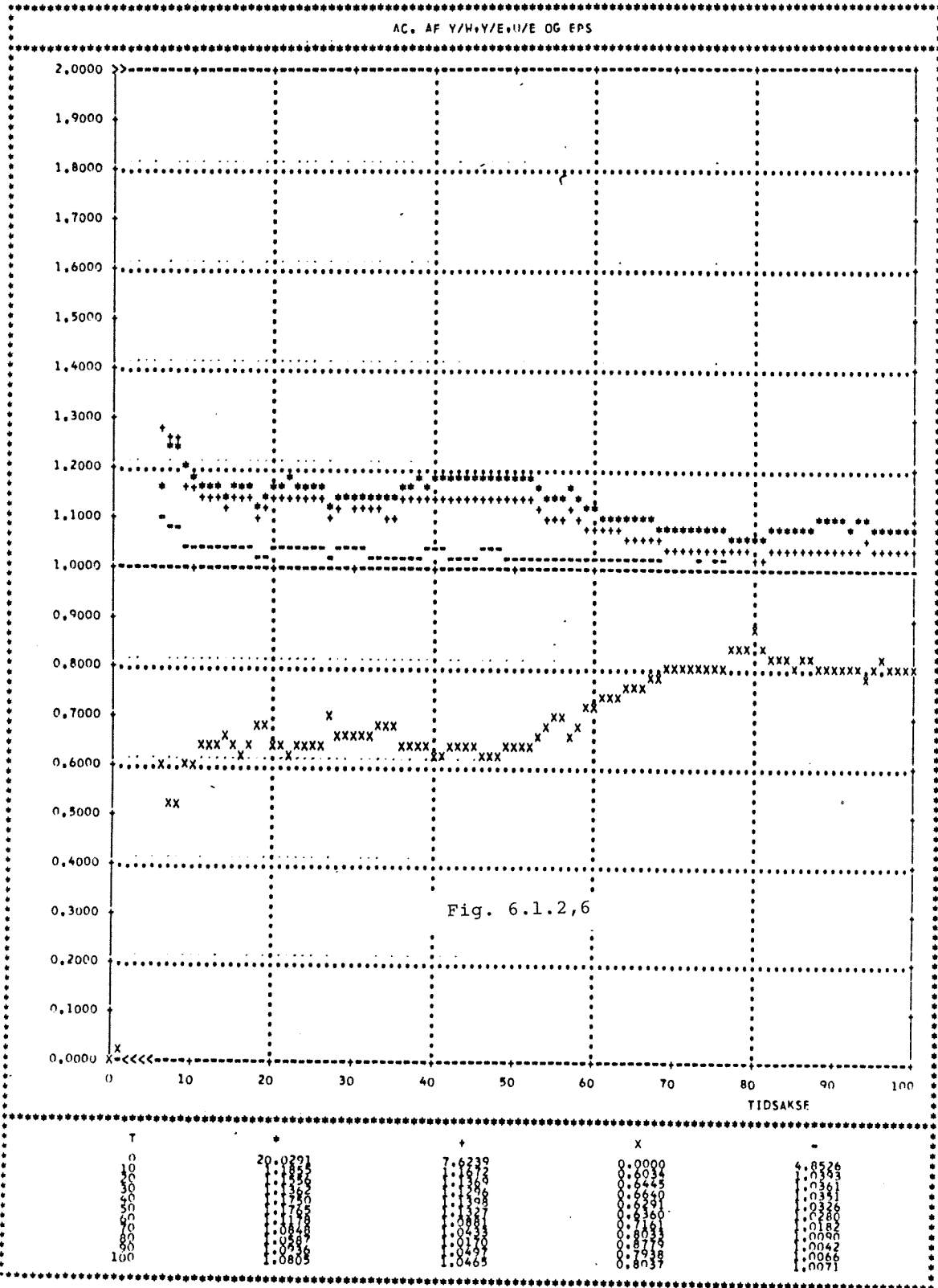
Servoegenskaber.

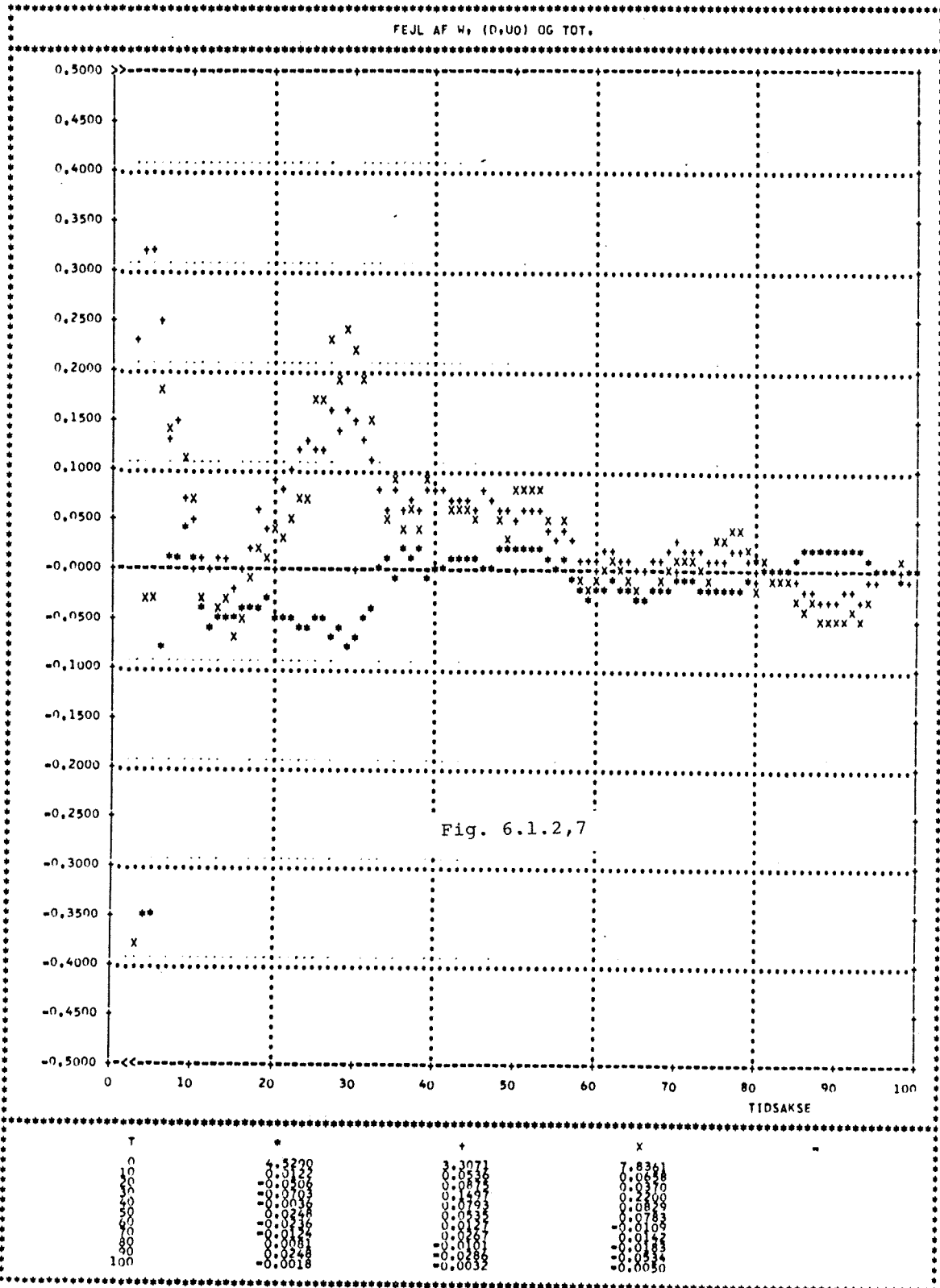
I de foregående afsnit er der vist en række simulationer, hvor systemerne, det vil sige de tilbagekoblede objekter, kun er påvirket af et referencesignal. Dette var en firkantbølge med amplituden 1 og en periodetid på 50 tidsenheder. I disse simulationer fandt man en meget hurtig konvergens. Parameterestimererne havde antaget de korrekte værdier efter et antal simulationstrin, der svarede til antallet af parameter, der skulle estimeres. I nedenstående tabel er tabene for udgangen og styresignalet vist. Tabet er udregnet over de sidste 60 simulationstrin.

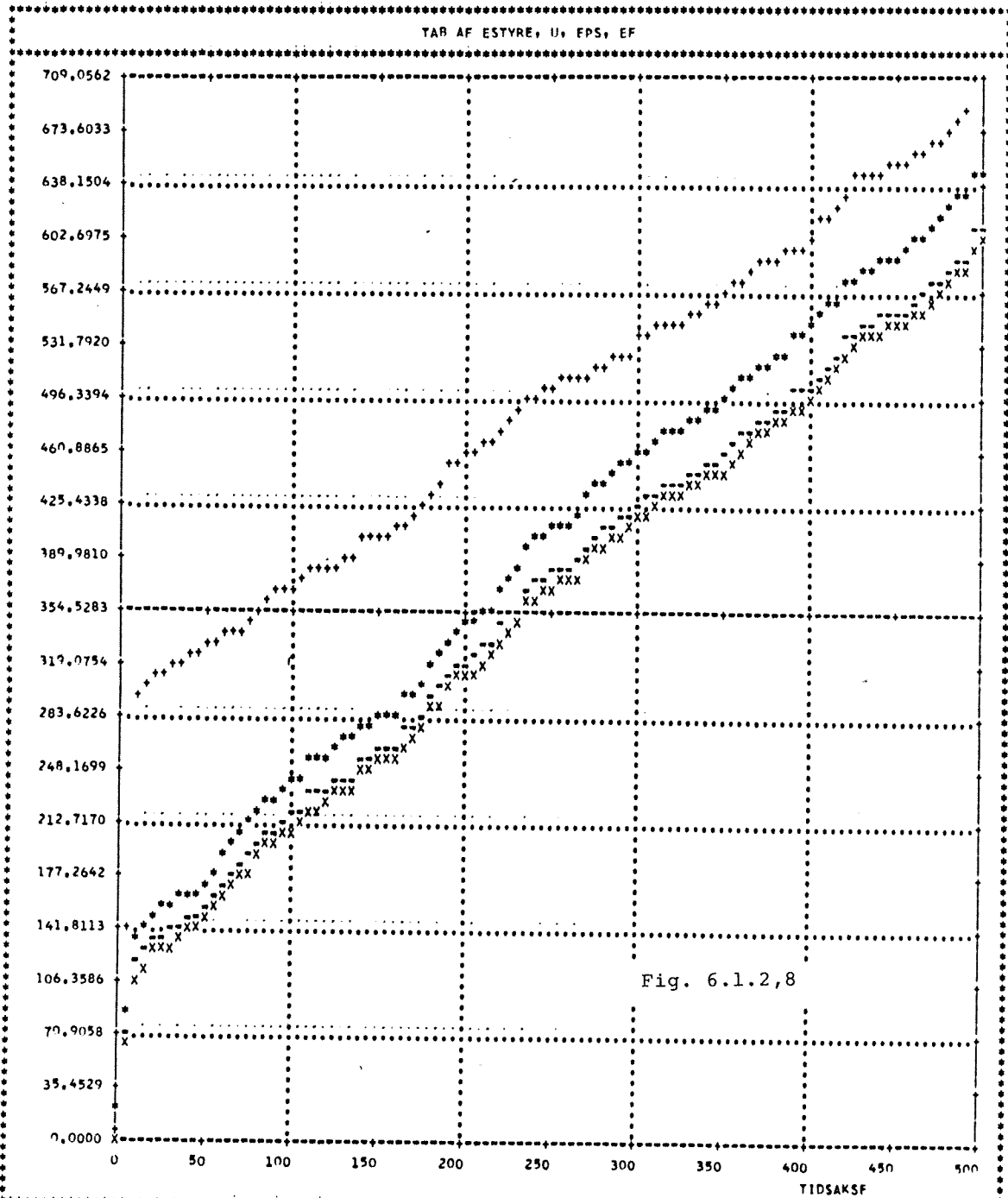
	Objekt I		Objekt II	
	T_y	T_u	T_y	T_u
MVo	8.0	20.9	8.0	128.0
MV1	9.21	7.12	9.09	67.8
MV2	9.42	2.51	8.60	62.9
POL	9.42	2.51	9.53	38.1
DBo	8.89	4.02	8.00	128.0
DB1	12.63	0.91	9.58	50.6

Den store forstærkning gennem objekt I giver udslag i små styre-

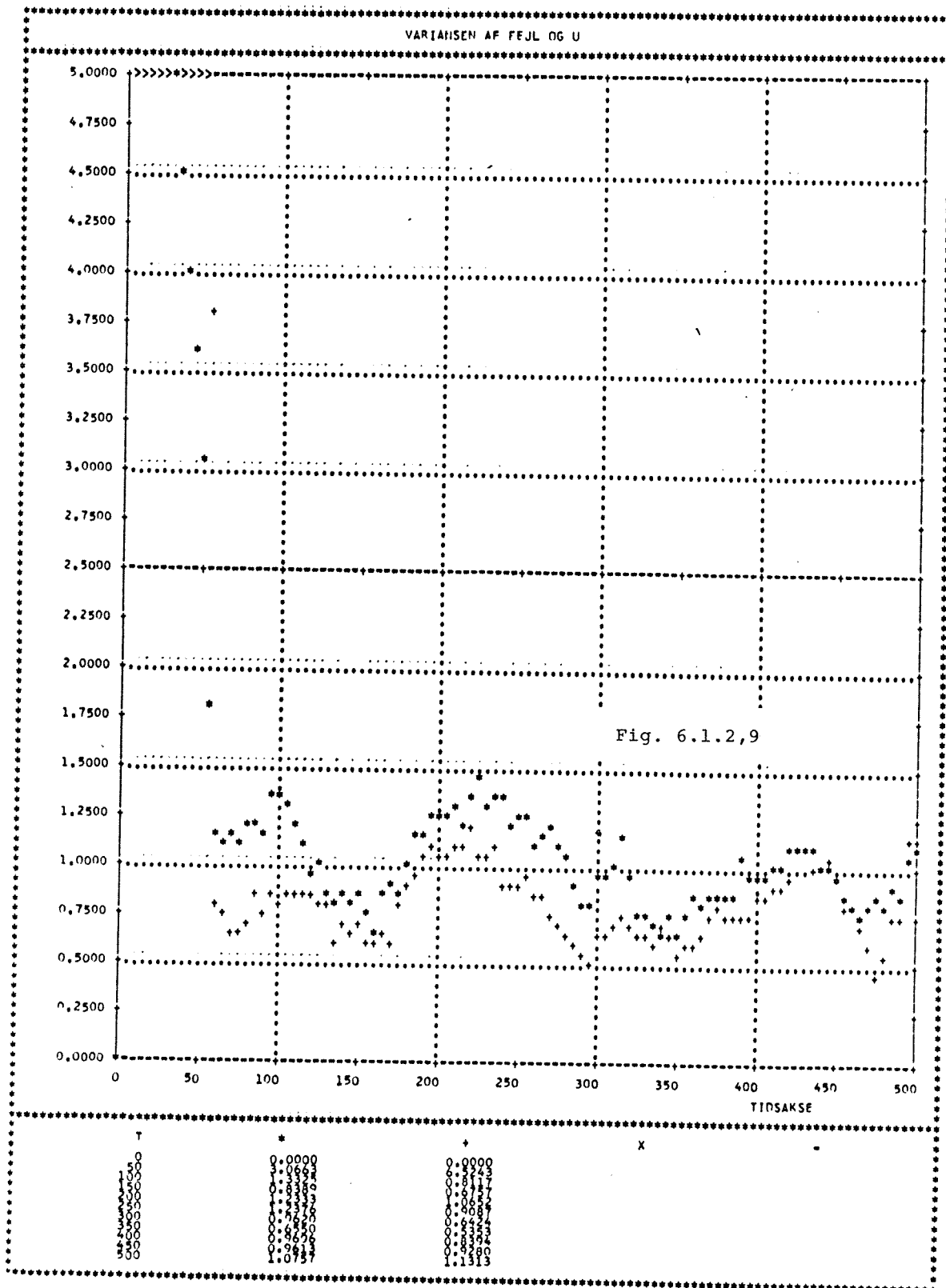


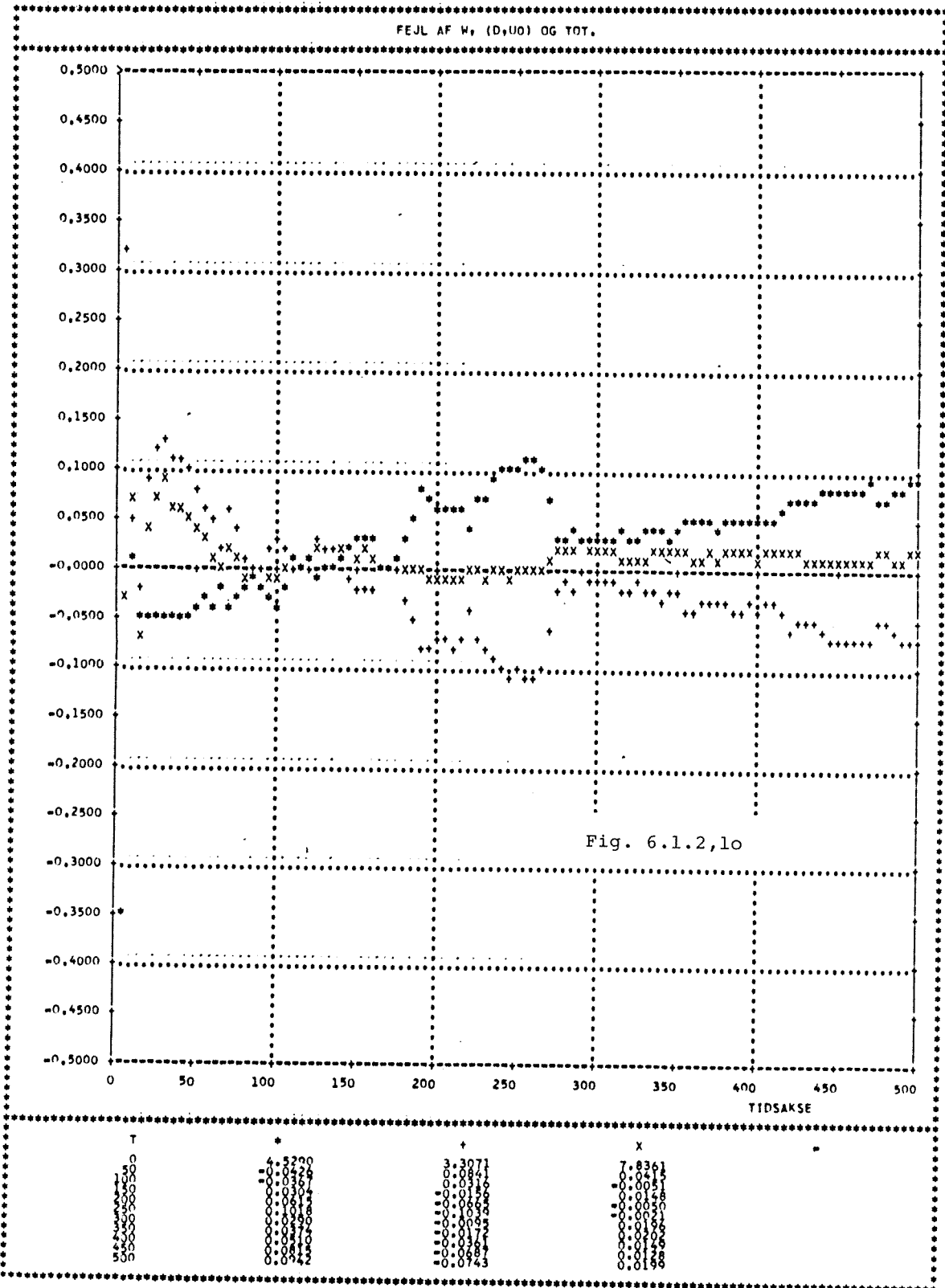


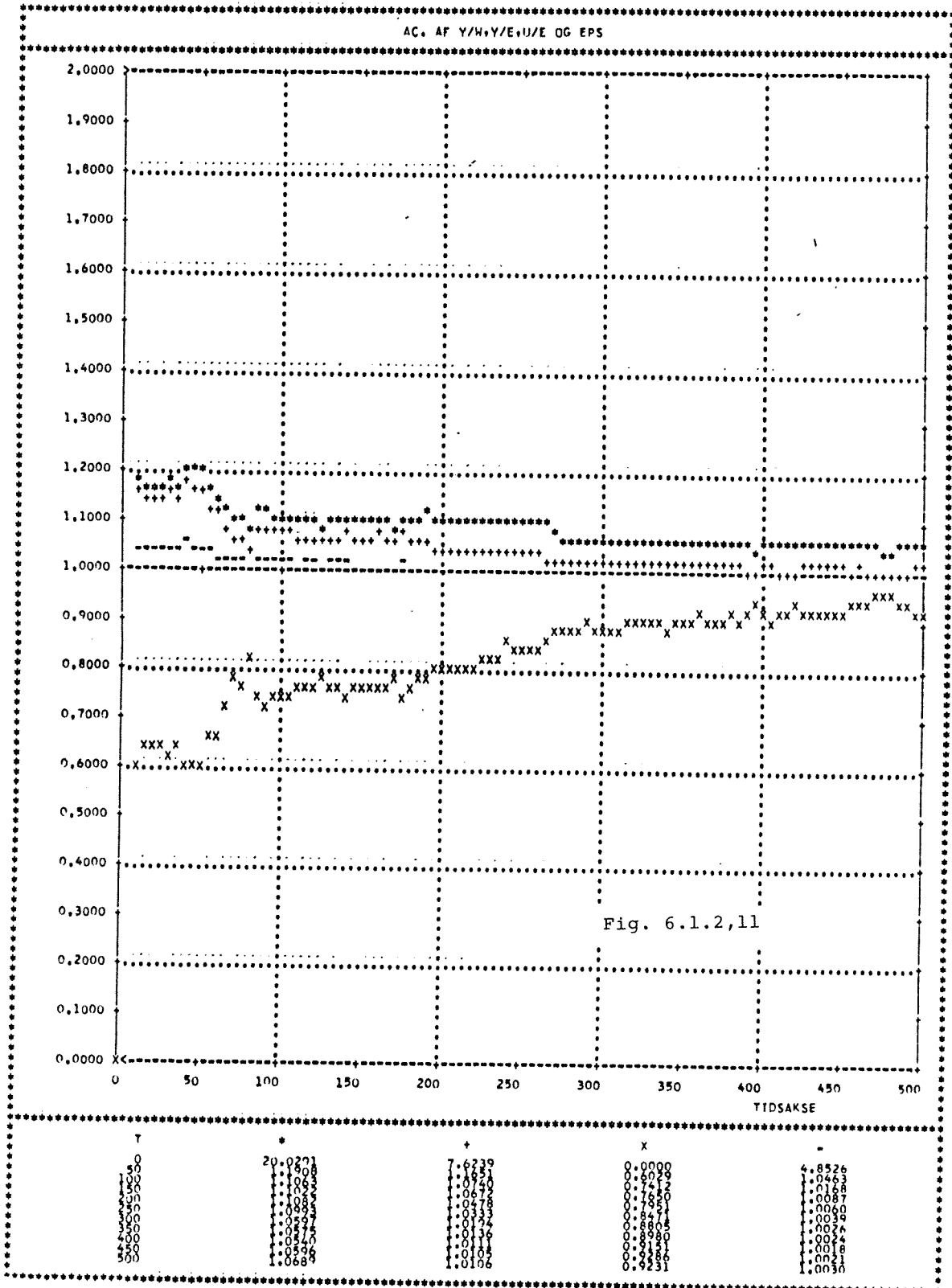




T	*	+	X	-
0	17.8891	4.6140	1.9482	10.4732
50	34.7782	9.2280	3.8964	20.9464
100	51.6673	13.8420	5.8446	31.4196
150	68.5564	18.4560	7.7928	41.8928
200	85.4455	23.0700	9.7410	52.3660
250	102.3346	27.6840	11.6892	62.8392
300	119.2237	32.2980	13.6374	73.3124
350	136.1128	36.9120	15.5856	83.7856
400	153.0019	41.5260	17.5338	94.2588
450	169.8910	46.1400	19.4820	104.7320
500	186.7801	50.7540	21.4302	115.2052
VAP	0.1161	0.1715	0.1000	0.1000







ESTIMATERNE AF F0, F1,...

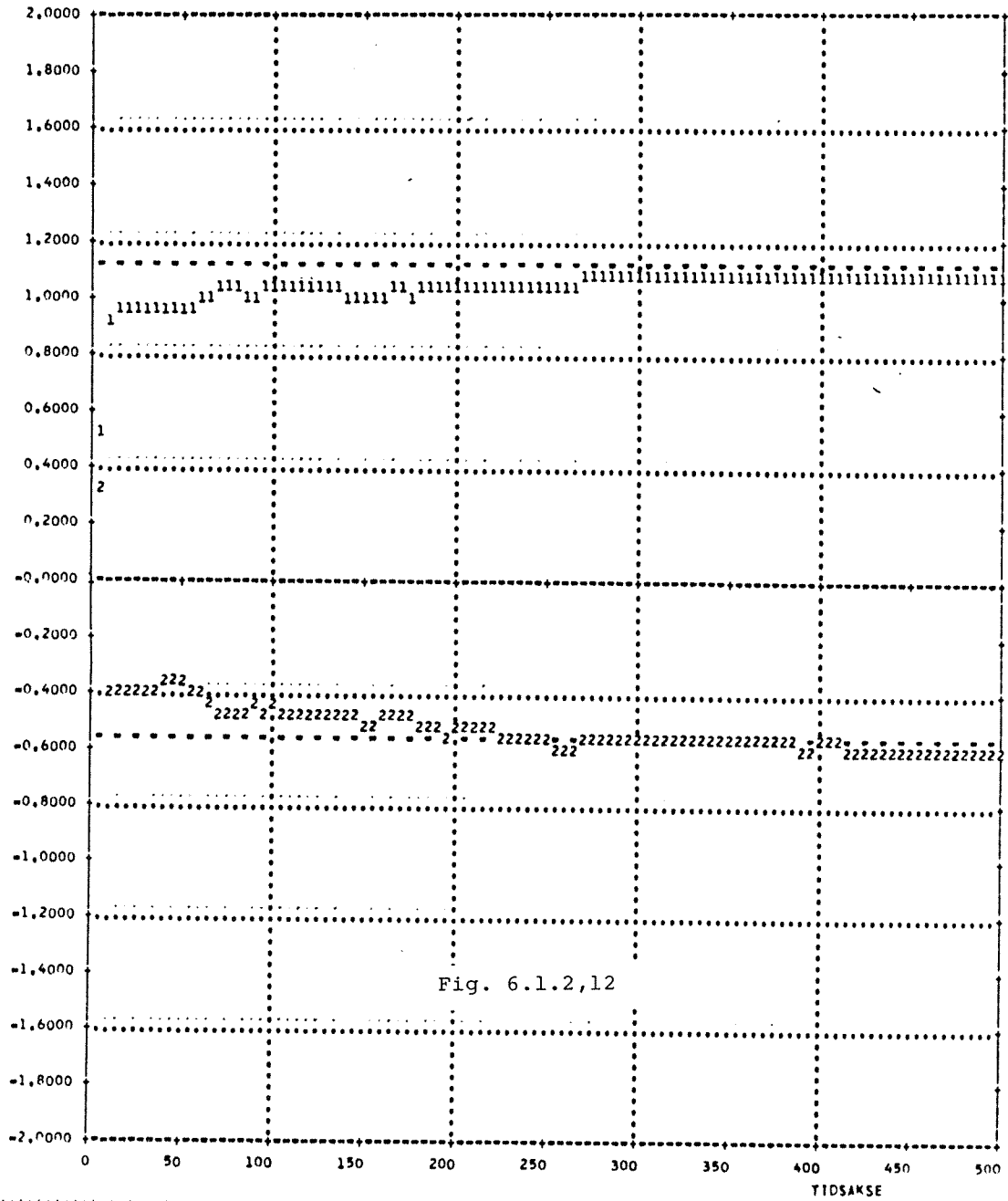
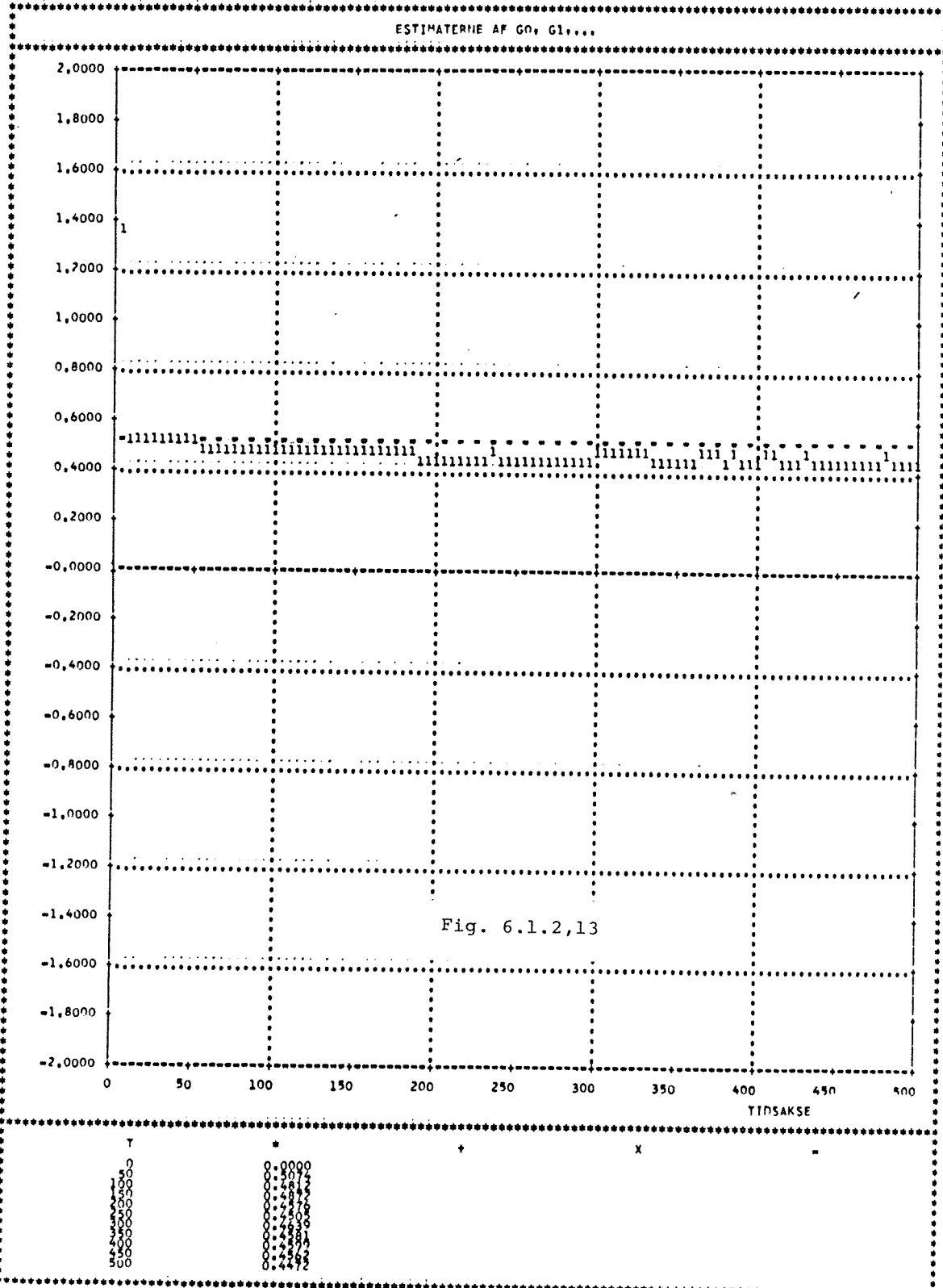
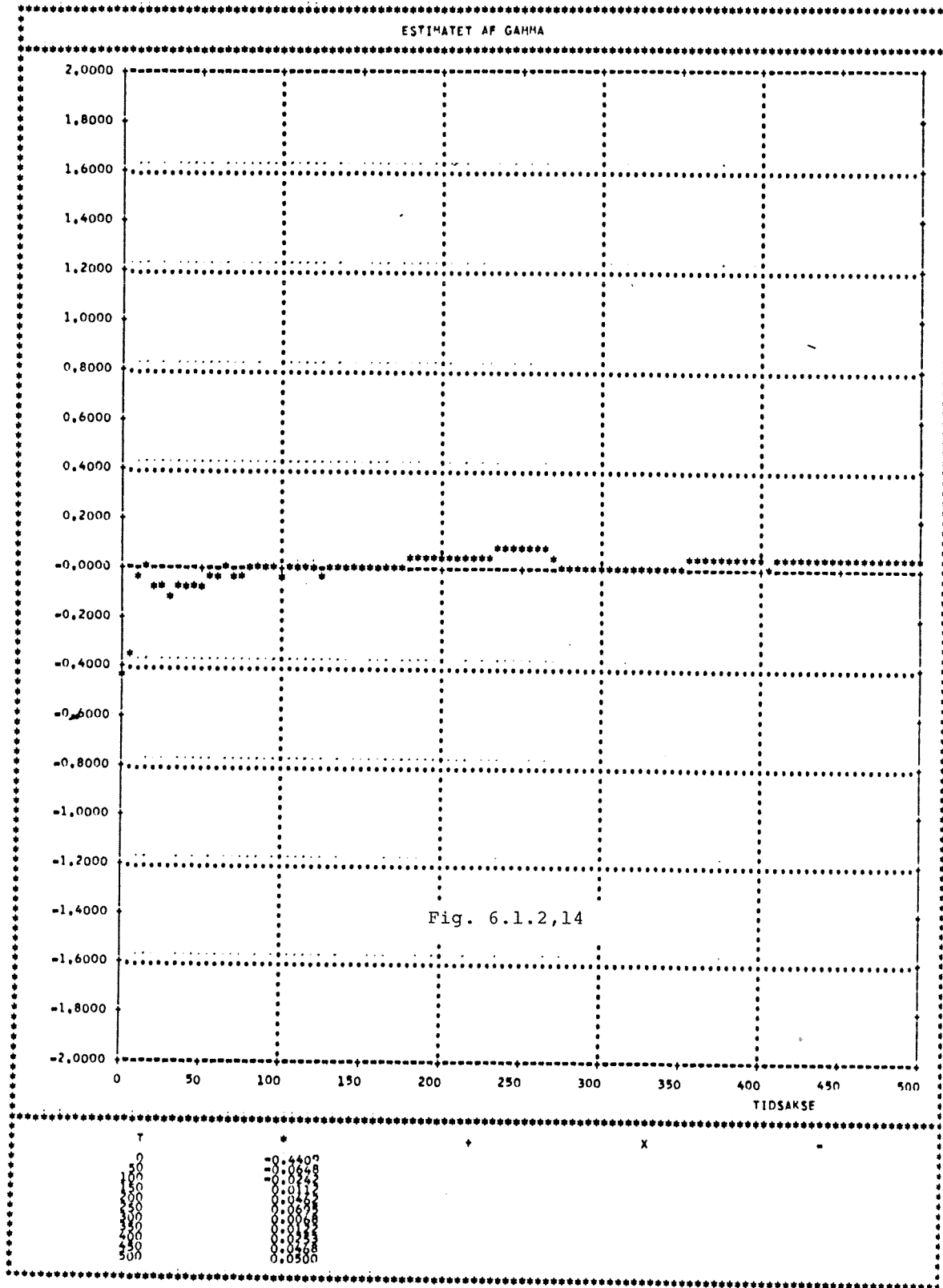
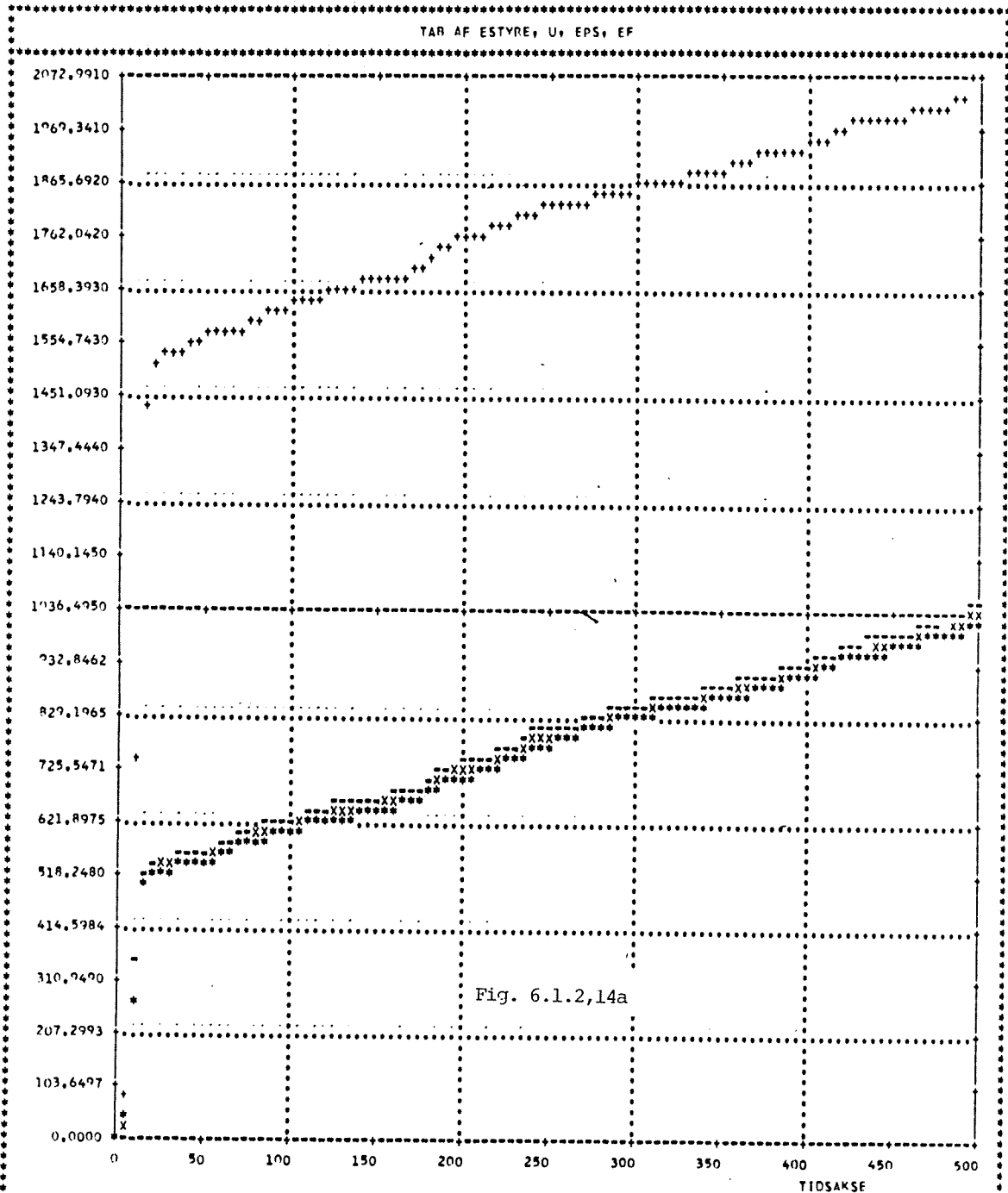


Fig. 6.1.2,12

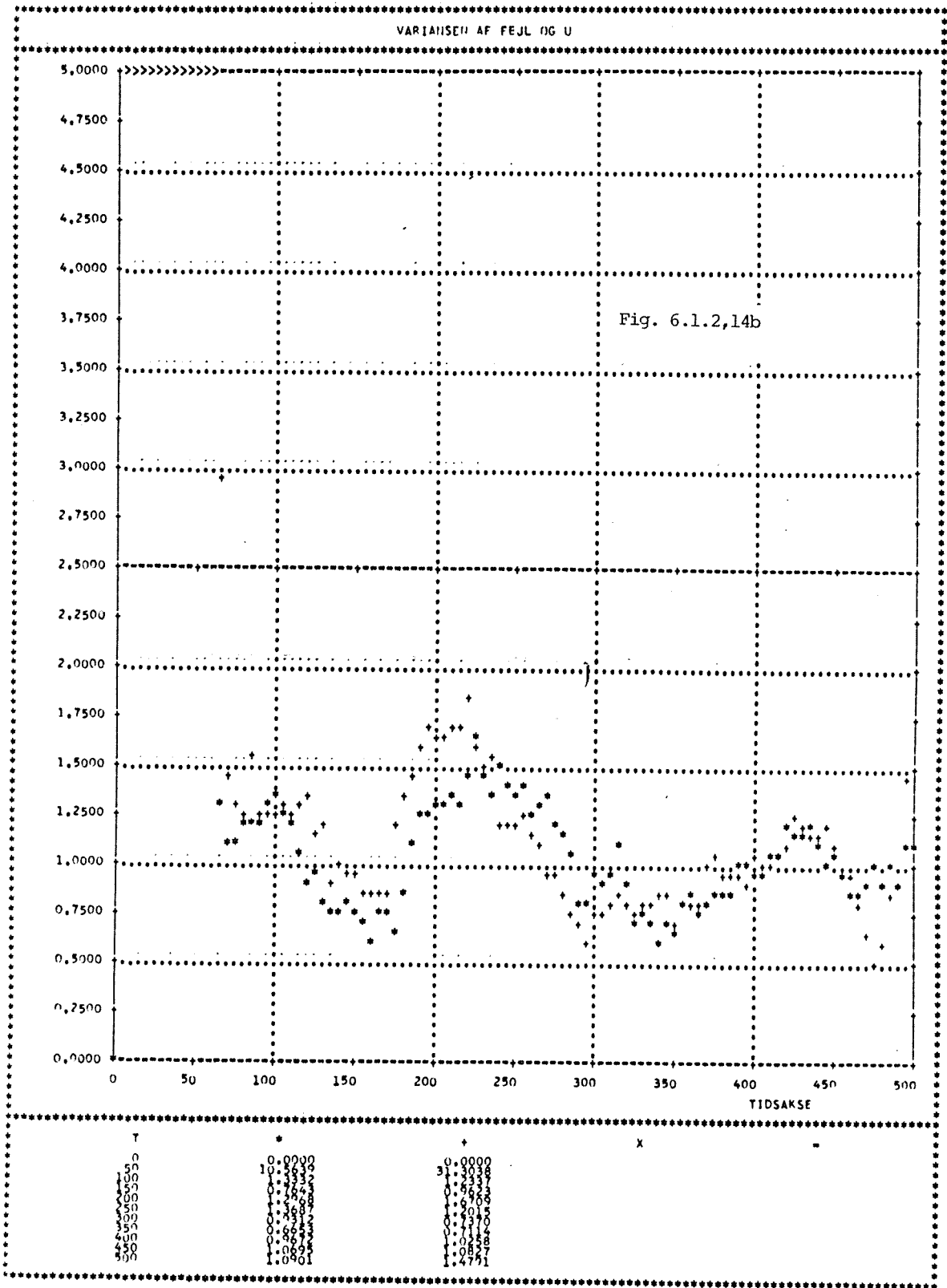
T	*	+	X
0	0.0000	0.0000	
50	0.9462	-0.3772	
100	0.9322	-0.5554	
150	0.9172	-0.5073	
200	0.8728	-0.8374	
250	0.7377	-0.5628	
300	0.8074	-0.5645	
350	0.8271	-0.5768	
400	0.8271	-0.5768	
450	1.0836	-0.6028	

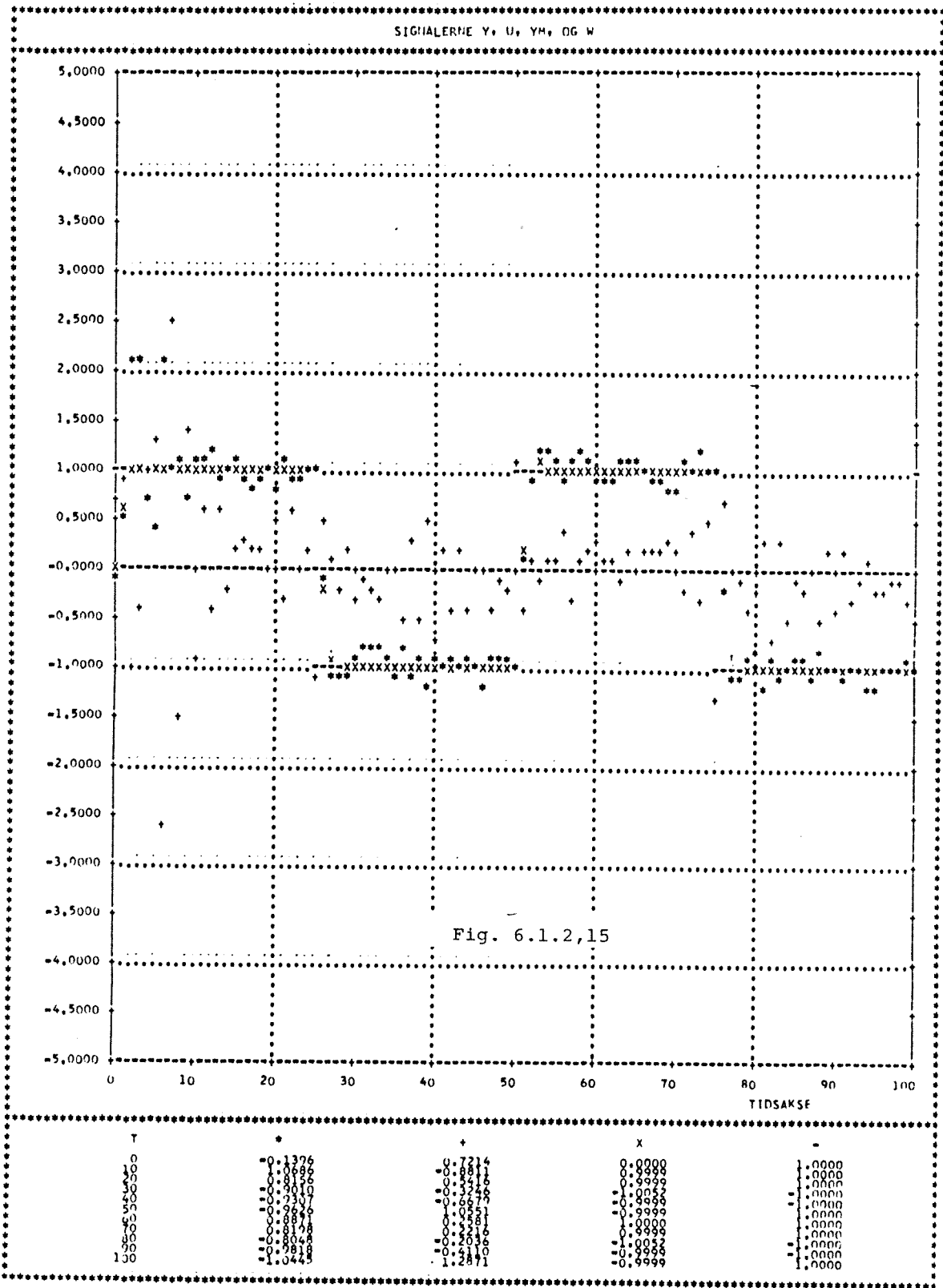






T	*	+	X	-
0	5,9887	1,4914	0,8798	4,7294
50	53,7034	15,6270	54,0256	561,3274
100	60,3334	16,6248	60,3068	627,7288
150	64,8801	17,0680	64,7318	671,5015
200	70,4415	17,6250	69,4212	731,5015
250	77,0112	18,2000	74,4304	805,8203
300	84,7868	18,7760	80,6118	856,8764
350	91,4811	19,3000	87,0290	891,2784
400	98,2338	19,7700	93,6830	901,2784
450	104,4824	19,9120	97,8110	940,8608
500	102,2250	2072,9910	1031,5180	948,6196
VAR	0,3469	0,2018	0,2214	0,2214





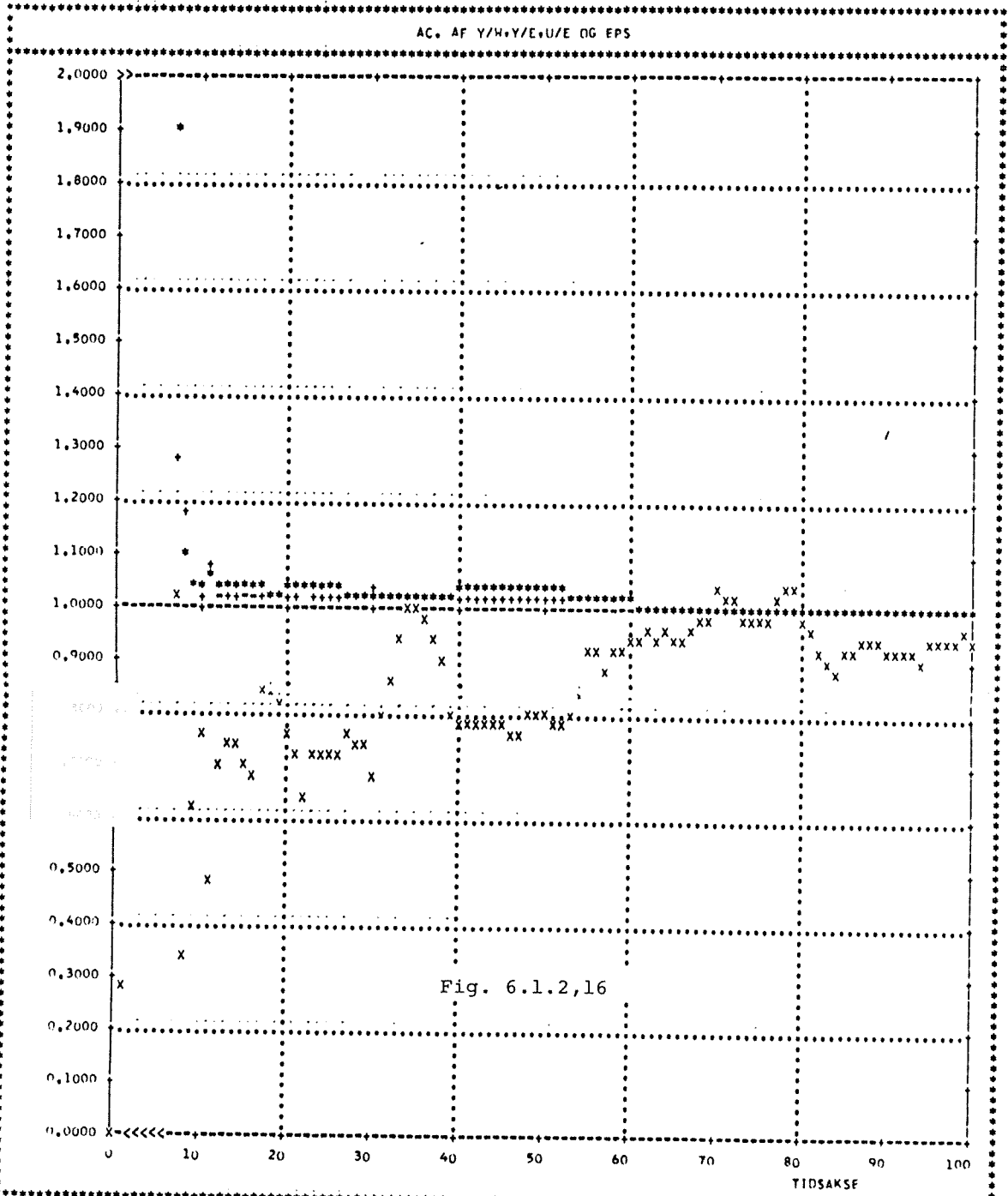


Fig. 6.1.2,16

T	*	+	X	-
0	38.5664	8.8365	0.0000	0.1278
10	1.0402	1.0250	0.7509	1.0198
20	1.0348	1.0549	0.7996	1.0194
30	1.0448	1.0317	0.6863	1.0275
40	1.0308	1.0188	0.7811	1.0161
50	1.0110	1.0103	0.7944	1.0149
60	1.0088	1.0084	1.0382	1.0064
70	1.0083	1.0084	1.0382	1.0042
80	1.0043	1.0060	0.9792	1.0036
90	1.0031	1.0084	0.9294	1.0059
100		1.0081	0.9442	1.0053

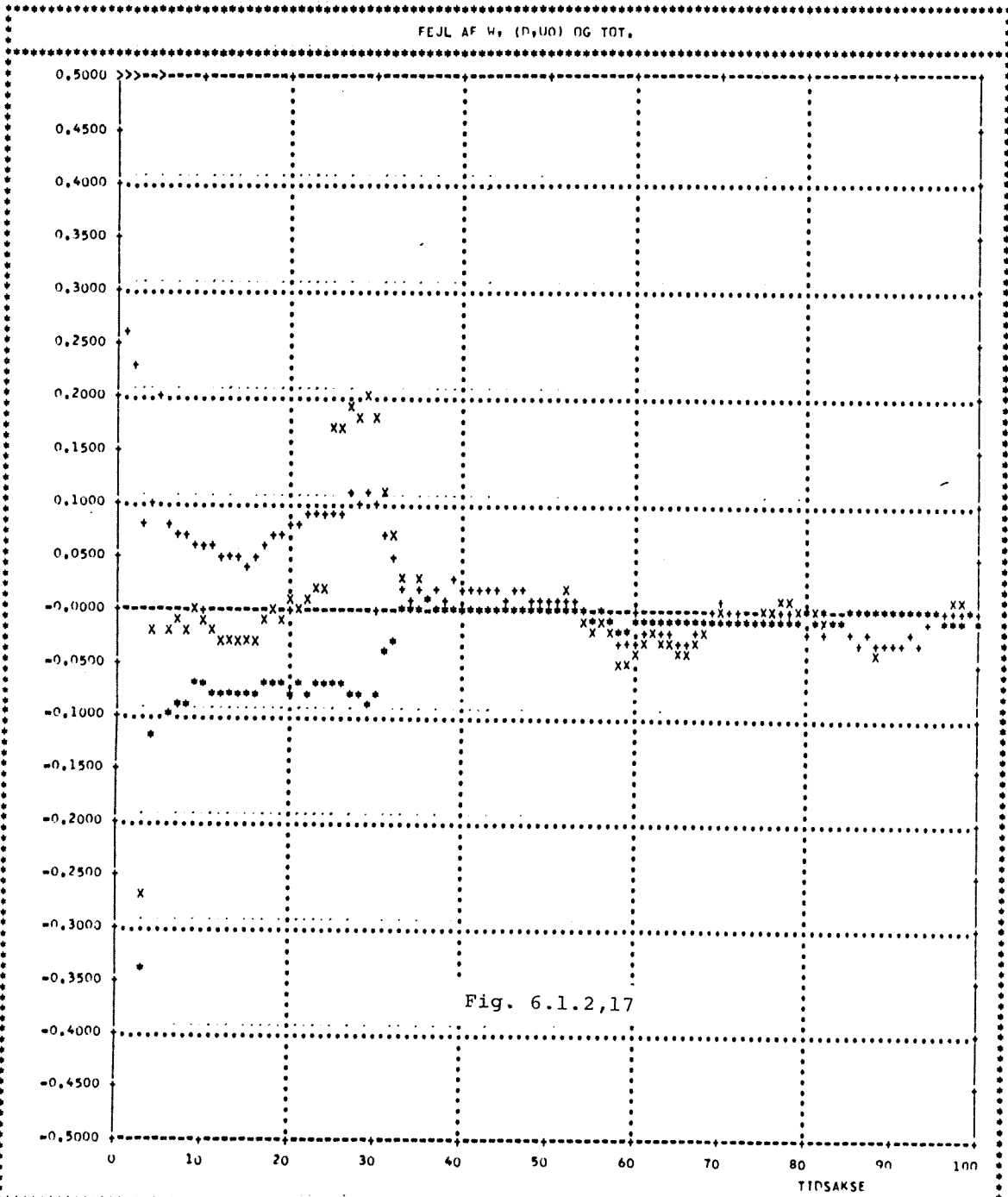


Fig. 6.1.2,17

T	*	+	x
0	6.8572	1.0458	7.9030
10	-0.0684	0.0606	-0.0080
20	-0.0753	0.0821	0.0068
30	-0.0777	0.1003	0.1782
40	-0.0732	0.0240	0.0241
50	-0.0532	0.0076	-0.0110
60	-0.0142	-0.0270	0.0110
70	-0.0057	-0.0074	-0.0017
80	-0.0023	-0.0237	-0.0104
90	0.0003	-0.0337	-0.0339
100	-0.0093	-0.0007	-0.0059

6.1.3 Deadbeatregulering 1 (DBo).

Nu vil objektet blive anvendt til at teste en deadbeatregulator af typen DBo. I terminologien fra afsnit 5.2 er for dette objekt

$$q_o = 0.67$$

og dermed er

$$H_{y,w} = q^{-k} q_o B(q^{-1}) = 0.67q^{-1} + 0.33q^{-2}$$

$$H_{u,w} = q_o A(q^{-1}) = 0.67 - q^{-1} + 0.47q^{-2}$$

I fig. 1 er vist signalerne for systemet bestående af objekt I med korrekt justeret regulator, når dette påvirkes af en trinfunktion i referencen ($t = 0$) og i forstyrrelses indgangen ($t = 40$). Man ser tydeligvis, at den korrekte regulator

$$D(q^{-1}) = \frac{0.67 - q^{-1} + 0.47q^{-2}}{1 - 0.67q^{-1} - 0.33q^{-2}}$$

ikke er dimensioneret overfor forstyrrelser. Fig. 2 viser de samme signaler, når regulatoren er selvindstillende og referencen er en firkantbølge. Forstyrrelsen er fjernet. Deadbeatregulatoren estimerer alle 5 parameter korrekt efter 5 trin. At det fejlagtige udgangssignal fra startfasen reguleres bort fremgår meget tydeligt. De øvrige referenceændringer følges korrekt efter $H_{y,w}$ og $H_{u,w}$.

Hvis objektet påvirkes af støj, $e_o(t)$, med variansen 0.1 vil der med en DBo-regulator kunne opnås en reduktion af variansen på udgangssignalet. Når $w(t) = 0$ er

$$\text{Var}(y) = 0.315$$

mod etstyresignal, hvis varians er

$$\text{Var}(u) = 0.044$$

ligeledes under forudsætning af korrekte estimater. Denne ret beskedne styrevariens opnås ved den simple overføring

$$H_{u,e} = q_0 = 0.67$$

For objekter med en noget mindre forstærkning vil denne størrelse være meget større.

Servoegenskaber.

Figur 3 viser signalerne for en stokastisk kørsel med en firkantbølge som reference. For at vurdere den selvindstillende regulators servoegenskaber sammenlignes denne simulation med en foretaget med en korrekt justeret DBo - regulator. Sammenlignes tabene målt over de sidste 80 trin ses at den adaptive regulator har et tab, der er 7% lavere end den korrekt justerede. Det samme gælder for styresignalet. Forklaringen kan findes i fig. 4 hvor AC - forstærkningen er afbildet. Man bemærker, at forstærkningerne kun er konvergeret indenfor 20%. DC - fejlen er uinteressant på grund af integratoren.

Reguleringsegenskaber.

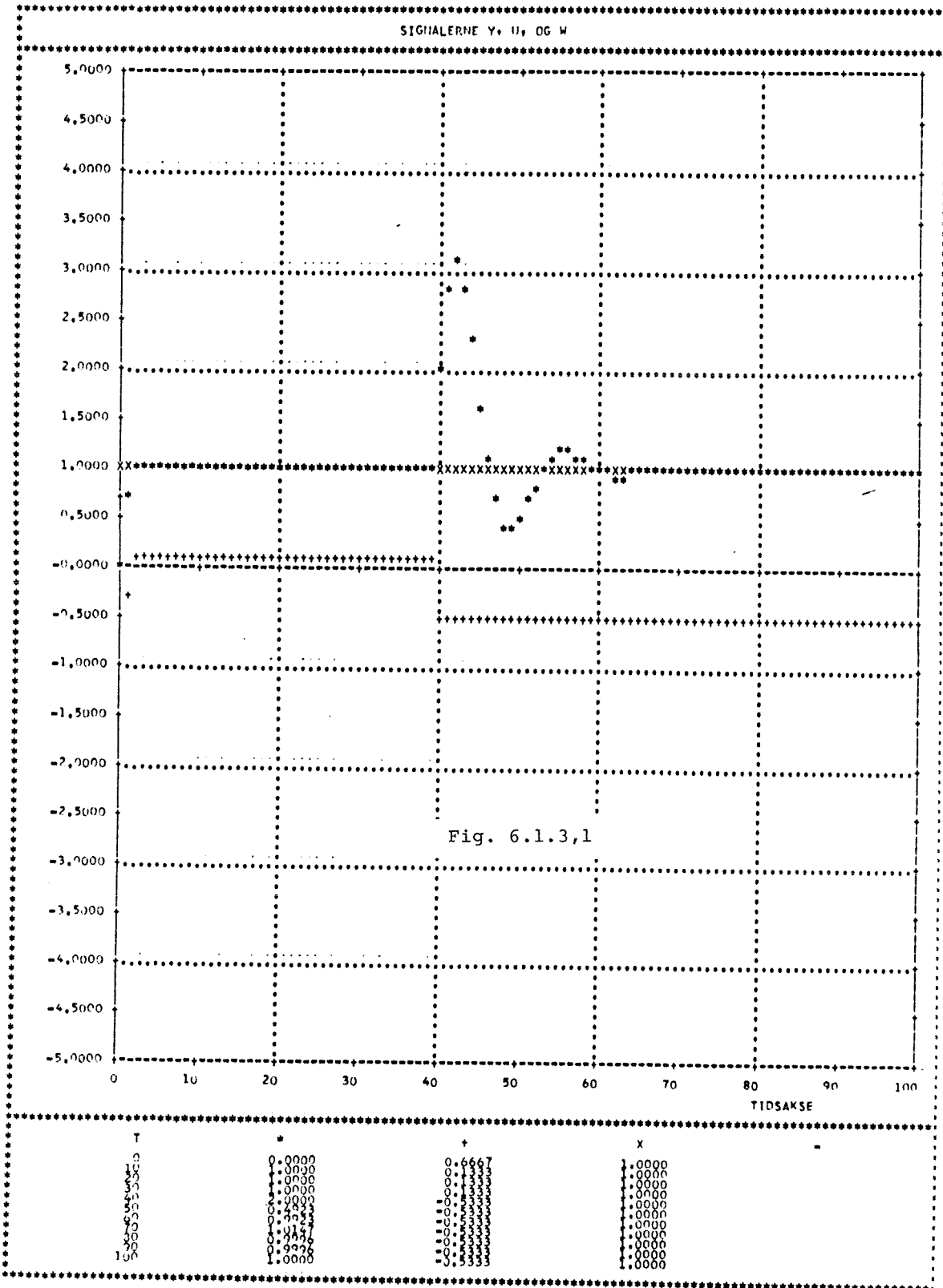
Er referencen en trinfunktion bliver tabene som vist i fig. 5. Tidsmiddelværdien af styrefejlen er vist i fig.6, mens variansernes tidsforløb er angivet i fig. 7 og 8. Man bemærker et ret stort starttab med hensyn til udgangssignalet og hældning-

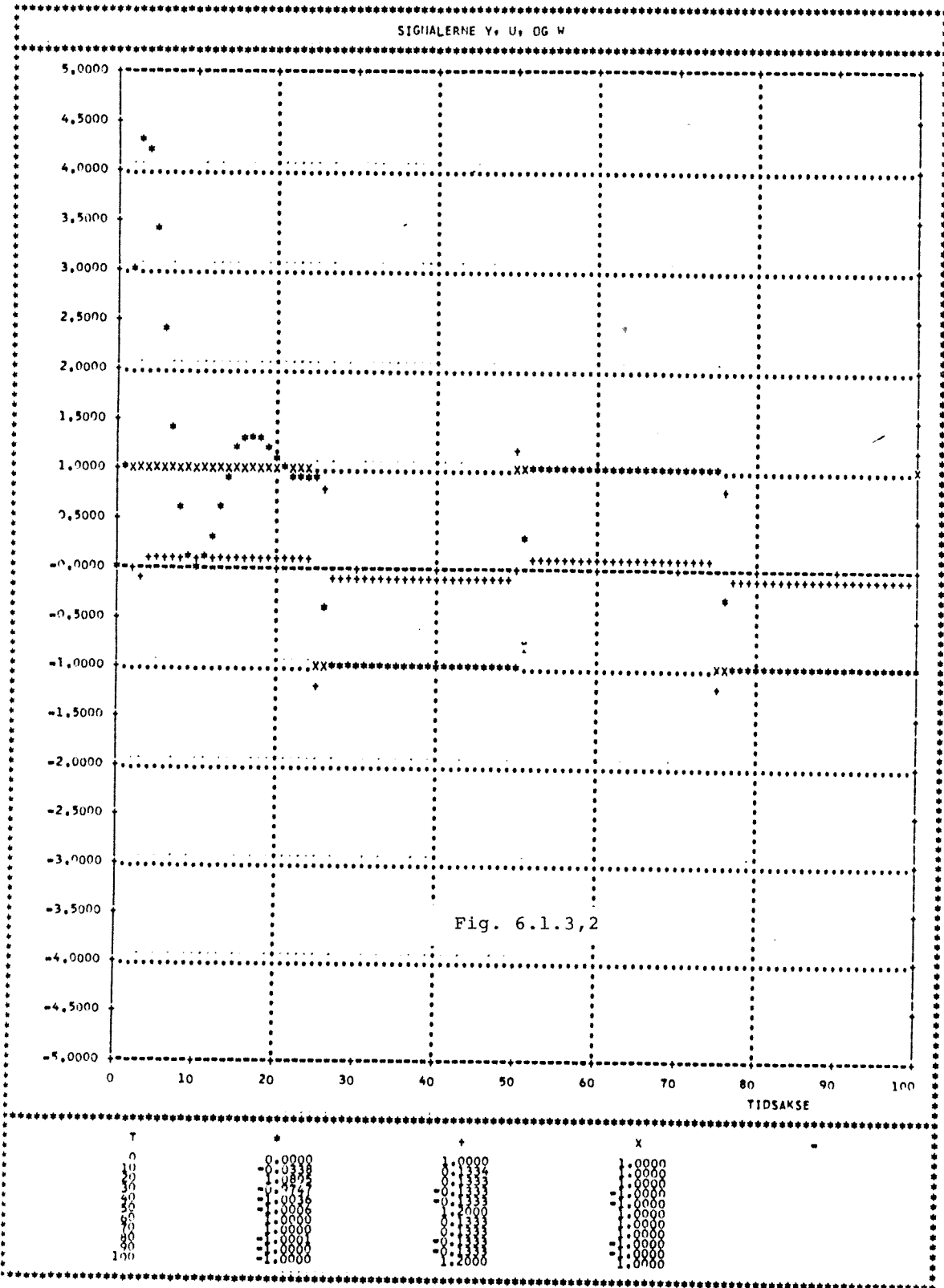
en af den tilsvarende tabsfunktion er 16% lavere end forventet. Styresignalet giver ligesom residualerne et tab, der er i overensstemmelse med deres forventede varians. Tidsmiddelværdien af e_{st} er som følge af integratoren af en anden karakter end ved simulationer foretaget med implicite regulatoralgoritmer.

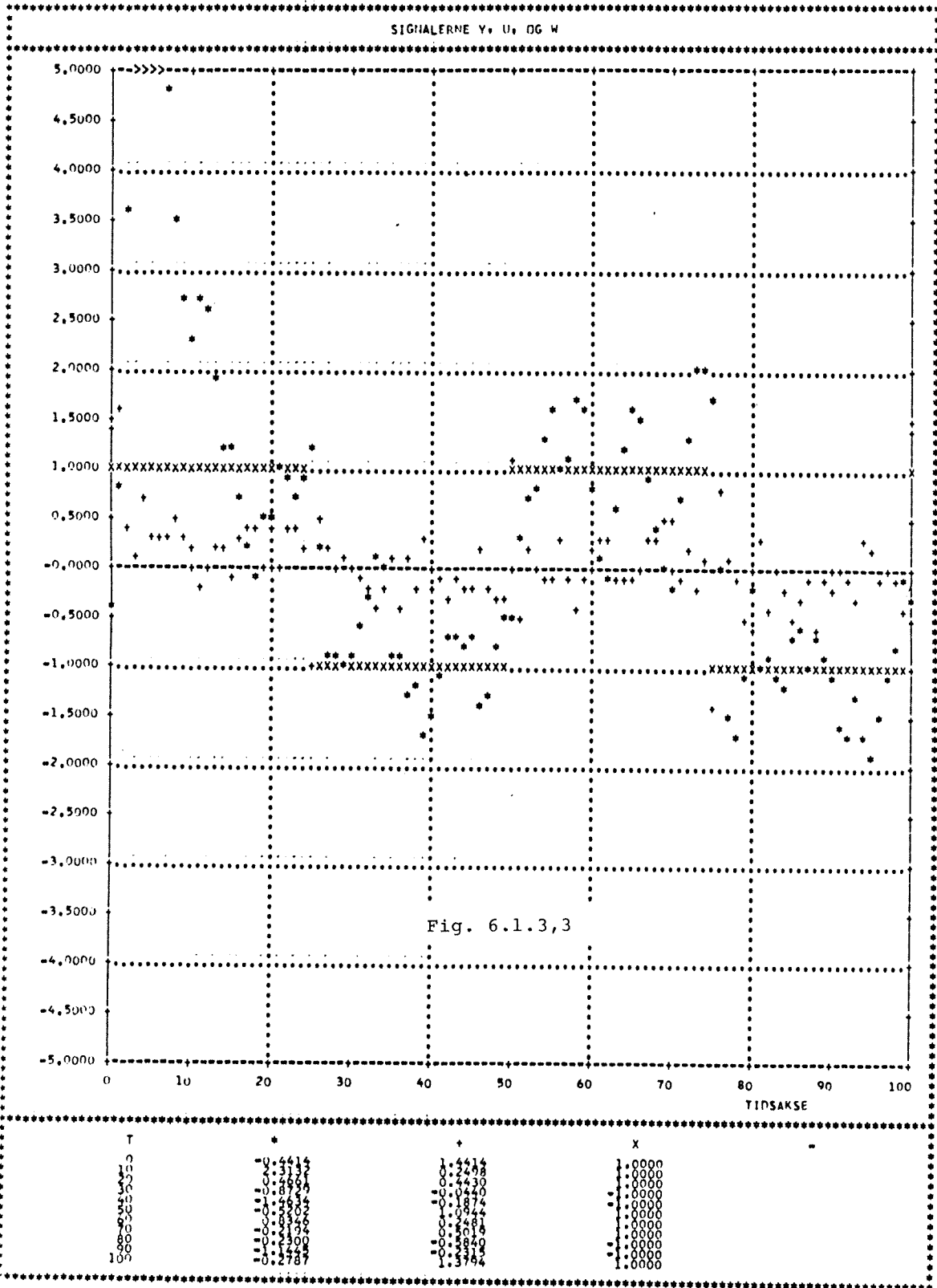
Konvergenssegenskaber.

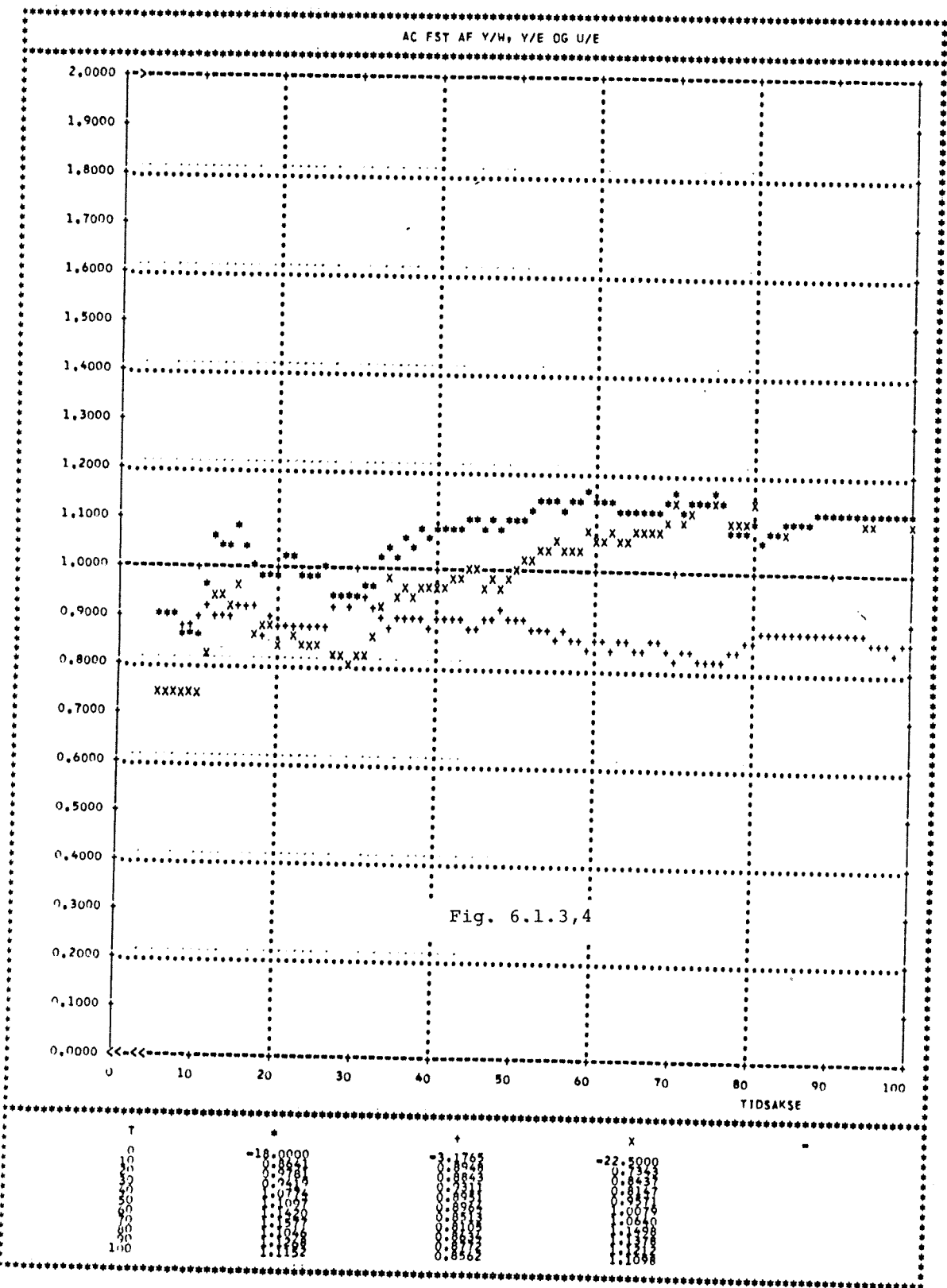
Som det fremgår af fig. 9 ligner DBo - regulatorens konvergenssegenskaber ikke de øvrige regulatorers. Dette hænger først og fremmest sammen med at denne er en eksplicit algoritme, hvor der ikke eskisteres fælles træk mellem kriteriefunktionerne for reguleringen og estimationen. Desuden vil en sammenligning være lidt uretfærdig, fordi i denne algoritme estimeres 5 parameter. Gøres dette alligevel med f.eks. POL - algoritmen (fig. 6.1.2,11) ses, at konvergens for $H_{y,w}$ stort set er lige god for de to algoritmer. Derimod er konvergens for $H_{u,e}$ bedst for denne algoritme. Bemærkelsesværdig er, at AC - forstærkningen af $H_{y,e}$ er mindre end forventet. Sammenligning med fig. 6.1.1, 10 viser, at på nær den meget følsomme $H_{u,e}$ har MVo -regulatoren suveræne konvergenssegenskaber. Fig. 10 - 12 viser parameterestimaterne, der stort set udviser samme karakter som ved regulering med POL - typen. En mere retfærdig sammenligning kan opnås med fig 13, der viser AC - forstærkningerne for DBo - reguletoren i det tilfælde, at estimatet af b_o er fæstnet til den korrekte værdi. Man ser, at konvergenssegenskaberne ikke er forbedret i væsentlig grad for de første 300 trin, snarere tværtimod. Overføringsfunktionen $H_{y,e}$ er dog bedre konvergeret ved simulationens afslutning.

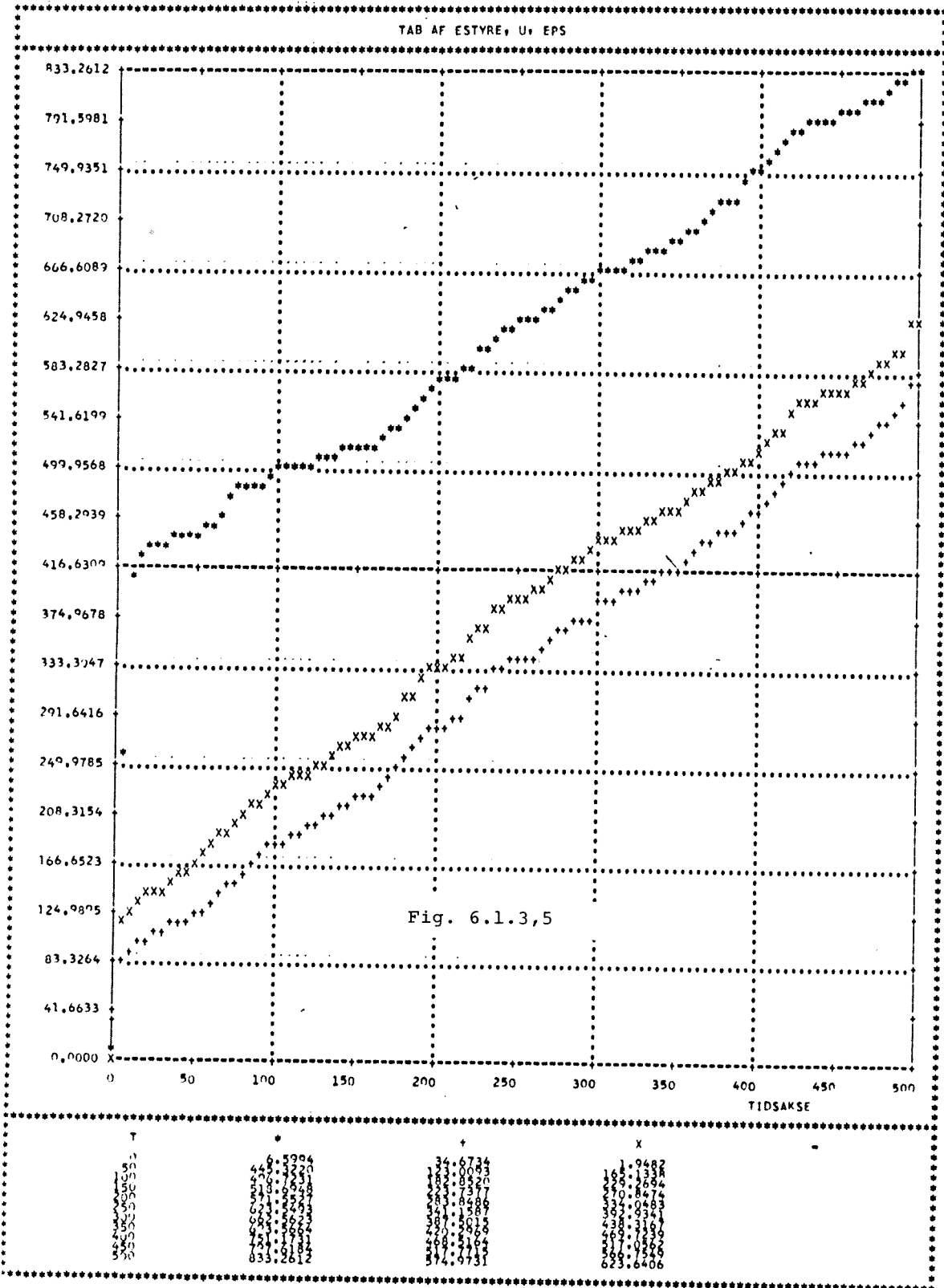
---ooo0ooo---

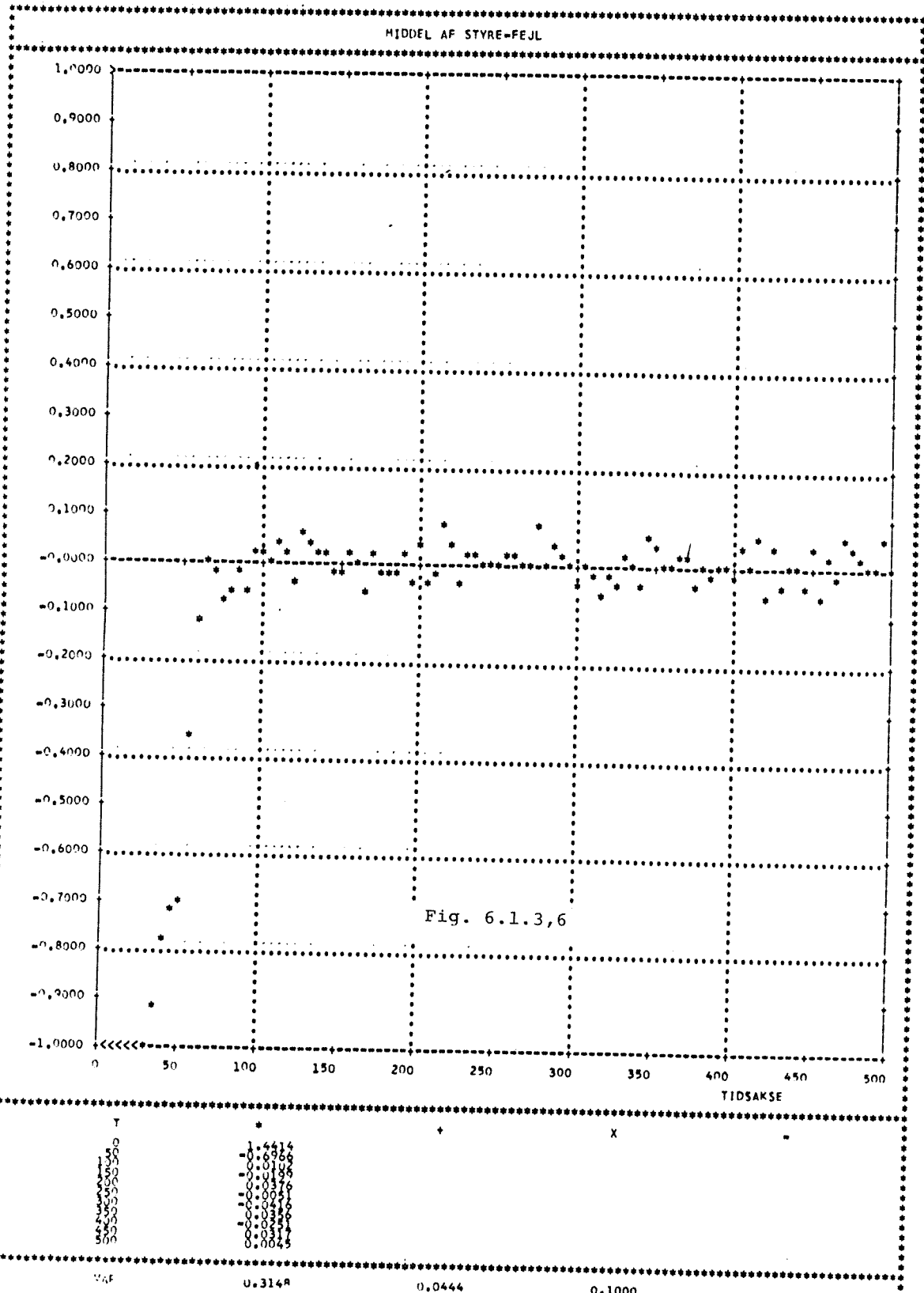


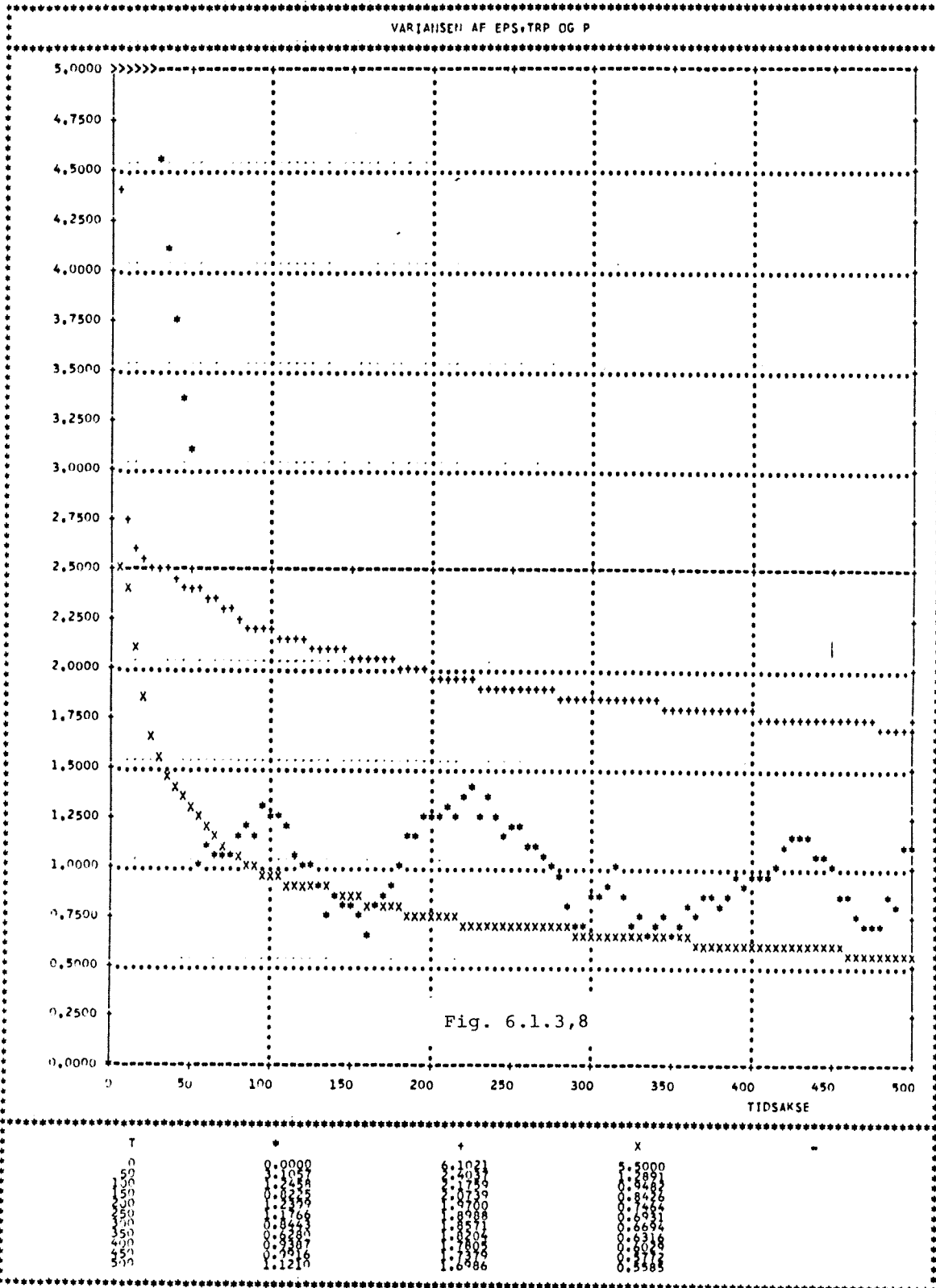


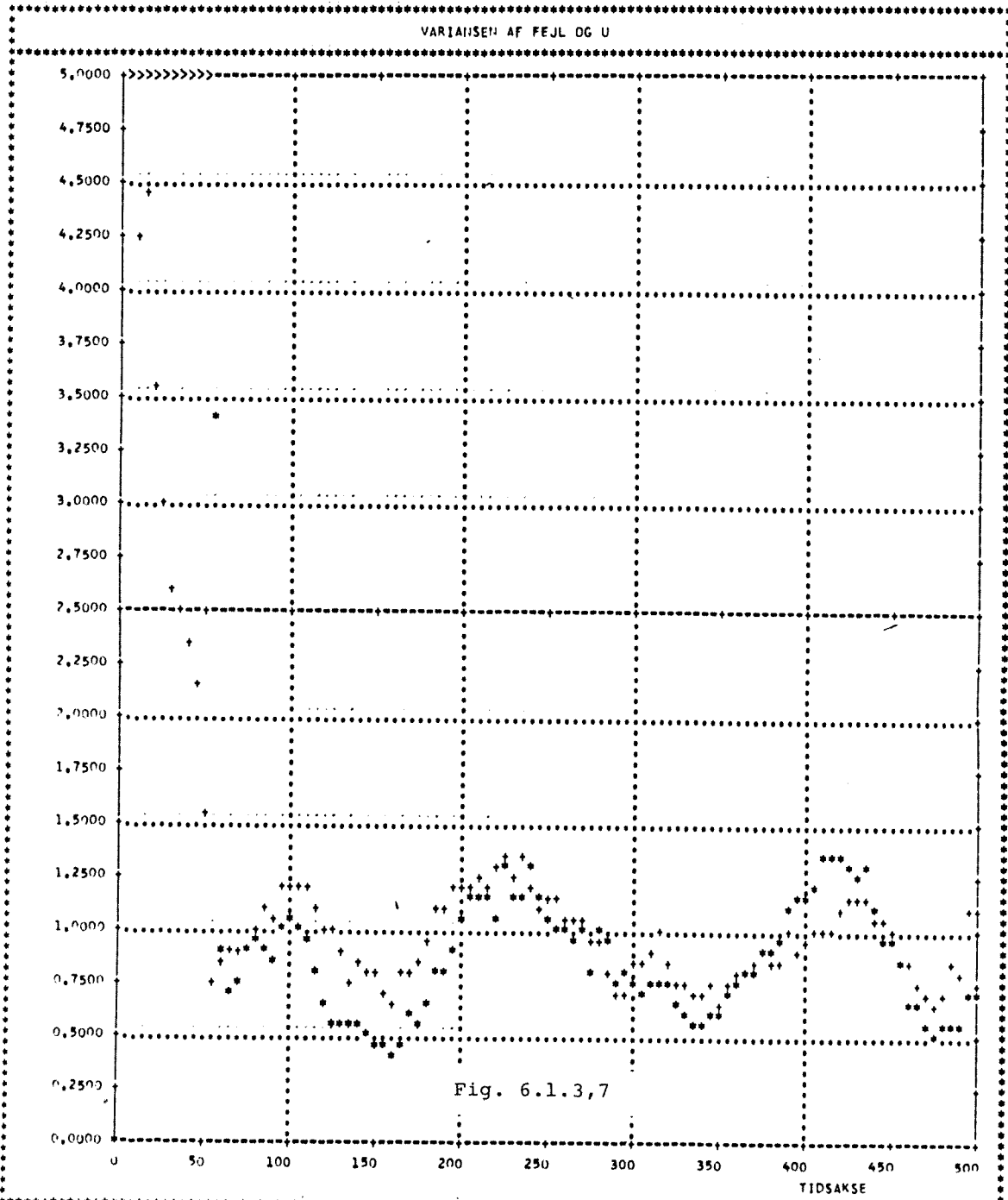




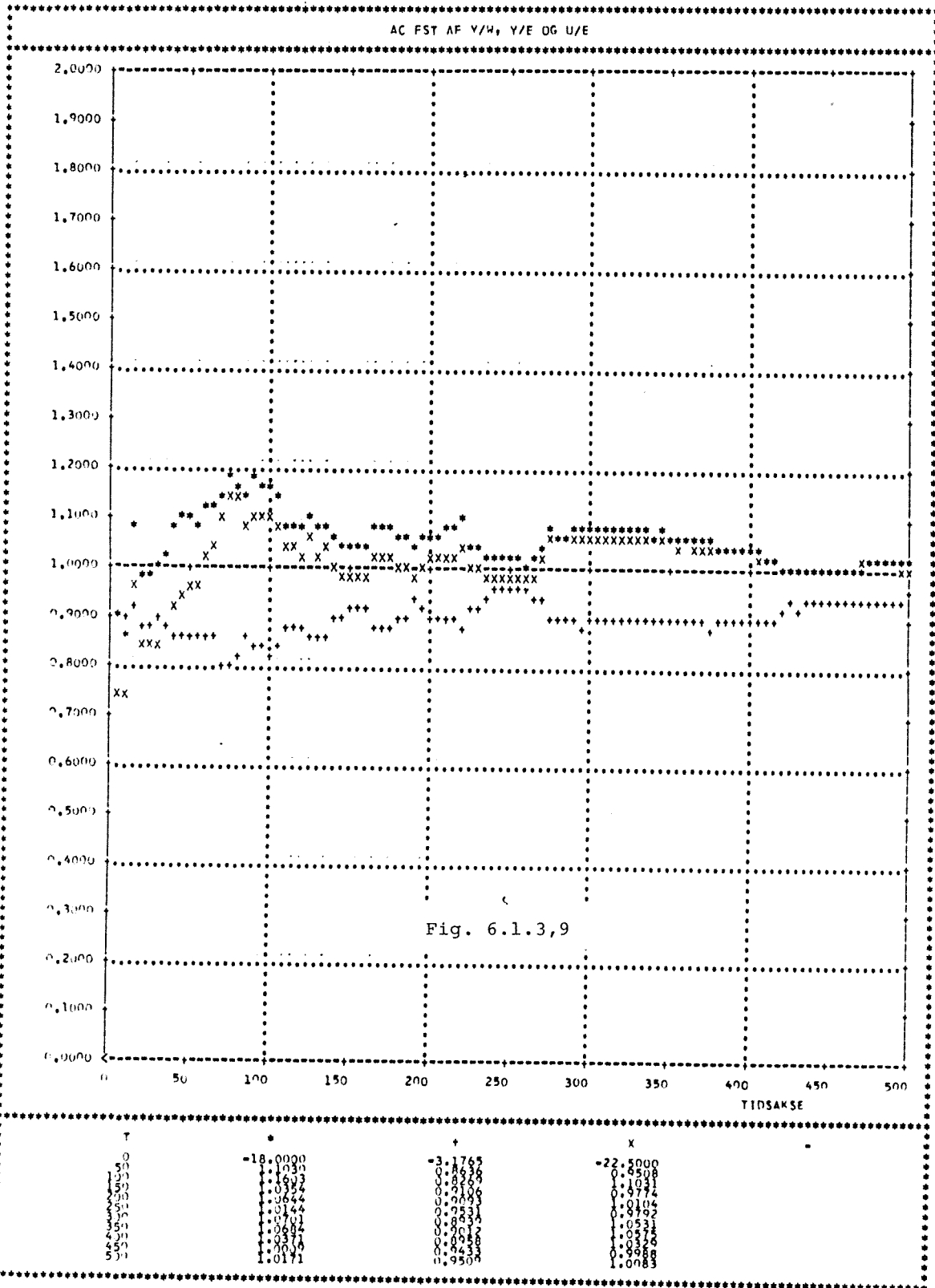








T	*	+	X	-
0	0.0000	0.0000		
50	0.2370	1.5496		
100	0.4363	0.8023		
150	0.5308	1.1837		
200	0.7428	0.8250		
250	0.6161	0.6425		
300	0.8304	0.9598		
350	0.7127	0.9848		
400	0.2144	1.1183		



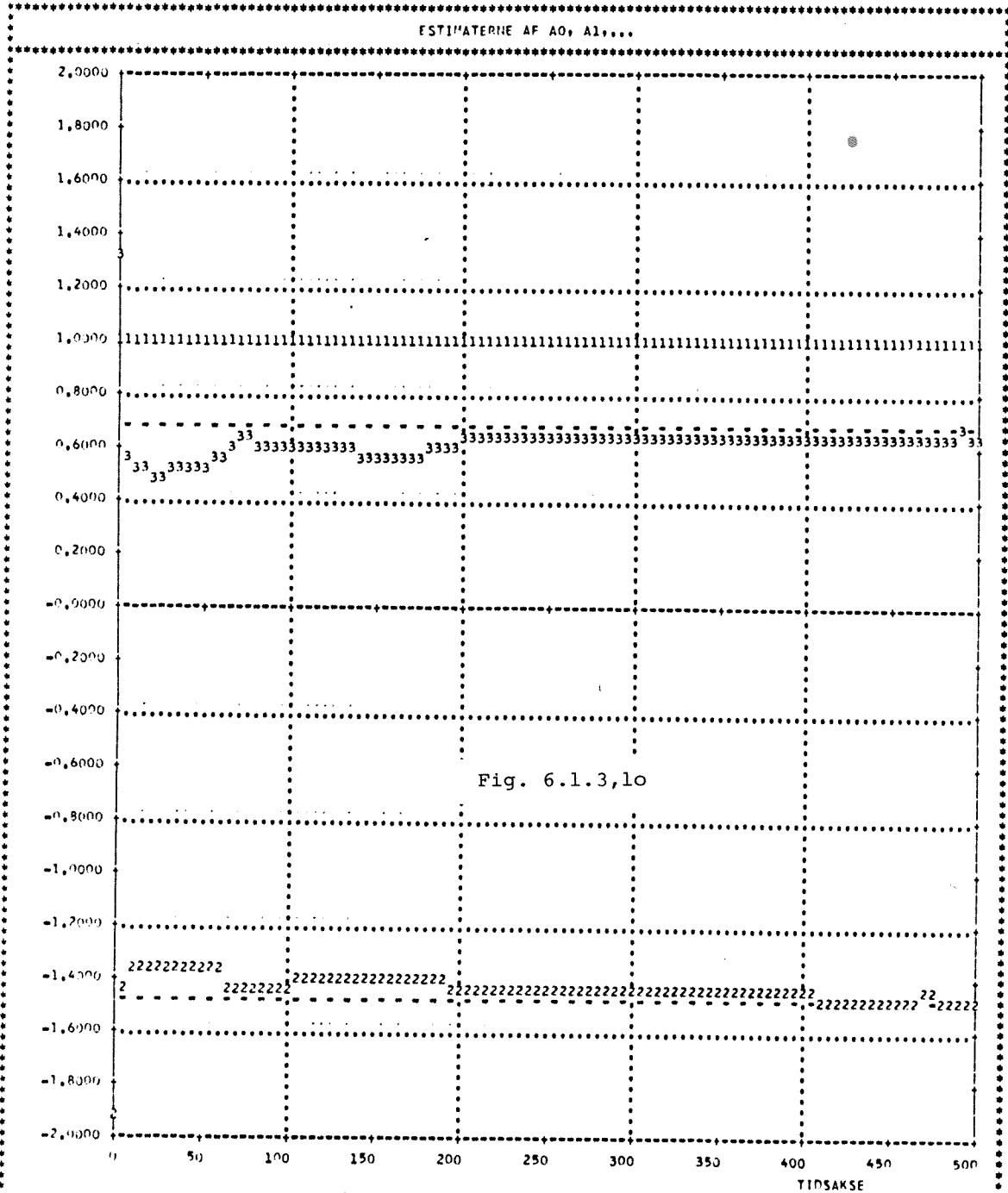
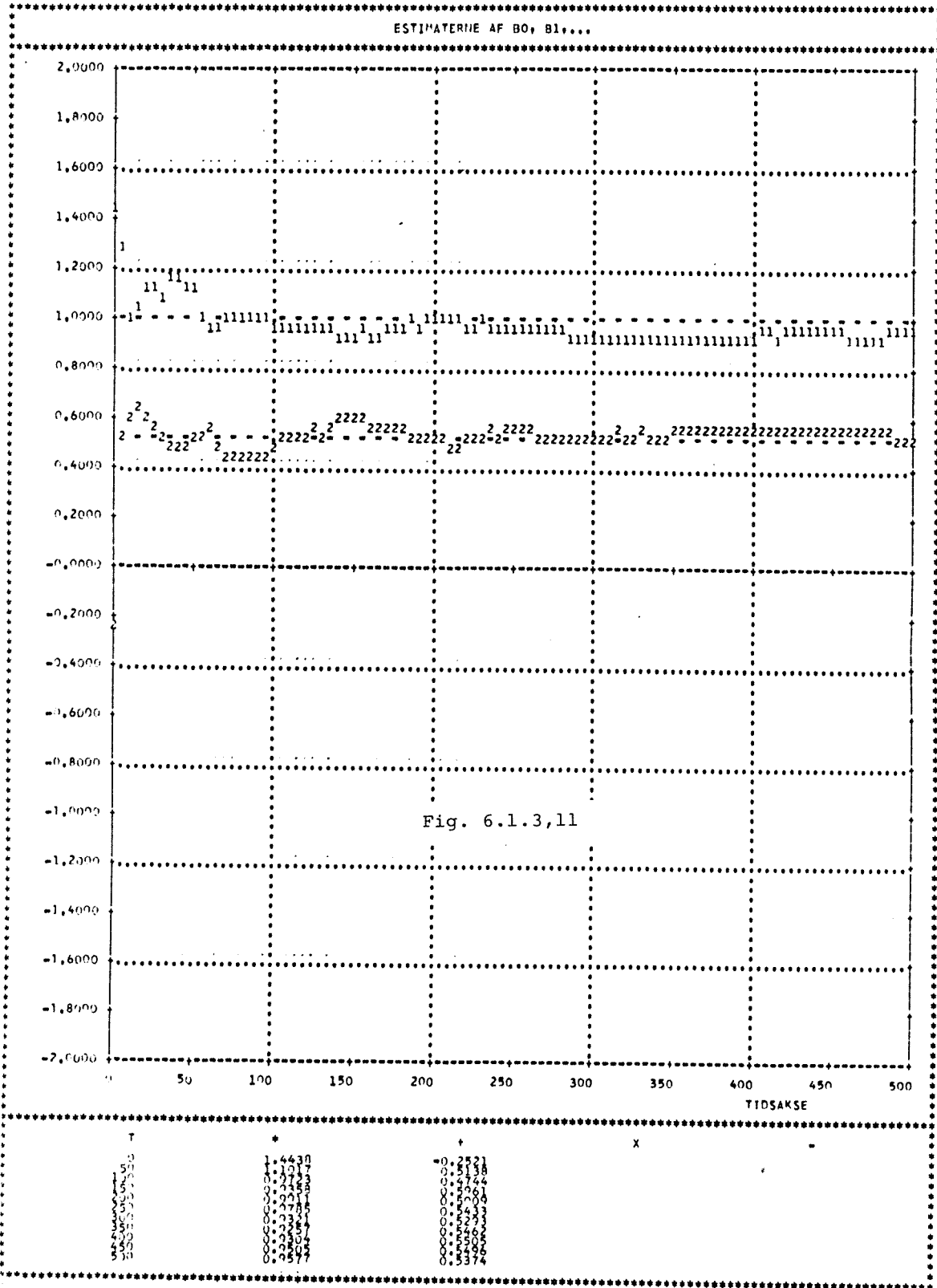
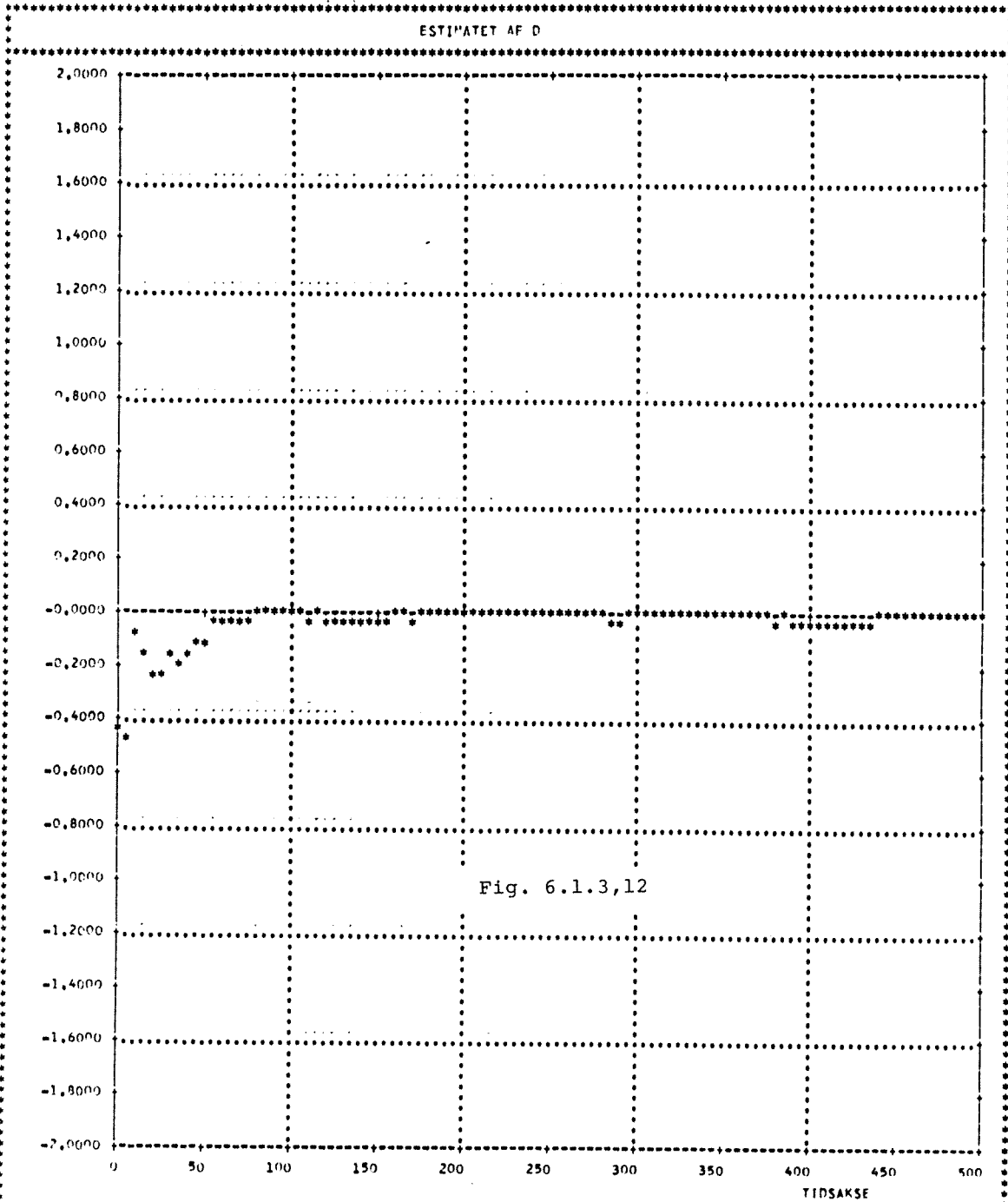


Fig. 6.1.3,10

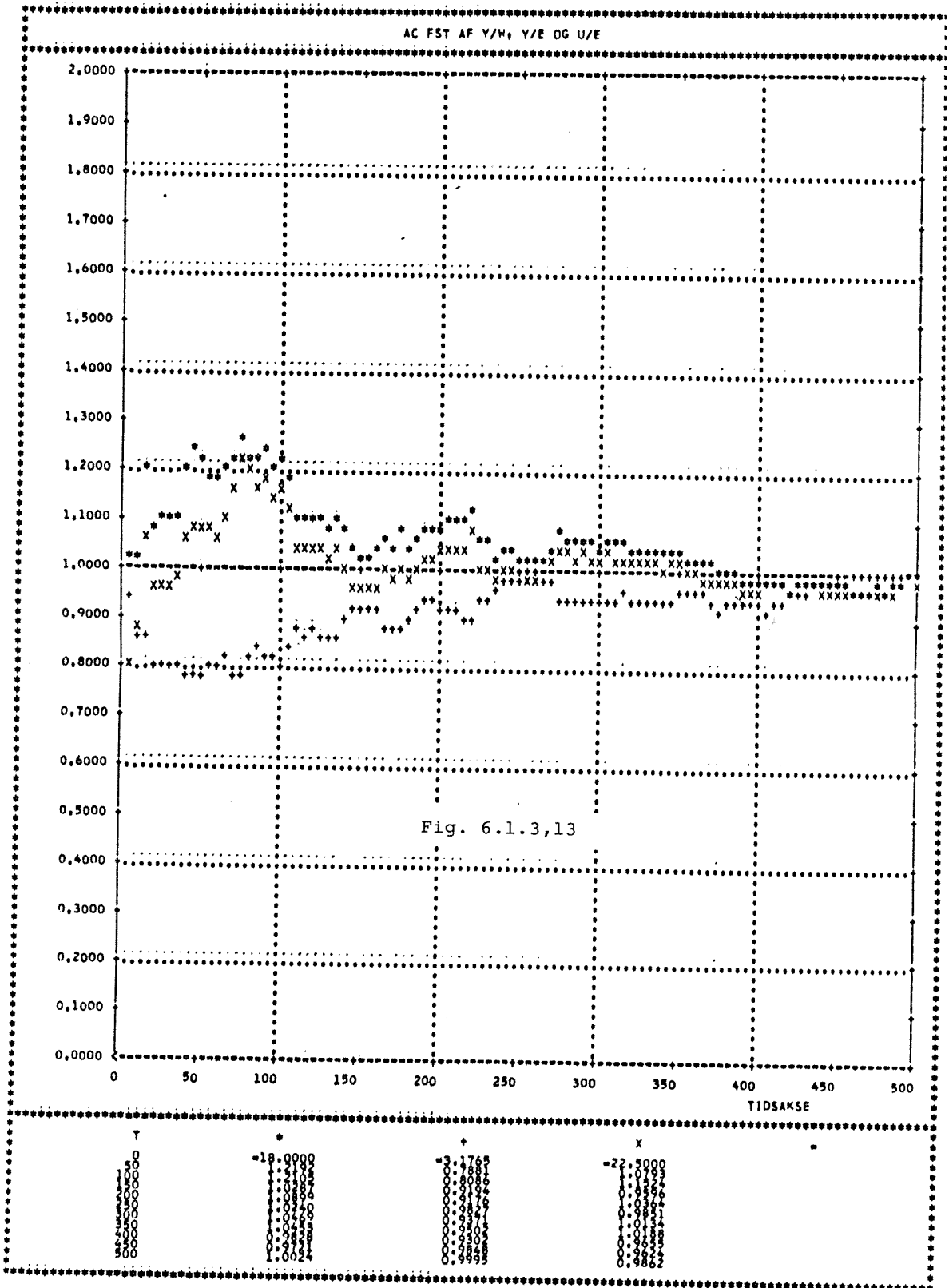
T	*	+	X
0	1.0000	-1.9397	1.3214
50	1.0000	-1.2655	0.4330
100	1.0000	-1.2655	0.4746
150	1.0000	-1.3838	0.5306
200	1.0000	-1.4422	0.5746
250	1.0000	-1.4422	0.6301
300	1.0000	-1.4332	0.6231
350	1.0000	-1.4290	0.6306
400	1.0000	-1.4290	0.6306
450	1.0000	-1.4668	0.6572
500	1.0000	-1.4613	0.6572





T	*	X
0	=0.4363	
50	=0.1101	
100	=0.0108	
150	=0.0322	
200	=0.0049	
250	=0.0046	
300	=0.0163	
350	=0.0163	
400	=0.0283	
450	=0.0165	
500	=0.0171	

MESSAGE OBJECT CODE 47560 BYTES, ARRAY AREA 47832 BYTES, TOTAL AREA AVAILABLE 108544 BYTES
 NUMBER OF LINES 0, NUMBER OF MAPPINGS 0, NUMBER OF EXTENSIONS



6.1.4 Deadbeatregulering 2 (DB1)

Såfremt der slækkes på kravet til indstillingstiden for systemet, kan en deadbeatregulator af typen DB1 anvendes. Den eneste tuningparameter er j.v.f. afsnit 5.2 størrelsen β . Vælges denne til 1, vil det for polynomierne P_3^* og Q_3^* fælles nulpunkt, α , ligge i -1.5, hvilket er udenfor enhedscirklen. Med dette valg vil denne regulator sammen med DBo - typen udgøre de to yderpunkter for DB1 - regulatorernes variationsmuligheder. Den for regulatoren karakteristiske størrelse q_0 er da for korrekte estimater:

$$q_0 = 0.267$$

hvilket er 60% mindre end i DBo - tilfældet. Styringen overfor referencen kan da forventes at blive mere moderat. Den korrekte regulator er givet ved:

$$D = \frac{Q_3}{1 - q^{-1}P_3}$$

hvor

$$\begin{aligned} Q_3(q^{-1}) &= q_0 (1 - q^{-1})A(q^{-1}) \\ &= 0.267 - 0.413q^{-1} + 0.28q^{-2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_3(q^{-1}) &= q_0 (1 - q^{-1})B(q^{-1}) \\ &= 0.267 + 0.533q^{-1} + 0.2q^{-2} \end{aligned}$$

De korrekte overføringsfunktioner er med disse talstørrelser givet ved udtrykkene (5.2.1.2,39-42). På basis af disse overføringsfunktioner kan varianserne for udgangssignalet og styresignalet for $w = 0$ udregnes til

$$\text{Var}(y) = 0.5654$$

$$\text{Var}(u) = 0.0231$$

Umiddelbart iøjefaldende er ligesom med DBo - reguleringen den dårlige reguleringskvalitet, hvilket skyldes dimensioneringskriteriets deterministiske karakter. Sammenlignet med DBo - regulatoren fås her en varians på udgangssignalet der er 80% større, mens styresignalet varians kun er faldet 48%. Den ringe styrevariens skyldes dels den ikke særligt kraftig regulering overfor forstyrrelserne, dels objektets store forstærkning. Der estimeres uændret i forhold til DBo - regulatoren 5 parameter i objektmodellen.

Servoegenskaber.

Den mere beherskede styring overfor referencen fremgår af fig. 1, hvor signalerne y, u og w for en støjfri simulation er afbildet. Det transiente forløb er praktisk talt uændret, mens udgangen og styresignalet følger referencesignalet efter (5.2.1.2, 39 og 40) for $t > 30$. Udgangssignalet har ikke udsving modsat referencen fordi nulpunktet, $\alpha = -1.5$ er beliggende i venstrehalvplan. Det transiente illustrerer typens reguleringssegenskaber. Til sammenligningsformål udregnes tabene over de sidste 60 simulationstrin for y og u og er afbildet i nedenstående tabel.

	Tab(u)	Tab(y)
DBo	4.017	8.69
DB1	0.91	12.63

Der er opnået en markant reduktion af styreeffekten med DB1 regulatoren. Konvergenshastigheden er uændret i forhold til

de øvrige deterministiske simulationer med en firkantbølge som referencesignal. Fig. 2 viser samme simulation, når objektet påvirkes af hvid støj med varians 0.1. Sammenlignet med den teoretisk forventede spredning på y og u ser signalerne rimelige ud for $t > 20$. Tabet for y over de sidste 60 trin ligger 3% under tabet for korrekt justeret regulator. Dette er sammenstemt med de øvrige simulationer med deadbeatregulatorerne, hvor AC - forstærkningen af $H_{y,e}$ (fig. 3) konvergerer fra mindre værdier, hvilket er i modsætning til de øvrige regulator typer. For de øvrige typer konvergerer samme overføringsfunktion fra større værdier. Tabet for styresignalet er 7% større end for korrekt justeret regulator. I dette stokastiske tilfælde konvergerer regulatoren inden for de første 6 trin sådan at AC - forstærkningerne kun afviger 20% fra deres teoretisk forventede.

Reguleringsegenskaber.

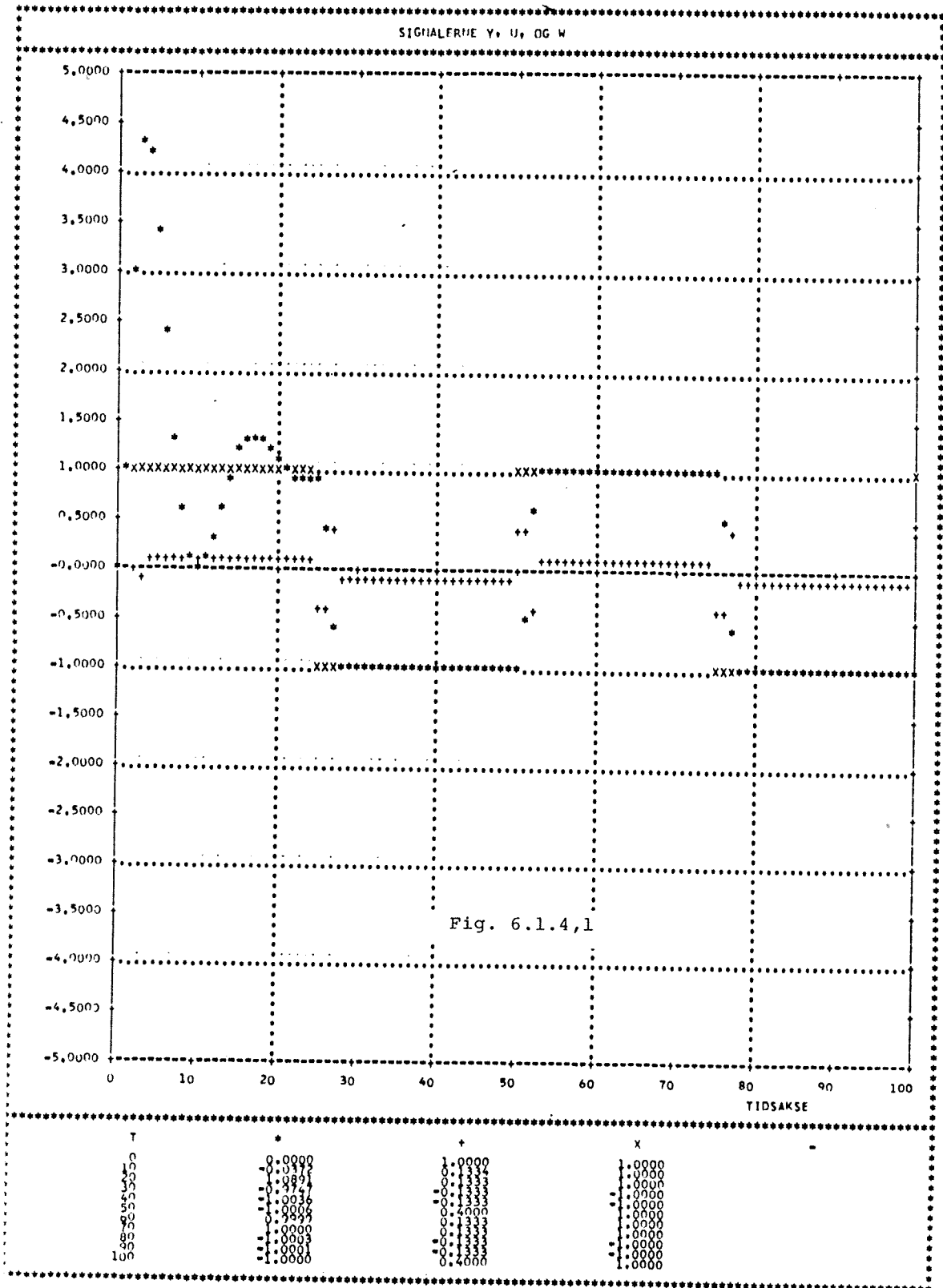
Fig. 4 og 5 viser henholdsvis tabene og varianserne for signalerne. Hældningen af tabene for y og u ligger 14% og 8% under den forventede værdi. Estimationstabene ligger kun 3% under den teoretisk forventede værdi. Disse forhold afbildes også i kurverne over varianserne.

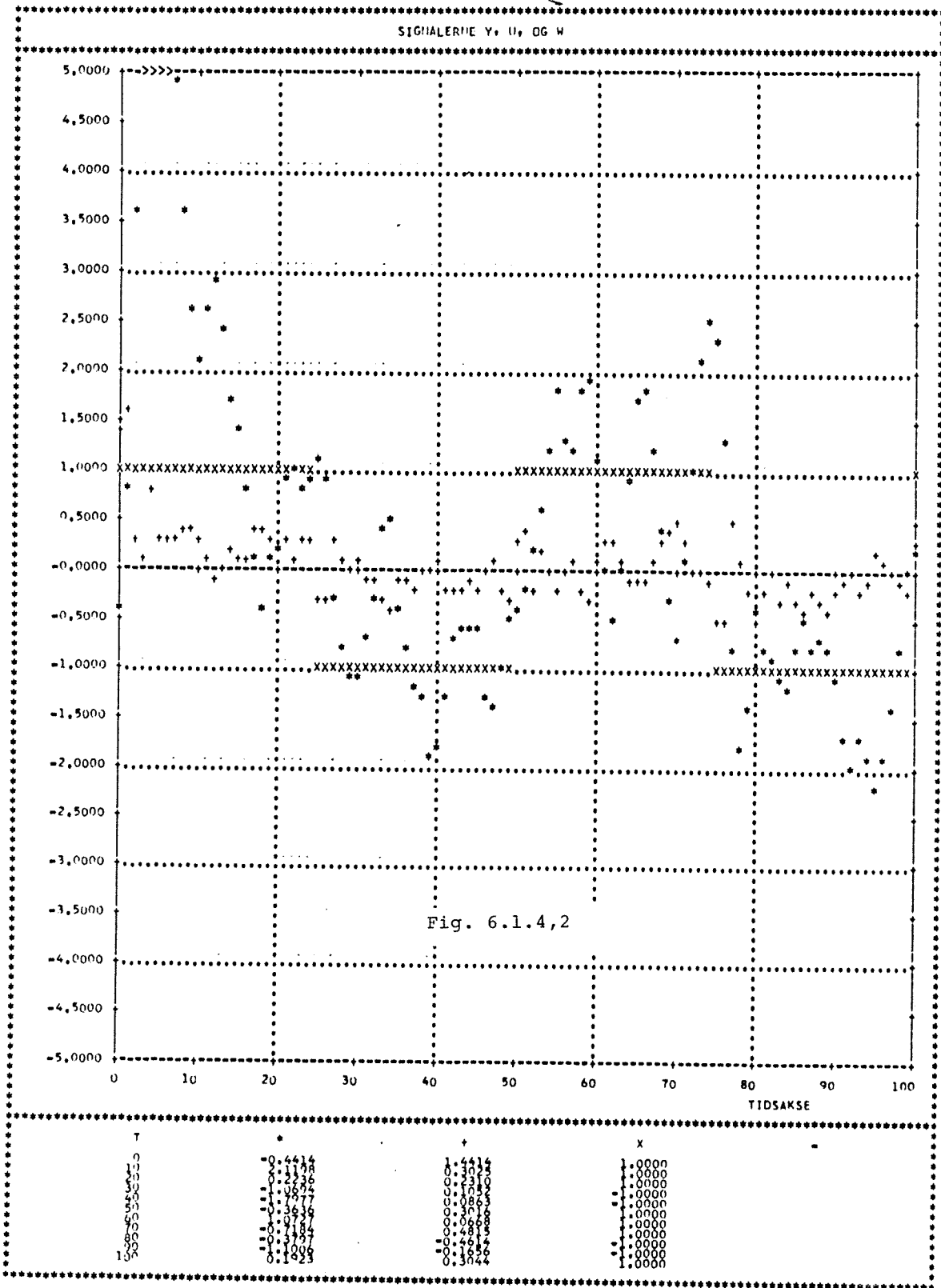
Konvergenssegenskaber.

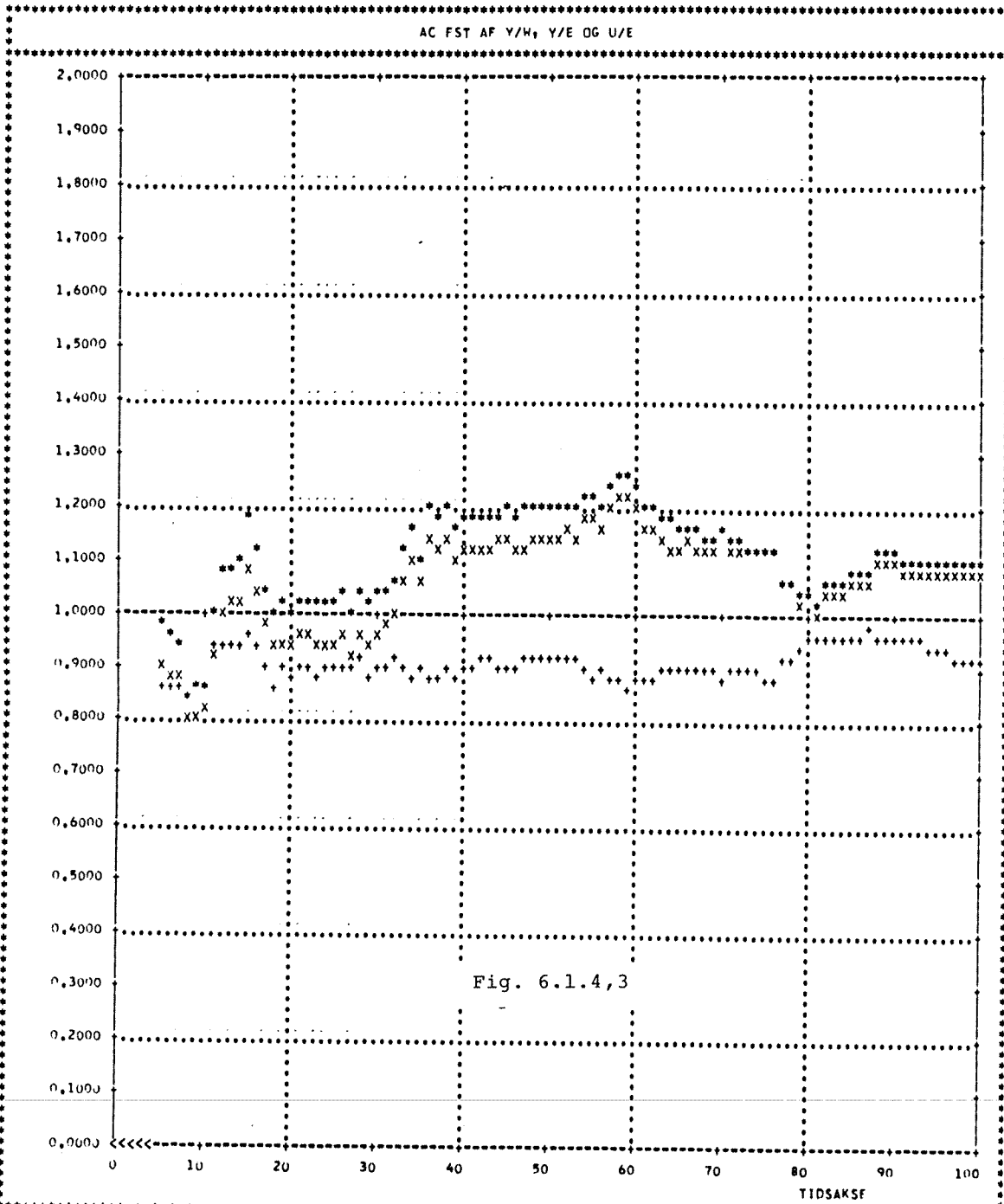
Disse egenskaber er bedre sammenlignet med DBo - reguleringen bedømt ud fra kurverne over AC - forstærkningen. Derimod er estimererne af B - polynomiets koefficienter ikke særligt gode. Dette kan skyldes, at de tilsvarende regressorer, $u(t)$, ikke er eksiterende nok ($\mu = 0.133$, $\sigma = 0.152$). Med en lidt løs formulering kan man sige, at signal - støjforholdet mellem det eksiterende styresignal hidrørende fra støjen og det

konstante styresignal hidrørende fra reference (eksiterende til første orden) er for lille. Forklaringen underbygges af at estimerterne varierer, sådan at $\hat{B}(1)$ er næsten konstant. En simulation over 1000 trin viser at disse parameter faktisk konvergerer mod de korrekte. Overføringsfunktionerne er øjensynligt ikke særlig følsom overfor den pågældende vandring af $\hat{\theta}(t)$ i parameterrommet.

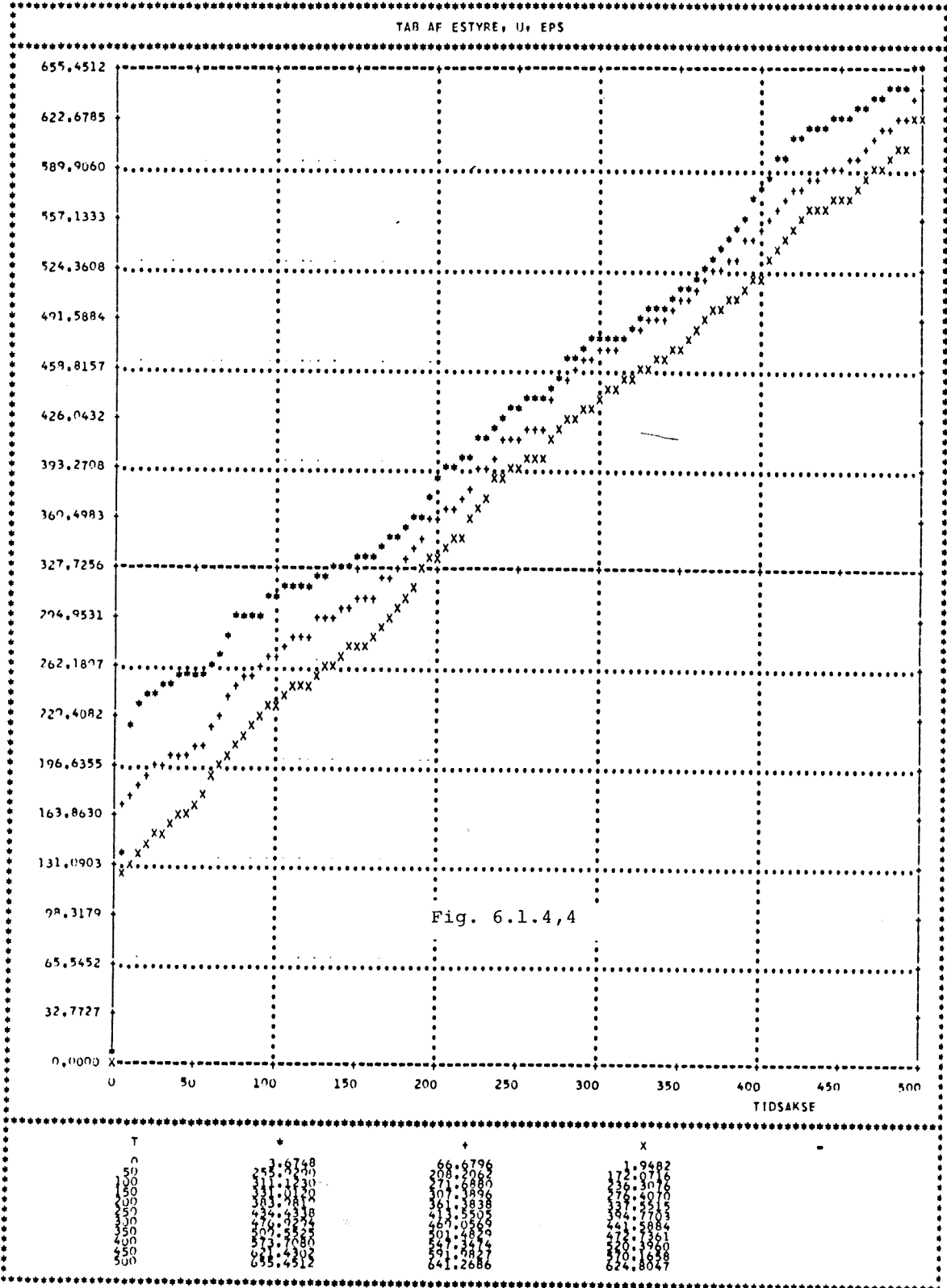
---ooo0ooo---

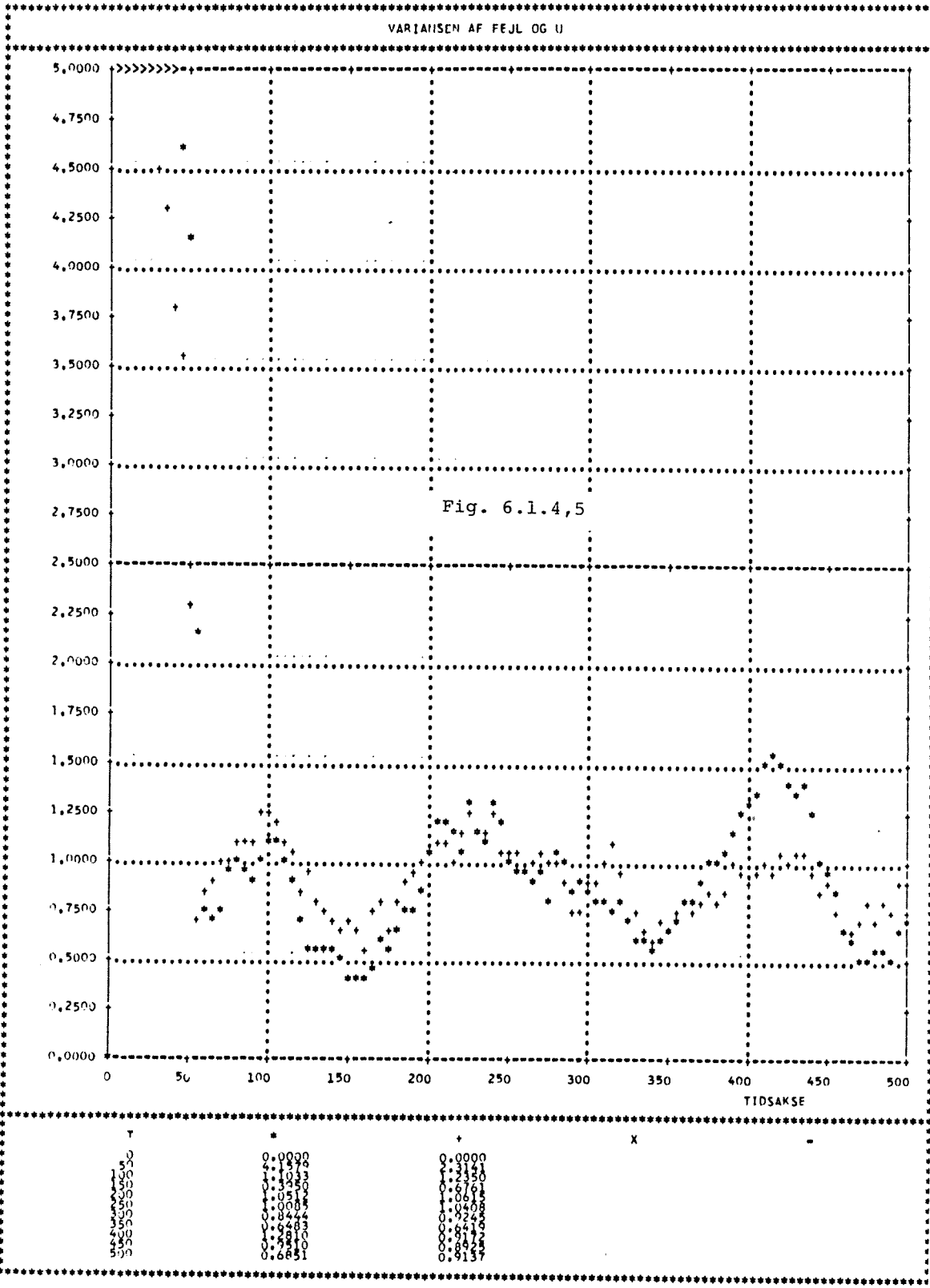


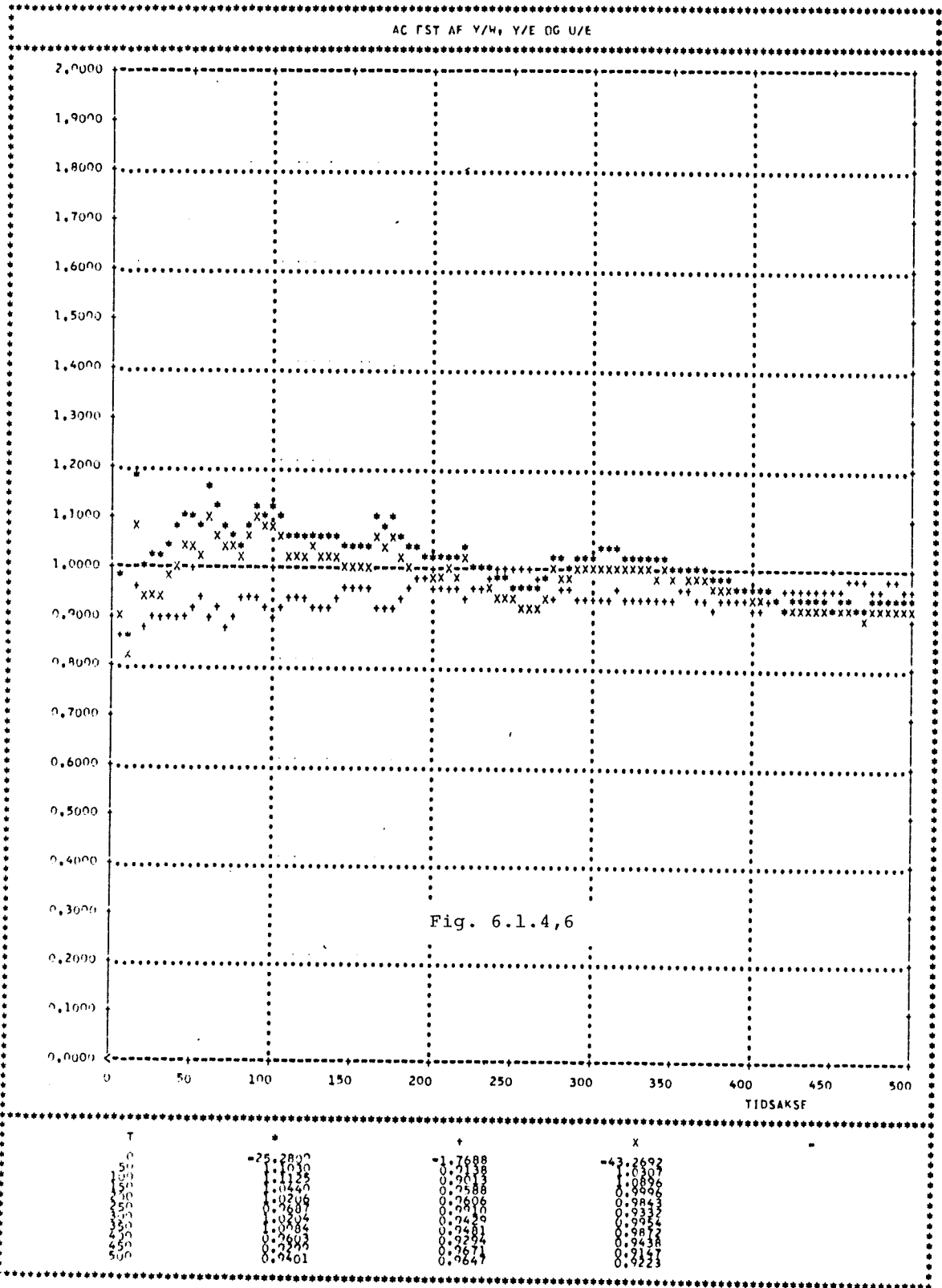


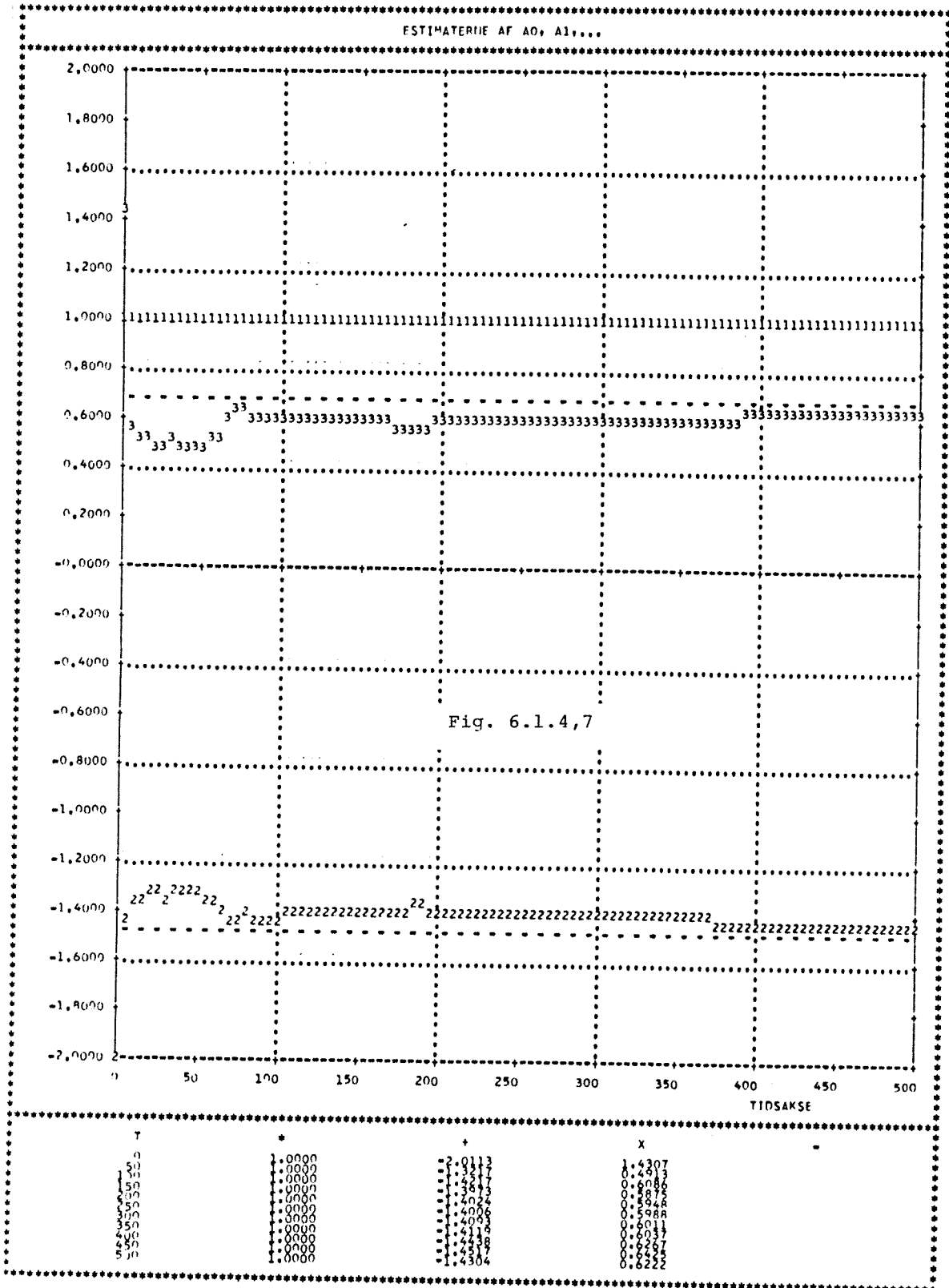


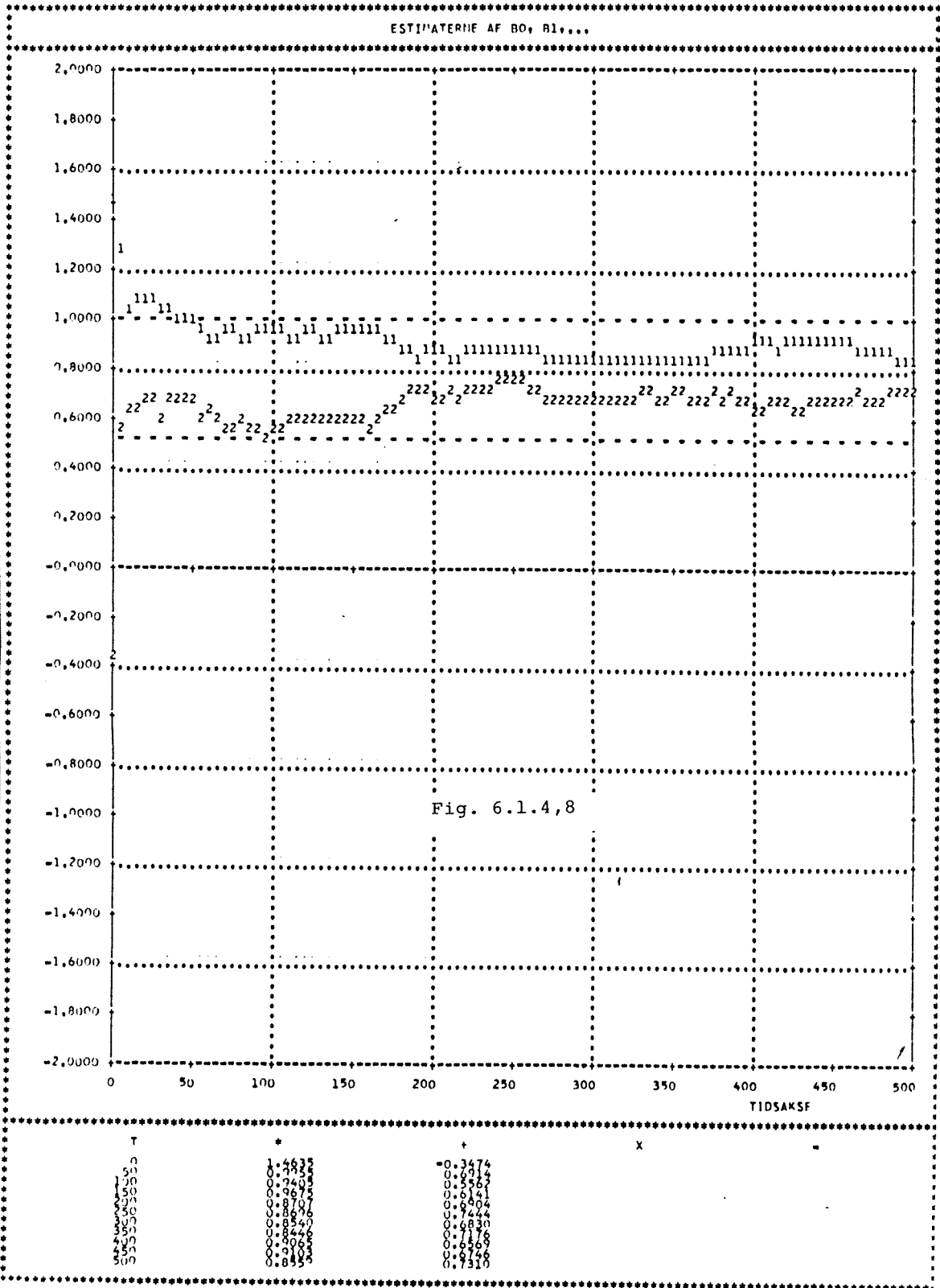
T	*	+	x
0	-25.7207	-1.7688	-43.2692
10	0.8668	0.8390	0.8148
20	1.0068	0.8130	0.9400
30	1.0324	0.8457	0.9586
40	1.1727	0.8987	1.1107
50	1.2571	0.9200	1.1489
60	1.2571	0.8736	1.2027
70	1.4396	0.8736	1.1571
80	1.0453	0.8669	1.0313
90	1.217	0.8669	1.0991
100	1.1047	0.7274	1.0867

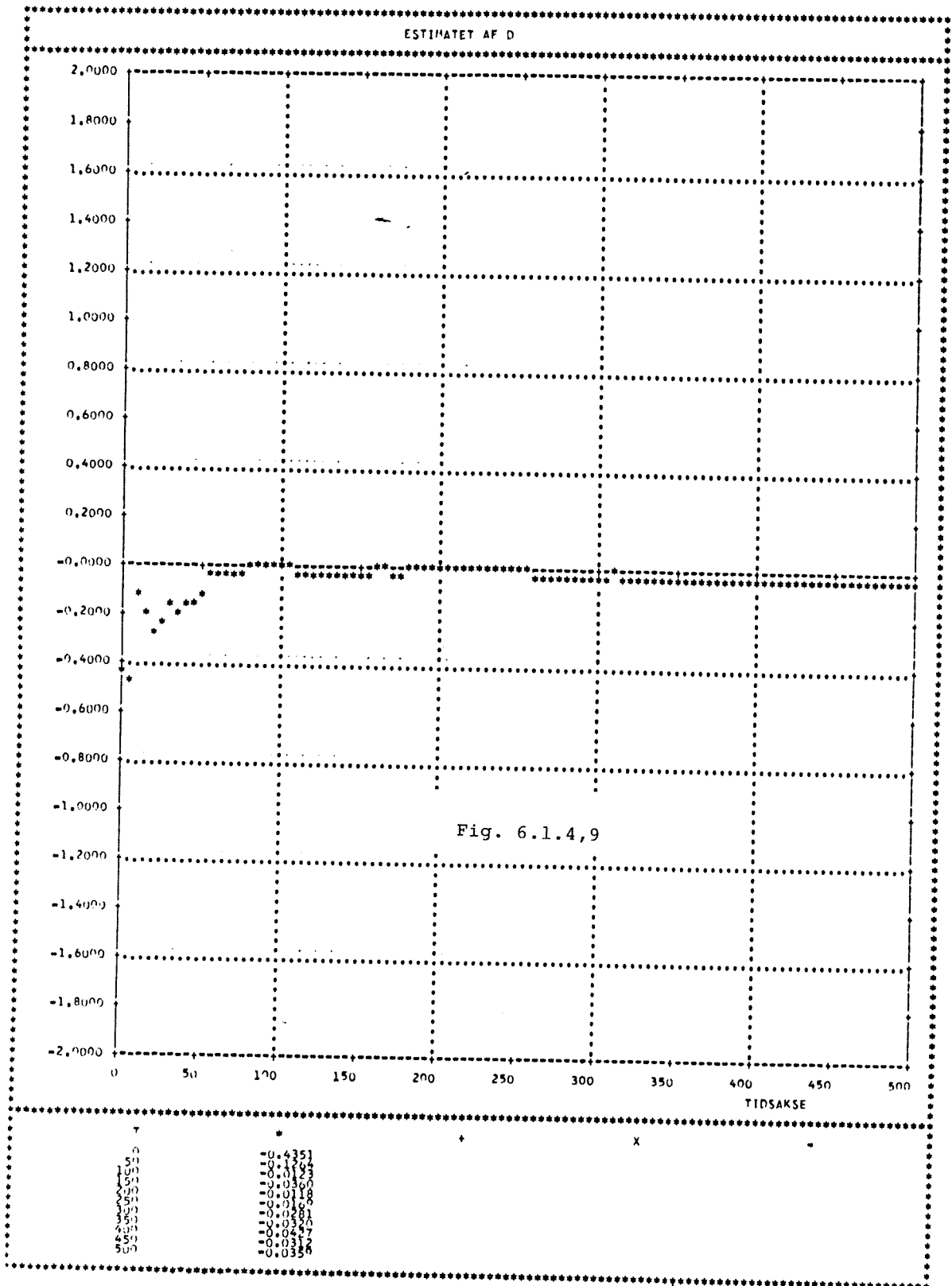












6.1.5 MV2 - Regulering.

Der vil nu blive forsøgt at regulere objektet med en generel minimalvariansregulator af typen MV2. For sammenligningens skyld anvendes samme model som ved simulationen med POL - regulatoren, hvor

$$A^m(q^{-1}) = 1 - 0.398q^{-1} + 0.1353q^{-2}$$

$$B^m(q^{-1}) = 0.582 + 0.155q^{-1}$$

Der vælges samme model overfor støj og reference. Parameterne i kriterie funktionen skal derfor vælges, således at

$$P(q^{-1}) = \frac{A^e(q^{-1})}{B^e(q^{-1})} = \frac{1 - 0.398q^{-1} + 0.1353q^{-2}}{1 + 0.267q^{-1}}$$

$$R(q^{-1}) = 0.582 \qquad Q(q^{-1}) = 0$$

På grund af normeringen af modellen overfor støjen kan der j.v.f. afsnit 5.1 ikke opnås samme DC - forstærkning i de to modeller. Følgelig er kun poler og nulpunkter ens. Over for referencesignalet vil denne type have samme egenskaber som POL - typen, når parameterestimaterne er korrekte. Oscillationerne i styresignalet vil da ikke være så udpræget som i MVo - tilfældet. Dette skyldes som nævnt under POL - reguleringen, at modelnulpunktet er beliggende i venstre halvplan ligesom objektets nulpunkt. I denne type indgår modellens nulpunkt i overføringsfunktionen fra forstyrrelserne

$$(5.1.3.3,5) \qquad H_{y,e} = \frac{B^e}{A^e} E = \frac{1+0.267q^{-1}}{1-0.398q^{-1}+0.135q^{-2}}$$

$$(5.1.3.3,6) \quad H_{u,e} = - \frac{B^e_F}{BA^e}$$

hvilket ikke er tilfældet for POL - regulatoren. Forholdene er dog ikke så simple, som det umiddelbart fremgår af (5.1.3.3,6), idet de korrekte regulatorparameter bestemmes af dimensioneringsligningen.

$$(5.1.3.3,10) \quad A^e_C = B^e_{AE} + q^{-k} F$$

I dette tilfælde giver forstyrrelserne for $w = 0$ anledning til at:

$$\text{Var}(y) = 0.146 \quad \text{Var}(u) = 0.0775$$

når regulatorparameterne er korrekte, d.v.s. at:

$$F(q^{-1}) = 0.835 - 0.164q^{-1} - 0.1869q^{-2}$$

$$G(q^{-1}) = 1 + 0.5q^{-1} \quad \gamma = 0$$

Udgangssignalets varians er 46% og 26% højere end ved henholdsvis MVo - og POL - regulering. Styreeffekten er til gengæld reduceret betydeligt. Variansen af styresignalet er formindsket med 55% i forhold til POL - tilfældet. Så lav en styreeffekt som ved DB1 - reguleringen er dog ikke opnået her, men reguleringskvaliteten er væsentlig bedre her.

Det bemærkes, at der modsat de øvrige implicitte algoritmer skal estimeres 5 parameter, der her skyldes at modellens nul - punkt indgår i dimensioneringsligningen med en forøgelse af ordenen af F - polynomiet til følge. For korrekte regulator - parameter er

$$\Phi(t) = \frac{A e^{(q^{-1})}}{B e^{(q^{-1})}} y(t) - 0.582 w(t) = e(t)$$

Forholdet mellem de teoretisk forventede varianser af $y(t)$ og $\Phi(t)$ for $w(t) = 0$ er 1.46, hvorfor der j.v.f. afsnit 5.3.3 kan forventes en ringere konvegens end for POL - og MVo - regu-
latorene.

Servoegenskaberne.

Fig.1 viser signalerne for en deterministisk simulation med en firkantbølge som referencesignal. Bortset fra en kort tran - sient har POL - og MV2 regulatorerne samme egenskaber overfor referencen. Dette var også forventet, fordi de to regulator typer vil konvergere sådan, at systemet vil få ens overføringsfunktion fra referencen i de to tilfælde. I støjfri situationer konver - gerer estimerne meget hurtigt. Figuren viser forholdene med tilsat støj $\sigma_0^2 = 0.1$. Signalerne er afbildet i fig.2. Sammen - lignes tabet over de sidste 60 trin med ditto for en korrekt justeret regulator, finder man, at tabet for udgangen og styre - signalet er henholdsvis 3.0% og 3.1% større. Disse forhold afspejler sig i AC - forstærkningen af $H_{y,e}$ (fig. 4), der mellem $t = 40$ og $t = 60$ har en markant fejl. Den noget følsomme $H_{u,e}$ konvergere bedre her end i POL - tilfældet. AC forstærk - ningen er lidt ringere her.

Reguleringsegenskaberne.

Hvis referencen ændres til en trinfunktion ($w = 1$) frem - kommer tabene, der er afbildet i fig. 5. Man finder her en hældning for styretabet, der er 12% højere end forventet, mens tabet for udgangssignalet er 1% lavere end beregnet. Sammenholdes det høje styretab med fig. 6, der viser at AC - forstærkningen af $H_{u,e}$ er mindre end beregnet, konkluderes at dette tab må skyldes

7% højere end beregnet for korrekt justeret regulator. For styresignalerne er tallet 7.8%, hvilket dog antyder at angivelsen af G_o ikke er særlig kritisk. Dette bekræftes til dels også i fig. 11, hvor AC - forstærkningerne er afbildet. Som ved de øvrige simulationer med implicitte algoritmer er overføringsfunktionen til udgangen bedst konvergerende, men her er $H_{u,w}$ ekstrem dårlig. I dette stokastiske tilfælde, hvor referencen er konstant, er det den overføringsfunktion, der bedst kan accepteres dynamiske fejl i. Figur 12 viser forløbet af den målte varians.

Støjsvagt tilfælde.

Regulatortypen MV2, der er et specialtilfælde af den generaliserede minimalvariansregulator, har en meget stor fleksibilitet. I de tilfælde hvor forstyrrelsernes bidrag til styreeffekten er underordnet sammenlignet med referencesignalet, kan der med fordel anvendes en model overfor forstyrrelserne, der er hurtigere end den, der anvendes overfor referencen. I det følgende vil referencemodellen være bibeholdt, d.v.s at:

$$A^m(q^{-1}) = 1 - 0.398q^{-1} + 0.135q^{-2}$$

$$B^m(q^{-1}) = 0.582 + 0.155q^{-1}$$

mens der ønskes en noget hårdere styring overfor forstyrrelserne. Her er valgt en minimalvariansstyring

$$A^e(q^{-1}) = B^e(q^{-1}) = 1$$

hvorved reguleringen bliver en simpel MVo - styring med et forfiltreret referencesignal. Overføringsfunktionerne i kriteriefunktionen bliver i dette tilfælde:

en fejlagtig middelværdi af styresignalet.

Konvergenssegenskaber.

De store styretab kunne ikke forklares med en AC - fejl i $H_{u,e}$, fordi AC - forstærkningen af denne har en rimelig værdi. Derimod er overfingsfunktionen fra referencen særdeles fejl - agtig. I figurene 7 og 8 er parameterestimerne vist. Her bemærkes fejlene i estimerne af f_0 og f_1 samt den meget markante fejl i \hat{g}_1 . Styresignalerne er regressorer til G-parameterne og her ved korrekte estimer en middelværdi på 0.133 og en spredning på 0.078. Øjensynligt er denne spredning ikke stor nok til at estimatet af g_1 kan blive sikkert. Dette kommer til udtryk ved, at en mindre reference giver bedre bestemt G - parameter. I fig. 9 ses forløbet af AC - forstærkningen, når $w = 0.1$. Fænomenet med dårligt bestemte parameter forsvinder langsomt, hvis referencesignalet er en firkantbølge. Når amplituden af denne firkantbølge øges bliver parameterne bedre bestemt som følge af den større eksitation. De fejlagtige estimer må da skyldes et skævt signal - støjforhold mellem støjbidraget der er tilstrækkeligt eksiterende, og det konstante bidrag til styresignalet hidrørende fra referencen. I forbindelse med andre estimationsalgoritmer kan det vises j.v.f. /15/ at signal - støjforholdet er af væsentlig betydning for konvergenssegenskaberne.

Fejlagtig G_0 .

Angives G_0 til 1.5 i stedet for den korrekte på 1 fremkommer kurverne, som er afbildet i fig. 10 og 11. Referencesignalet er stadig en trinfunktion ($w=1$). Som i MVo - tilfældet forekommer der også ret lave starttab (fig. 10). Hældningen over de sidste 240 trin er for udgangssignalernes vedkommende

$$P(q^{-1}) = 1 \quad Q(q^{-1}) = 0 \quad R(q^{-1}) = \frac{B^m(q^{-1})}{A^m(q^{-1})}$$

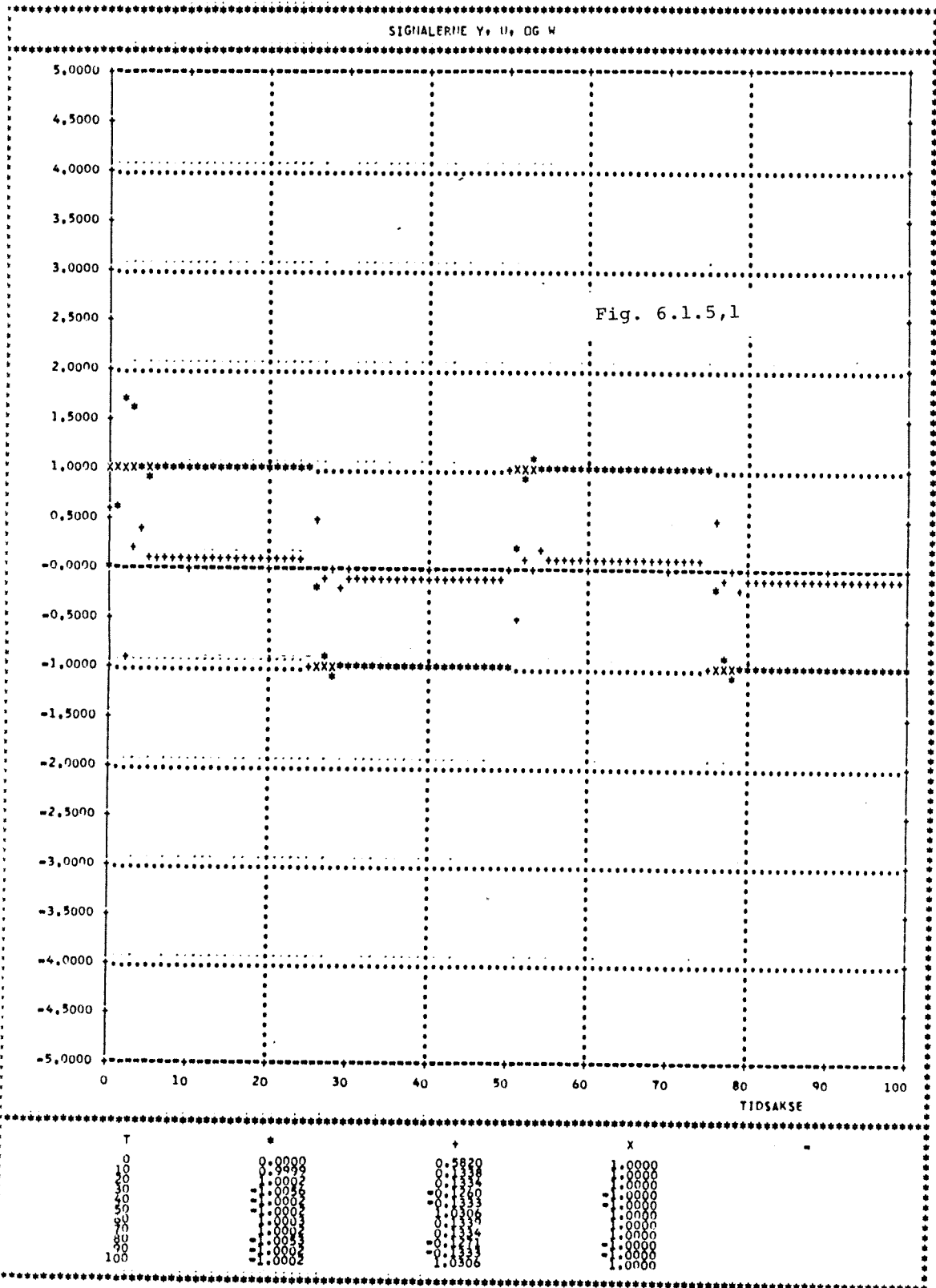
og de korrekte parameter er uændret i forhold til MVo -regulatoren. Hvis støjens varians kun er 0.01 vil reguleringen give at:

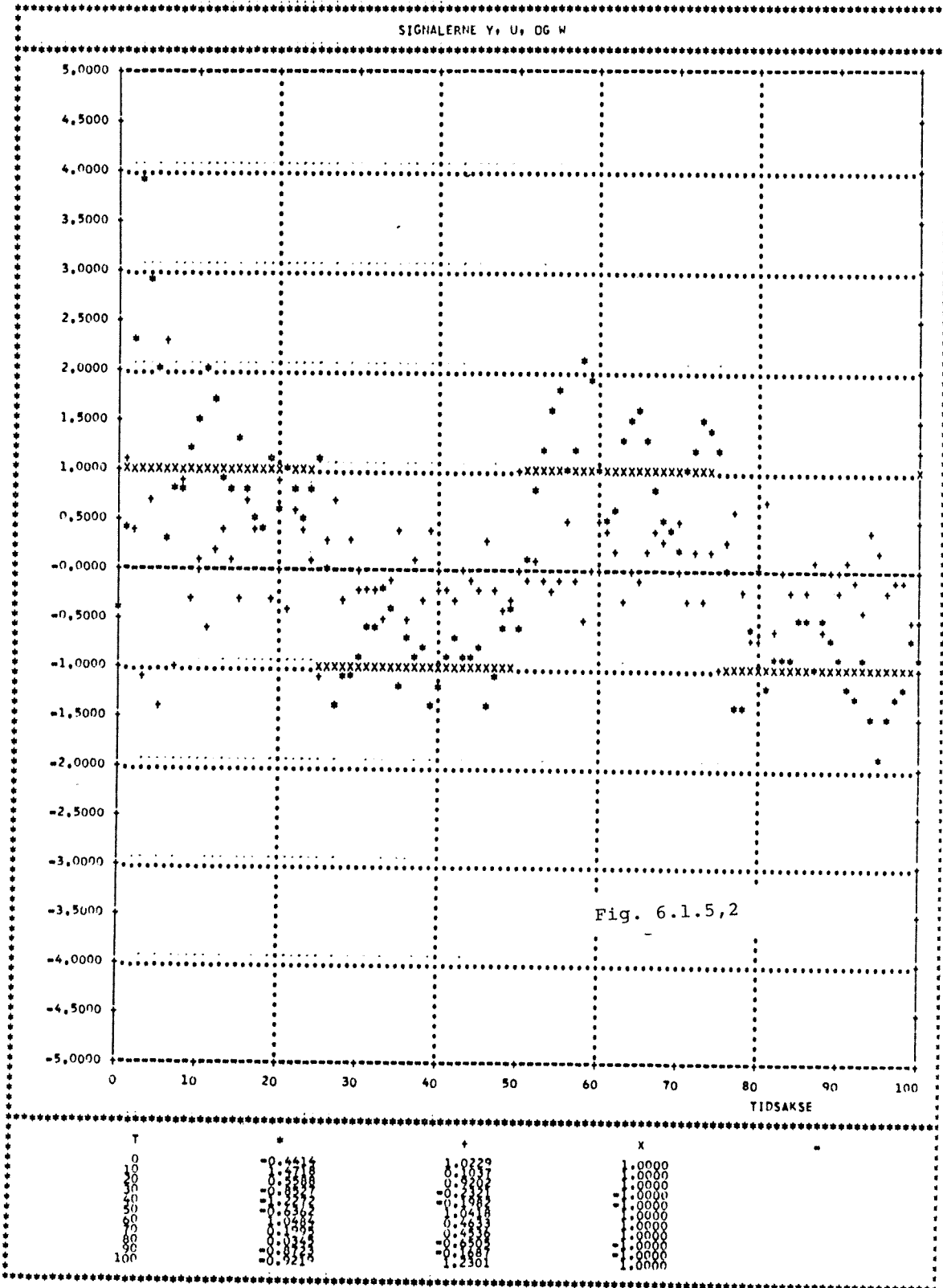
$$\text{Var}(y) = 0.01$$

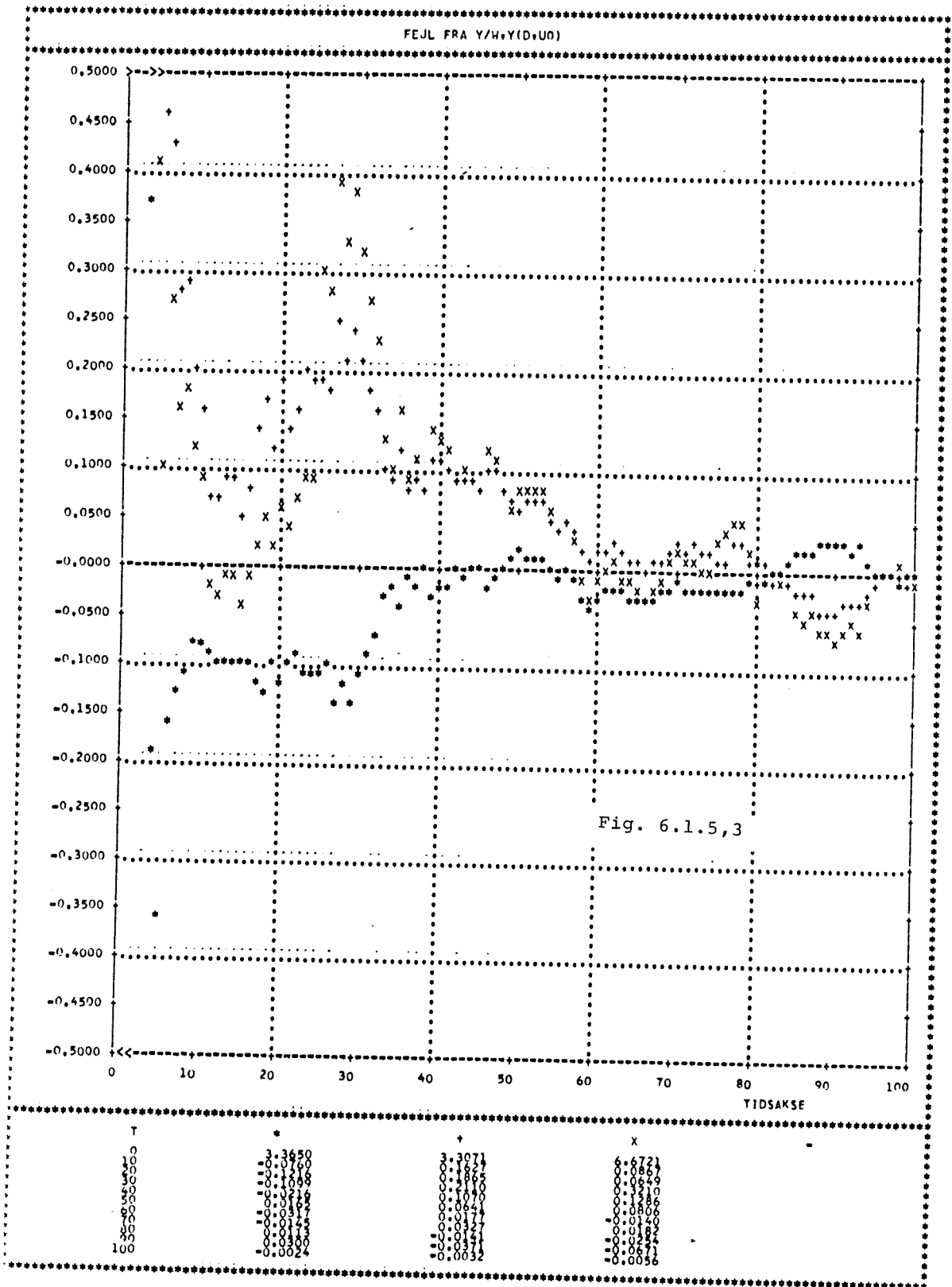
$$\text{Var}(u) = 0.0505$$

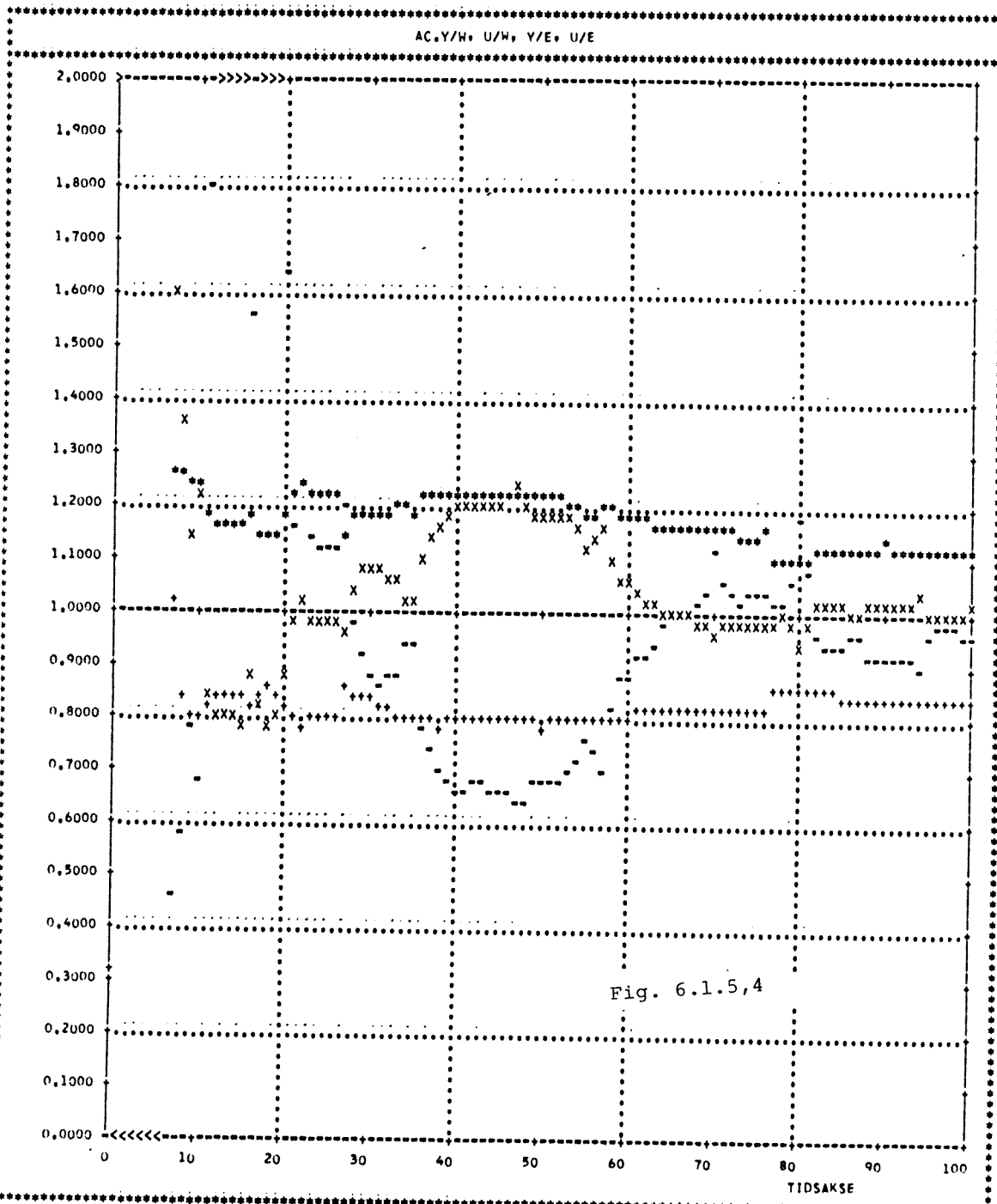
når estimaterne af F - og G - polynomierne samt belastningen er korrekte. I fig. 13 er signalerne vist for en simulation med denne regulator, når referencen er en firkantbølge. En sammenligning med samme kurve for en POL - regulering med et observerpolymie, der valgt sådan at udgangssignalet varians er minimal, vil vise at signalerne næsten er identiske, idet der er anvendt samme støjsekvens. Den anvendte model overfor referencesignalet har en så høj båndbredde, at reference - signalet, som bliver forfiltreret, ikke mister sin egenskab som tilstrækkelig eksiterende til objektets orden. Forløbet af AC - forstærkningen og DC - fejlen er afbildet i fig 14 og 15. Havde man af hensyn til styreeffekten valgt en mere lav - frekvent model kunne denne egenskab forsvinde, hvorved estimationen skal ske på grundlag af eksitationen fra forstyrrelserne. Når T - polynomiet i en polplaceringsregulator bruges til at minimere variansen af udgangssignalet skal der estimeres flere parameter, men til gengæld bliver referencesignalet ikke for - filtreret på samme måde og mister derfor ikke sine egenskaber.

---ooo0ooo---

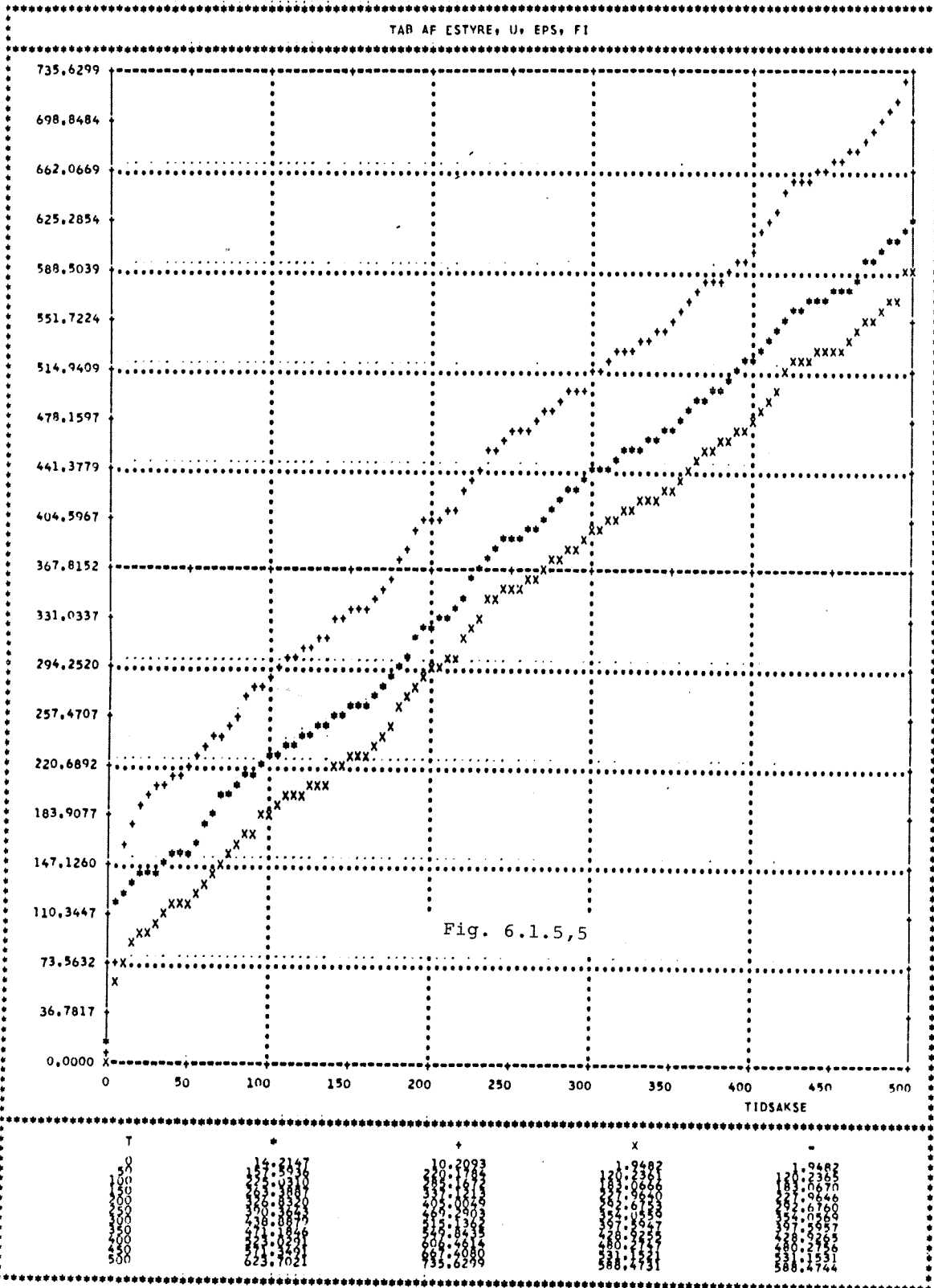








T	+	+	X	-
0	12,3176	0,3279	6,0579	0,0000
10	11,2845	0,0000	0,9371	0,6701
20	11,2845	0,0000	0,8178	1,2444
30	11,2845	0,0000	1,0846	0,8707
40	11,2845	0,0000	1,2064	0,9555
50	11,2845	0,0000	1,3260	0,8115
60	11,2845	0,0000	1,0200	0,8618
70	11,2845	0,0000	0,9588	1,1408
80	11,2845	0,0000	0,9379	1,1423
90	11,2845	0,0000	1,0270	0,9154
100	11,201	0,8404	1,0114	0,9555



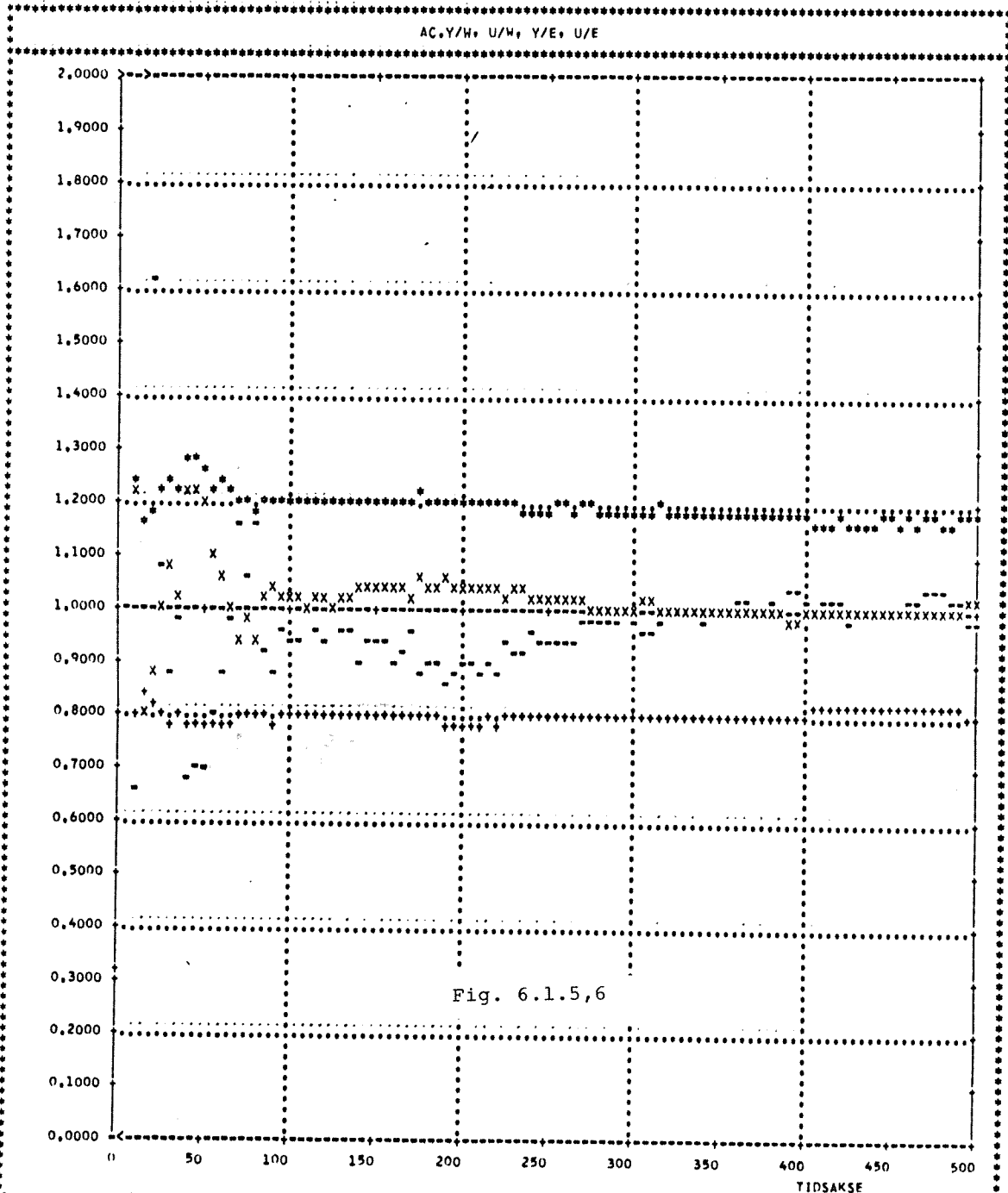
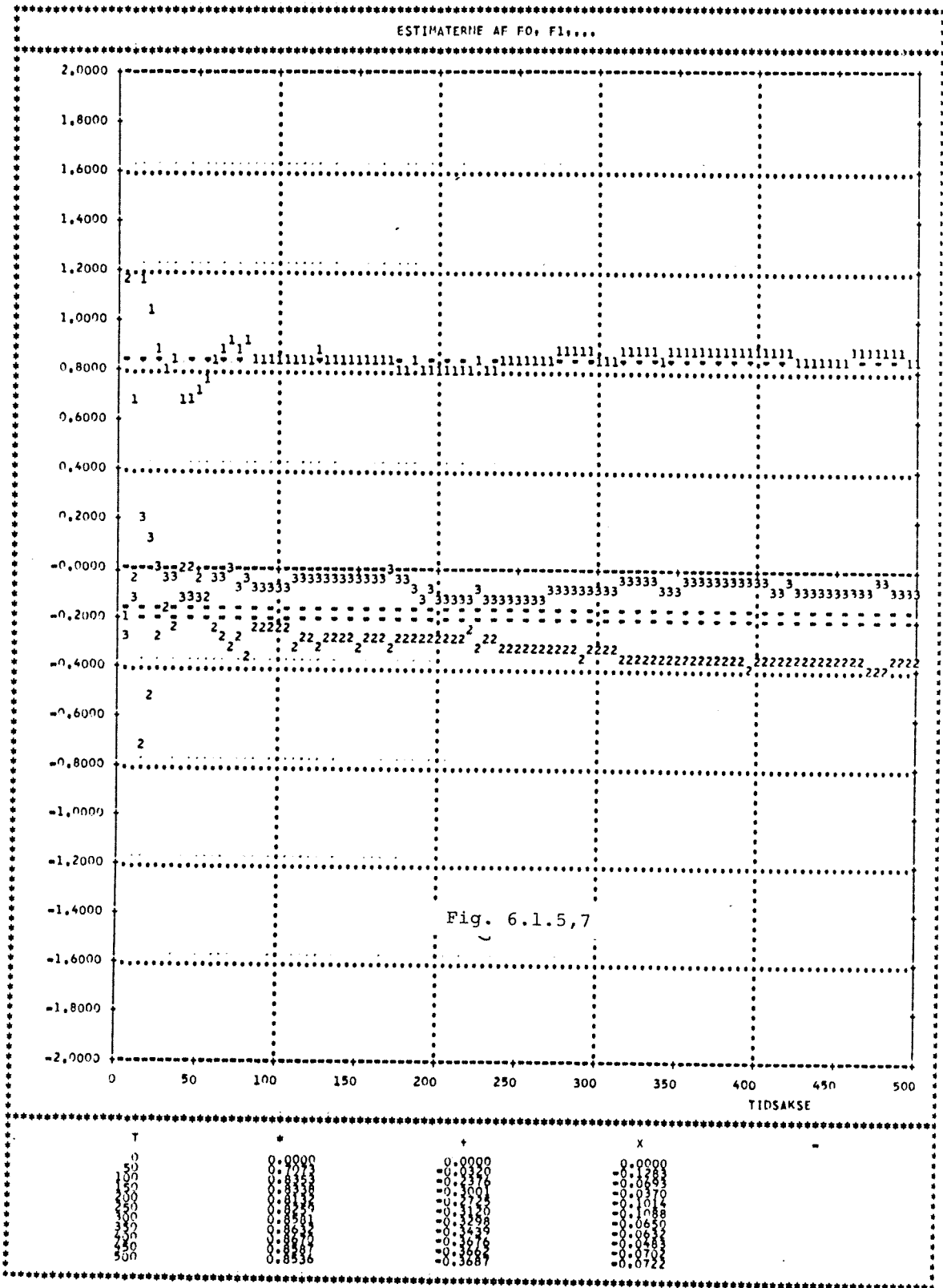


Fig. 6.1.5,6

T	*	+	X	-
0	12.9176	0.3279	6.0579	0.0000
50	1.2544	0.7773	1.1654	0.7037
100	1.2993	0.7286	1.0256	0.9375
150	1.2991	0.7886	1.0382	0.9301
200	1.1893	0.7895	1.0228	0.8350
250	1.1788	0.9041	1.0062	0.7955
300	1.1761	0.7438	1.0017	0.7948
350	1.1703	0.8174	0.9949	1.0229
400	1.1871	0.8067	1.0047	1.0082
450			1.0126	0.9888



har fælles faktorer.

Formålet med regulator dimensioneringen er at minimere kriteriefunktionen:

$$(3) \quad I = E\{ (P y(t+k) - R w(t))^2 + \frac{b_0}{q_0} (Q u(t))^2 \mid t \}$$

hvor $E\{\cdot | t\}$ på sædvanlig vis symboliserer den betingede statistiske forventningsværdi. De i kriteriet indgående overføringsfunktioner:

$$P(q^{-1}) = \frac{P_1(q^{-1})}{P_2(q^{-1})}$$

$$(4) \quad Q(q^{-1}) = \frac{Q_1(q^{-1})}{Q_2(q^{-1})}$$

$$R(q^{-1}) = \frac{R_1(q^{-1})}{R_2(q^{-1})}$$

forudsættes at være stabile. Nævnerpolynomierne er normeret så - dan at:

$$(5) \quad Q_2(0) = R_2(0) = P_2(0) = 1$$

Tællerpolynomiet, P_1 , er normeret på samme måde, hvilket ikke medfører nogle indskrænkninger. Størrelsen, q_0 , betegner

$$q_0 = Q(0) = Q_1(0).$$

Lad hjælpesignalet, $\xi(t)$, være givet ved:

$$(6) \quad \xi(t) = P(q^{-1}) y(t)$$

$$\frac{P_1 B}{P_2 A} u(t) + \frac{P_1 C}{P_2 A} e(t) + \frac{P_1}{P_2 A} d$$

Ved hjælp af mindste - kvadrat prediktoren for $\xi(t+k)$ kan kriteriefunktionen omskrives til:

$$(7) \quad I = E\{ (\xi^*(t+k|t) - R w(t) + \underline{\varepsilon}(t+k|t))^2 \\ \frac{b_0}{q_0} (Q u(t))^2 \mid t \} \\ = E\{ \underline{\varepsilon}(t+k|t)^2 \\ + (\xi^*(t+k|t) - R w(t))^2 + \frac{b_0}{q_0} (Q u(t))^2 \}$$

idet prediktoren (j.v.f. appendix 1)

$$(8) \quad \xi^*(t+k|t) = \frac{B E}{C} u(t) + \frac{F}{P_2 C} y(t) + \frac{E}{C} d$$

og dennes fejl

$$\underline{\varepsilon}(t+k|t) = E(q^{-1}) e(t+k) \\ = e(t+k) + \dots e_{k-1} e(t+1)$$

er uafhængige. Polynomierne E og F er j.v.f. appendix 1 bestemt ved:

$$(10) \quad P_1(q^{-1})C(q^{-1}) = P_2(q^{-1})A(q^{-1})E(q^{-1}) + q^{-k} F(q^{-1})$$

hvor

$$E(q^{-1}) = 1 + e_1 q^{-1} + \dots + e_{k-1} q^{1-k}$$

$$(11) \quad F(q^{-1}) = f_0 + f_1 q^{-1} + \dots + f_{n_F} q^{-n_F}$$

$$n_F = \max(n_A + n_{P_2} - 1, n_{P_1} + n_C - k)$$

Det ses af (7) og (8) at minimum for kriteriefunktionen, I , opnås, når styresignalet, $u(t)$, bestemmes af:

$$2\{ \xi^*(t+k|t) - R w(t) \} b_0 + 2 \frac{b_0}{q_0} (Q u(t)) q_0 = 0$$

eller af

$$(12) \quad \xi^*(t+k|t) + Q u(t) - R w(t) = 0$$

Defineres nu et signal

$$(13) \quad \Phi(t) = P y(t) + q^{-k} (Q u(t) - R w(t))$$

ses det let, at styreløven (12) svarer til at nulstille prediktionen af $\Phi(t+k)$ d.v.s.:

$$(14) \quad \Phi^*(t+k|t) = \xi^*(t+k|t) + Q u(t) - R w(t) = 0$$

hvorved:

$$(15) \quad \Phi(t) = E(q^{-1}) e(t) = e(t) + \dots + e_{k-1} e(t+1-k)$$

Styreløven (12) kan altså opfattes som en minimal - varians - regulering på et udvidet system bestående af objektet, (1), og et hjælpesystem, (13), med udgangen $\Phi(t)$. Dette signal

kan fortolkes som et fejlsignal i en ret bred forstand. Det bemærkes at som en simpel følge af (15) er:

$$\begin{aligned}
 E\{ \Phi(t)\Phi(t-T) \} &= 0 && \text{for } |T| \geq k \\
 E\{ \Phi(t)y(t-T) \} &= 0 && \text{for } T \geq k \\
 E\{ \Phi(t)u(t-T) \} &= 0 && \text{for } T \geq k \\
 E\{ \Phi(t)w(t-T) \} &= 0 && \text{for alle } T
 \end{aligned}
 \tag{ 16 }$$

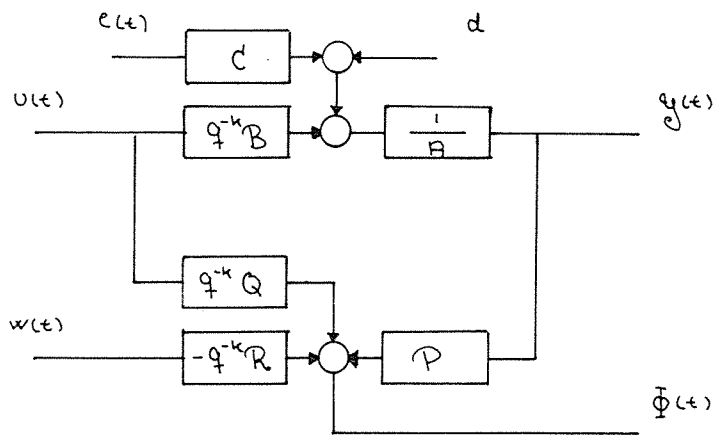
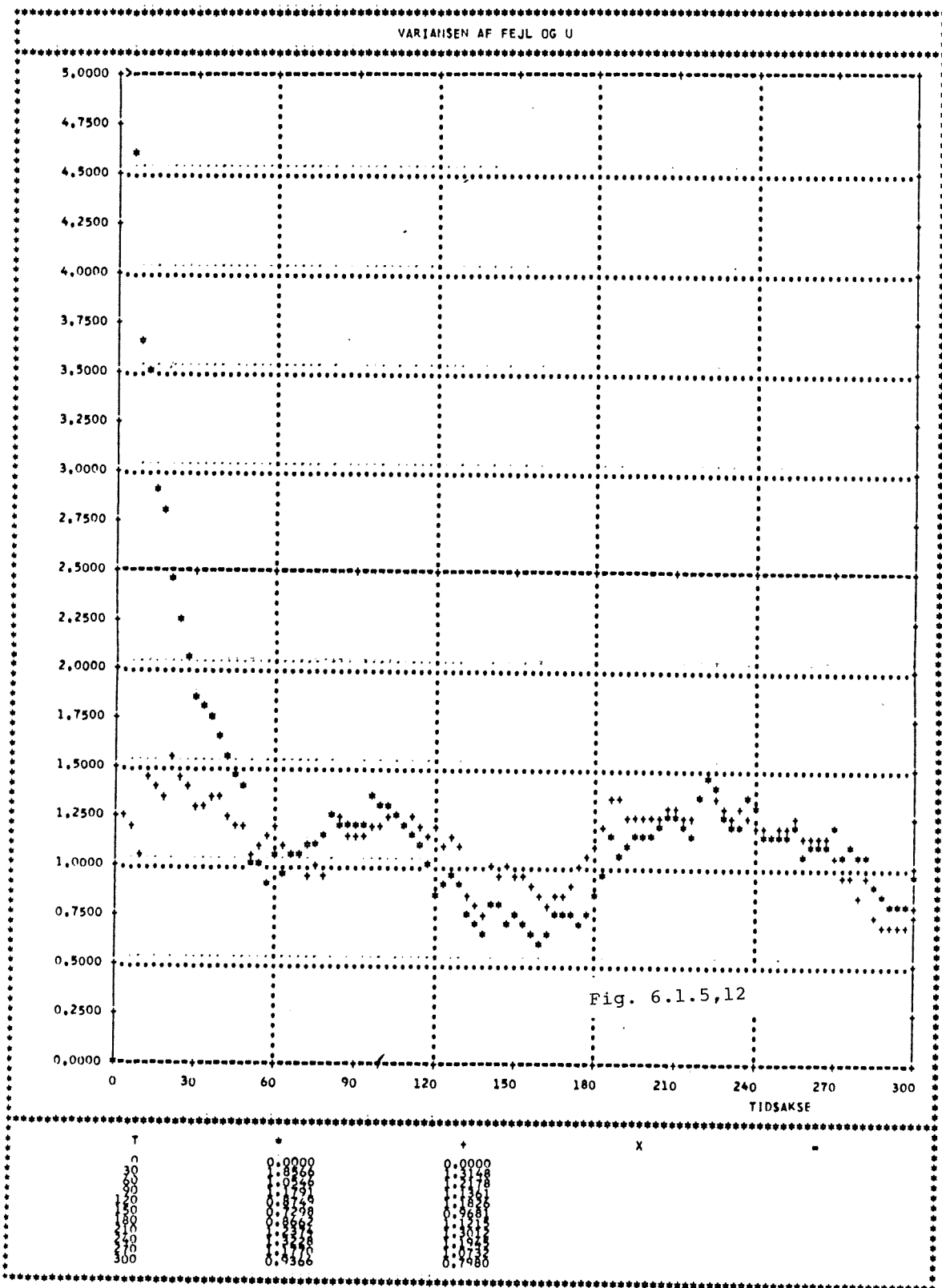


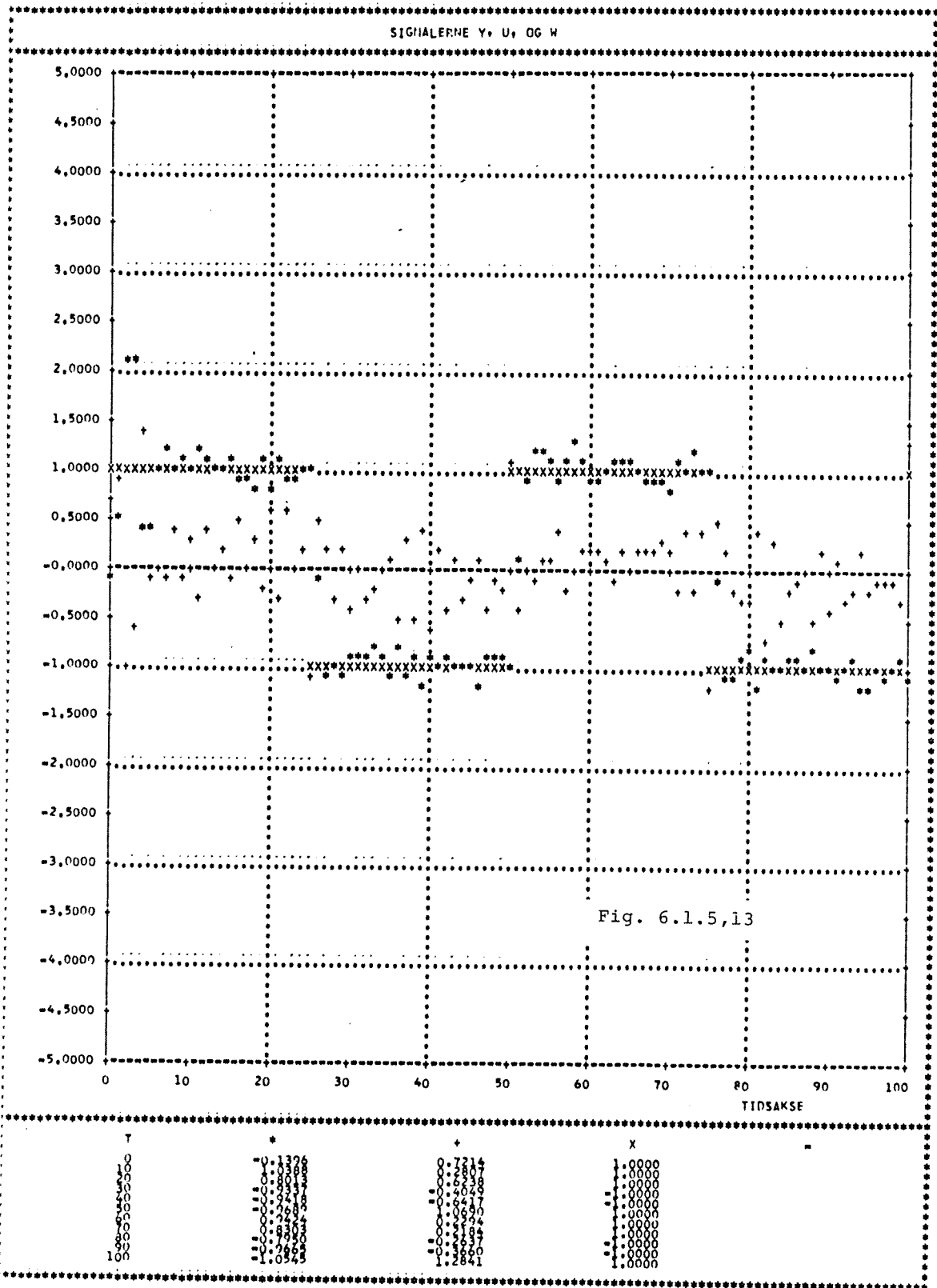
Fig. 2: Objekt med hjælpesystem.

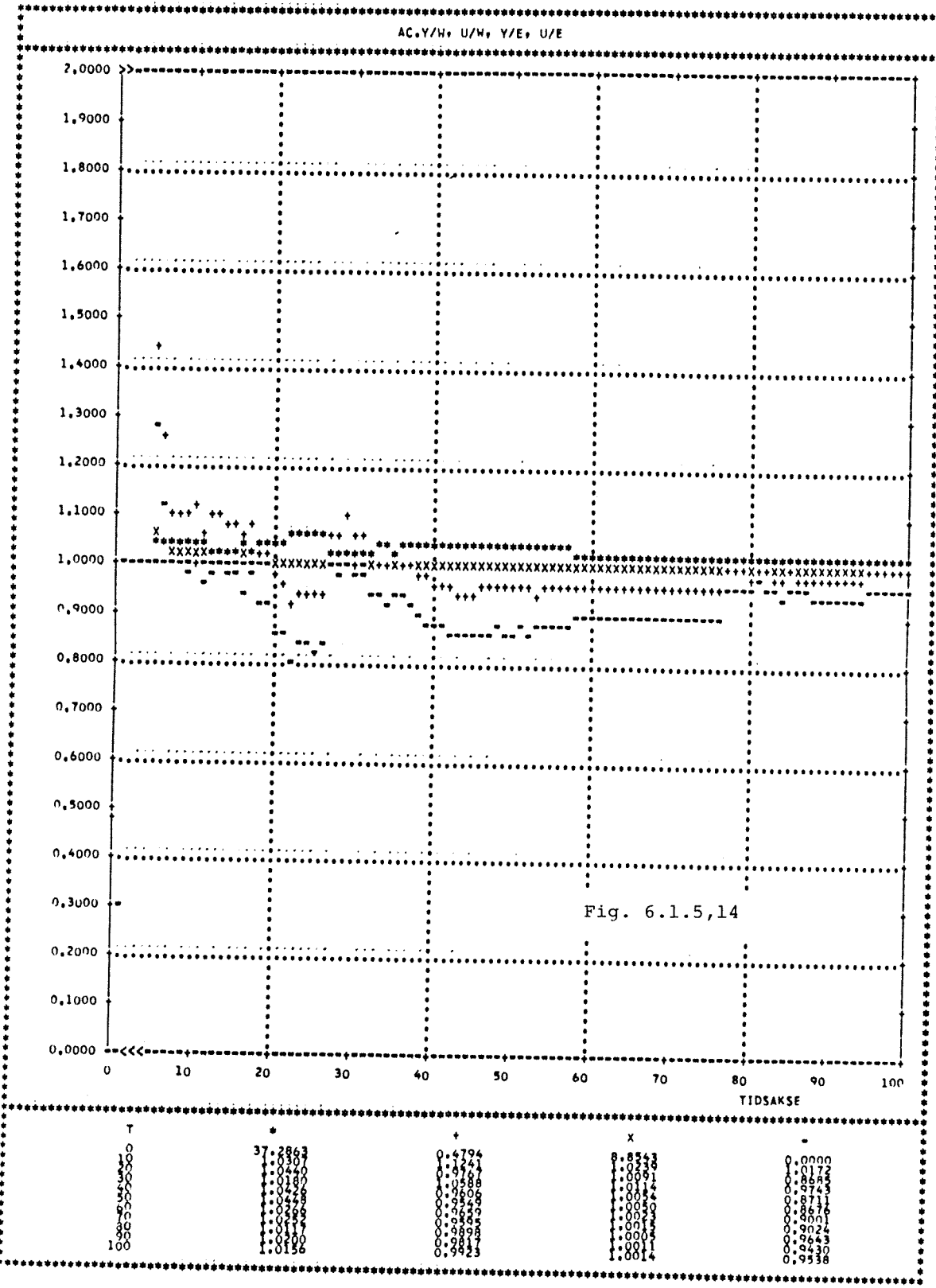
Indsættes nu udtrykket (8) for prediktoren, $\xi^*(t+k|t)$, i styreløven, (14), fås at:

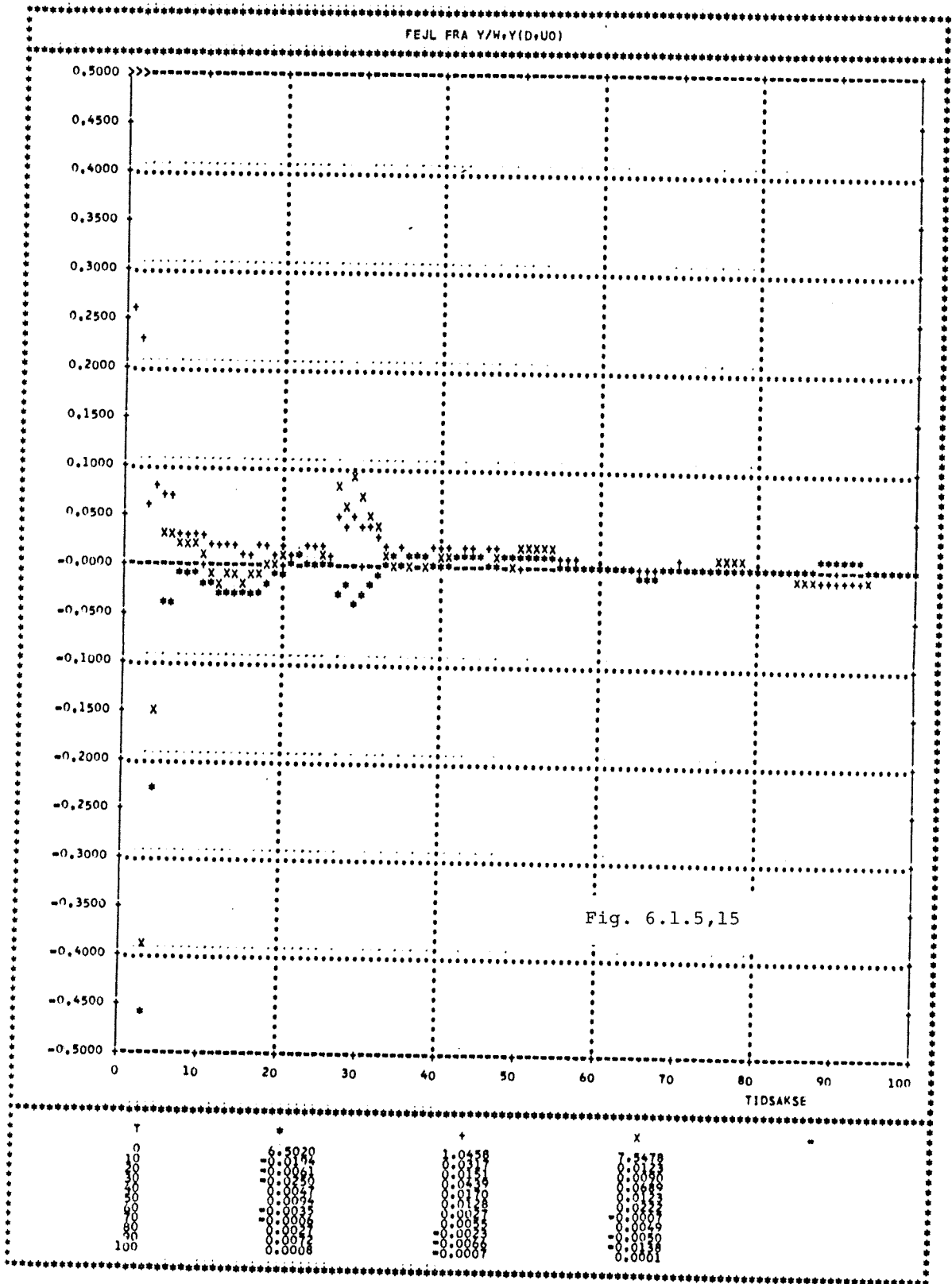
$$\begin{aligned}
 C \Phi^*(t+k|t) &= F \frac{y(t)}{P_2} + (BE+QC)u(t) \\
 &\quad - CRw(t) + Ed = 0
 \end{aligned}
 \tag{ 17 }$$

idet nulpunkterne til C^* ifølge forudsætningerne er beliggende indenfor enhedscirklen. Indføres nu signalerne $y^*(t)$, $u^*(t)$ og









6.1.6 MV1 - Regulering.

For at illustrere en anden metode til at begrænse styreeffekten vil objektet blive anvendt til at teste en MV1 - regulator. Denne regulator plomberer som nævnt ikke objektets nulpunkter, hvilket er tilfældet for modelfølgerne POL og MV2 samt for MVo. For denne type vælges kriteriefunktionen sådan at:

$$Q(q^{-1}) = \lambda(1 - q^{-1}) \quad P(q^{-1}) = R(q^{-1}) = 1$$

Ved det pågældende valg vil DC-forstærkningen af $H_{y,w}$ være 1 for korrekte regulatorparameter. Da objektets nulpunkt ligger indenfor enhedscirklen kan der ikke forventes stabilitetsproblemer med valget af λ . I fig. 1 er rodkurven for det karakteristiske polynomie

$$\begin{aligned} N(q^{-1}) &= A Q_1 + B P_1 \\ &= \lambda(1 - q^{-1})(1 - 1.5q^{-1} + 0.7q^{-2}) + (1 + 0.5q^{-1}) \end{aligned}$$

skitseret for $\lambda \geq 0$.

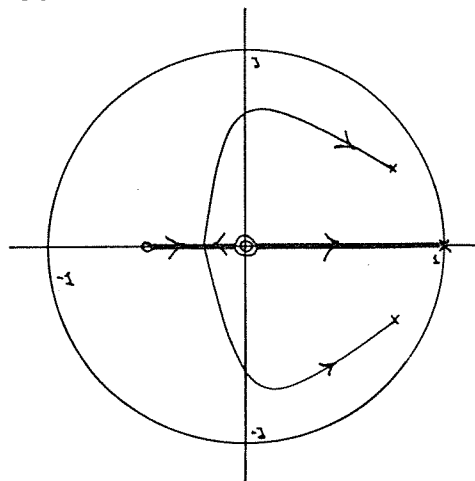


Fig. 1: Rodkurve for systemet.

Den lukkede sløjfe for poler i

$$q_{p_{1,2}} = -0.09 \pm j 0.7 \quad \text{og} \quad q_{p_3} = 0.28$$

hvis λ vælges til 0.25. Overføringsfunktionen $H_{y,w}$ er da j.v.f. (5.1.3.2,5) givet ved:

$$H_{y,w} = \frac{0.8 + 0.4q^{-1}}{1 - 0.46q^{-1} + 0.55q^{-2} - 0.14q^{-3}}$$

De øvrige overføringsfunktioner er givet ved (5.1.3.2,6 - 8). De korrekte regulatorparameter er bestemt ved:

$$F(q^{-1}) = 1.5 - 0.7q^{-1} \quad \gamma = 0$$

$$G(q^{-1}) = BE + Q_1C = 1.25 + 0.25q^{-1}$$

Det bemærkes, at valget af Q_1 kun påvirker parameterne i G polynomiet. Havde objektet ingen nulpunkter, vil g_1 udelukkende være bestemt af Q_1 (d.v.s være lig $-\lambda$) og i en praktisk anvendelse vil det da være naturligt ikke at estimere denne. Bedst ville det være, hvis Q_1 som nævnt i afsnit 5.1.3.2 ikke indgår i estimationsmodellen. Den korrekt justerede regulator vil for $w = 0$ give anledning til at:

$$\text{Var}(y) = 0.1322$$

$$\text{Var}(u) = 0.216$$

hvilket er bedre end for MVo - regulatoren med hensyn til styreeffekt. Sammenlignet med de to modelfølgere, POL og MV2, ligger denne imellem de to, når kun reguleringskvaliteten indgår. Samtidig skal det bemærkes, at her er overføringsfunktionerne $H_{y,e}$ og $H_{y,w}$ langt mere objekt afhængig end for MV2 og POL. Som en følge af den ret lave værdi for λ er styrevariansen større end for de modelfølgere, hvor modellens nulpunkt i samme halvplan som objektets kun har indflydelse på styre - variansen i MV2 - tilfældet.

Servoegenskaber.

Signalerne fra en støjfri simulation med en firkantbølge som referencesignal er vist i fig. 2. Sammenlignes disse med de tilsvarende ved POL - og MV2 - regulering (fig. 6.1.2,4 og 6.1.5,1) ses, at her er signalerne mere oscillerende. Dette skyldes, at også overfor referencesignalet er $H_{Y,W}$ meget objektafhængig med dette simple valg af Q_1 . Hvis Q vælges mere kompleks vil dette kræve et større a priori kendskab end nu. Man kan i fig. 2 se en noget længere transient end i de andre tilfælde med regulatorer, der helt eller delvis er dimensioneret overfor forstyrrelserne. Konvergenshastigheden er i dette støjfri tilfælde dog uforandret i forhold til MVo - regulering. Fig 3 og 4 viser tidsforløbet af henholdsvis AC - forstærkningen og signalerne, når der er tilsat støj med en varians på 0.1. Ved at inkludere styresignalet i kriteriefunktionen, er der øjensynligt opnået en bedre konvergens for overføringsfunktionerne til styresignalet. For overføringsfunktionerne til udgangen har det derimod medført en mindre forringelse på op til 3%. Sammenlignet med MVo - reguleringen er den ustabile periode, hvori grovestimationen foregår, lidt mindre.

Reguleringsegenskaber.

Tabene for en simulation med en trinfunktion som reference og en varians på den stokastiske forstyrrelse på 0.1 er vist i fig.5. Her ser man, at hældningen for tabsfunktionen af y er 2% højere end beregnet, mens styretabene har en hældning der er 2.5% lavere end forventet. Det samme gælder for residualerne og $\Phi(t)$. Den mere beherskede styring, som følge af at styresignalerne indgår i kriteriefunktionen, bevirker at starttabene bliver mindre. Disse forhold giver sig også

til udtryk i kurverne over de målte varianser (fig. 6).

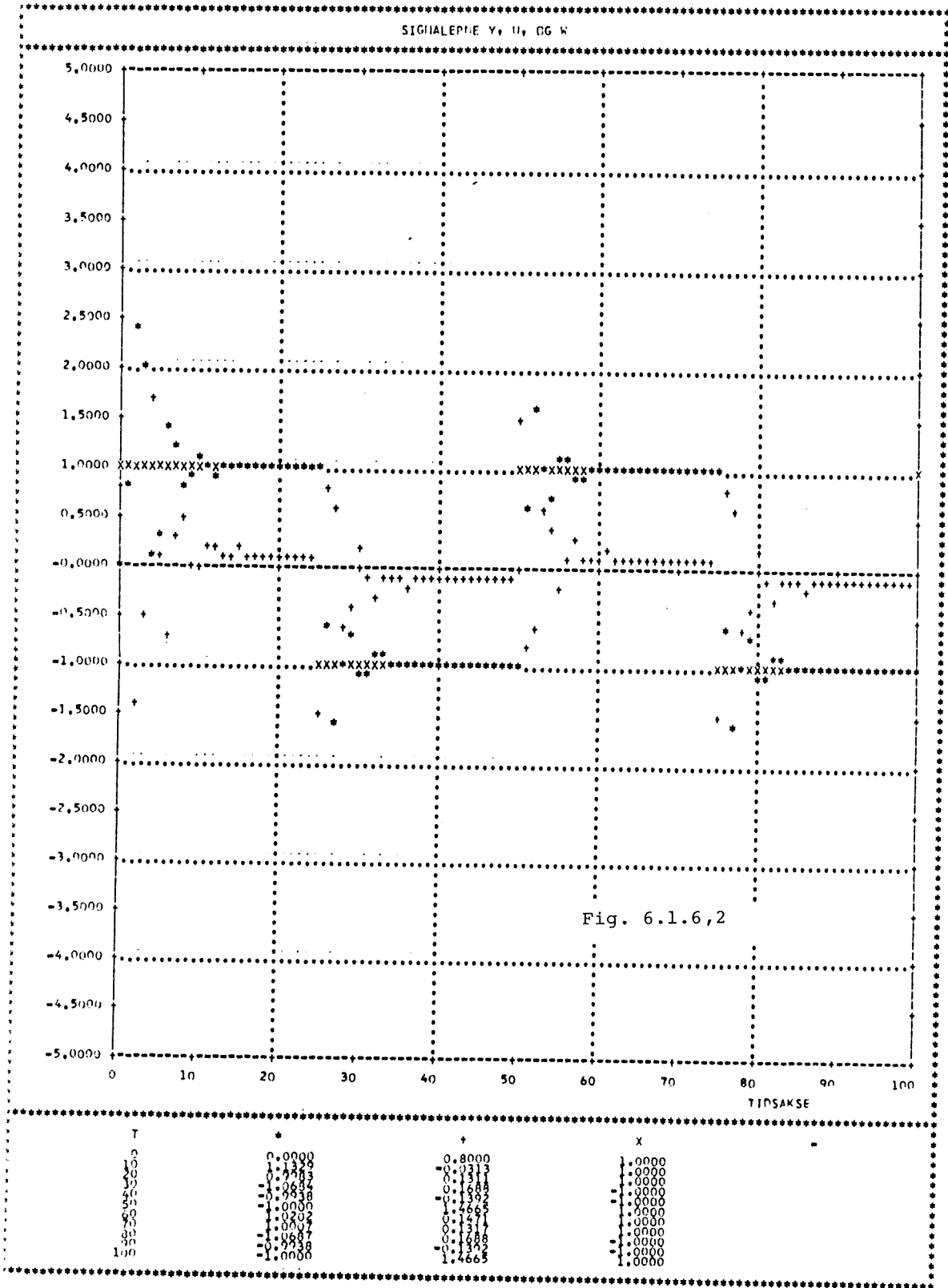
Konvergenssegenskaber.

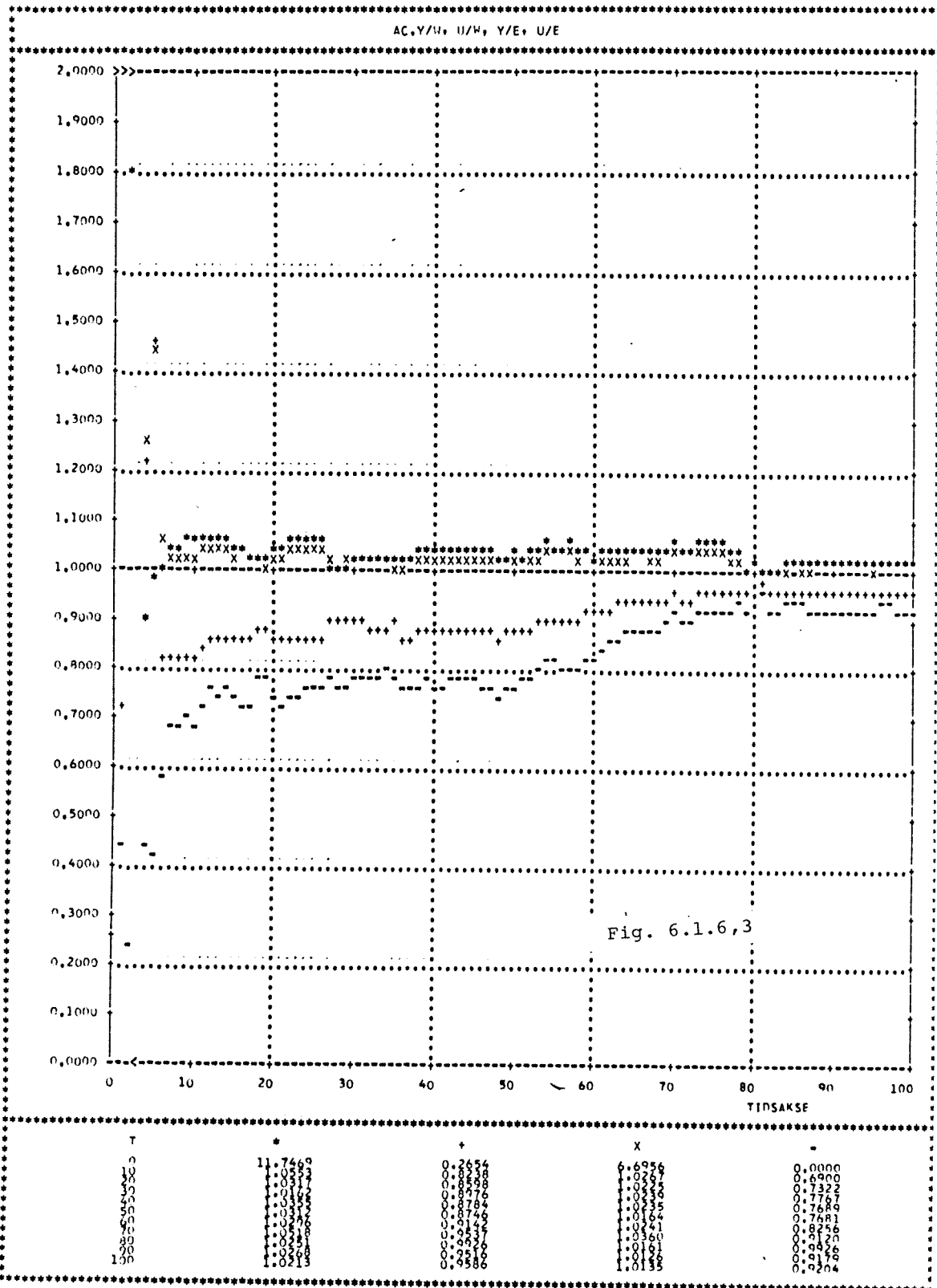
Som det fremgår af fig. 7 og 8 er konvergenssegenskaberne gode. Den dårlige konvergens for overføringsfunktionerne til styre - signalet er ikke nær så udpræget som i de øvrige tilfælde med implicitte algoritmer (sml. 6.1.2,11). Tidsforløbet af AC - fostærkningen til udgangen er bedre her end ved regulering med DB1 og POL - typen. Konvergenssegenskaberne er dog bedst hos MVo - regulatoren. Estimationsalgoritmen opdaterer $\hat{\theta}(t)$ sådan at kvadratsummen af signalværdierne af

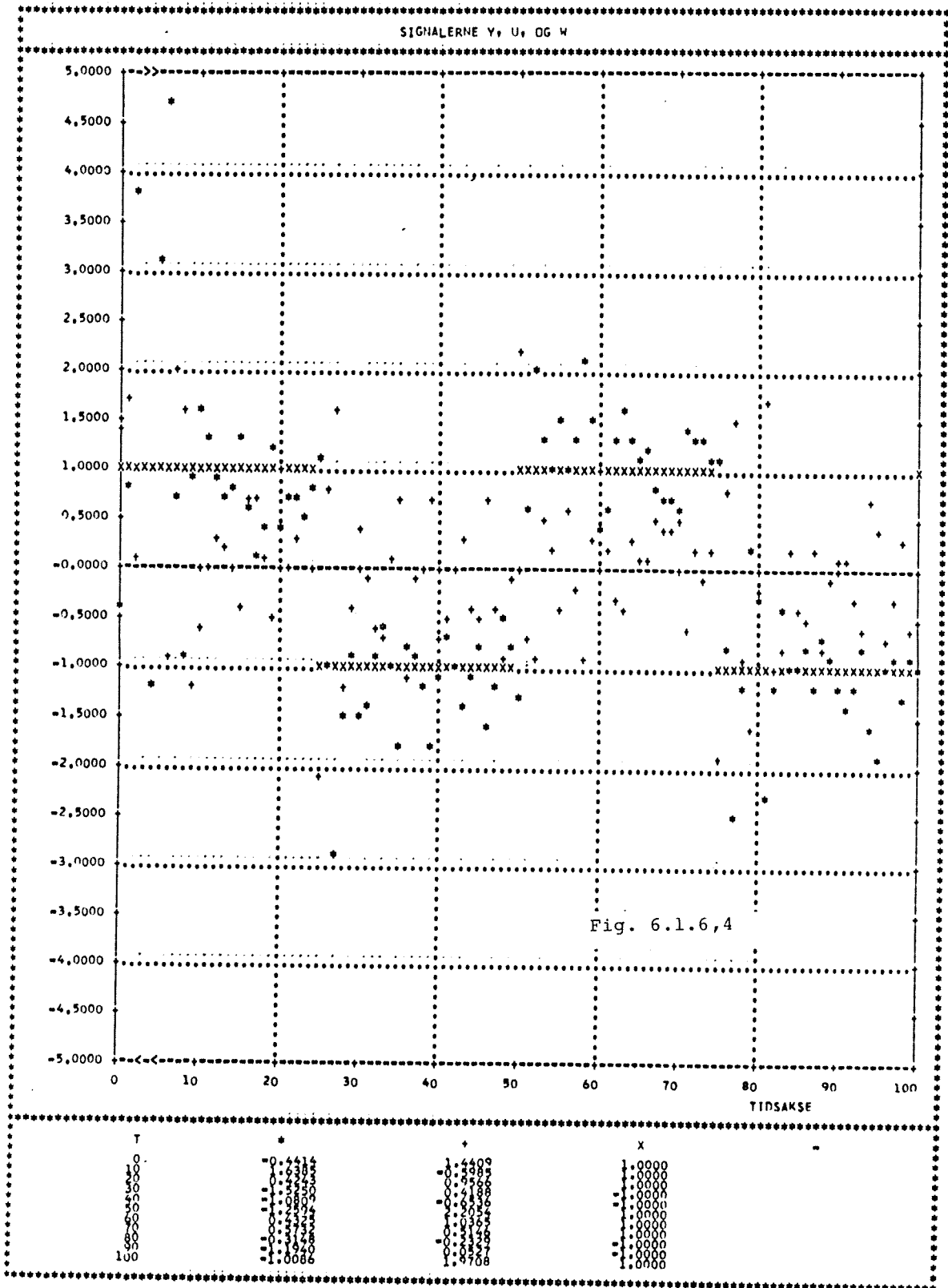
$$\Phi(t) = y(t) - w(t-1) + 0.25(u(t)-u(t-1))$$

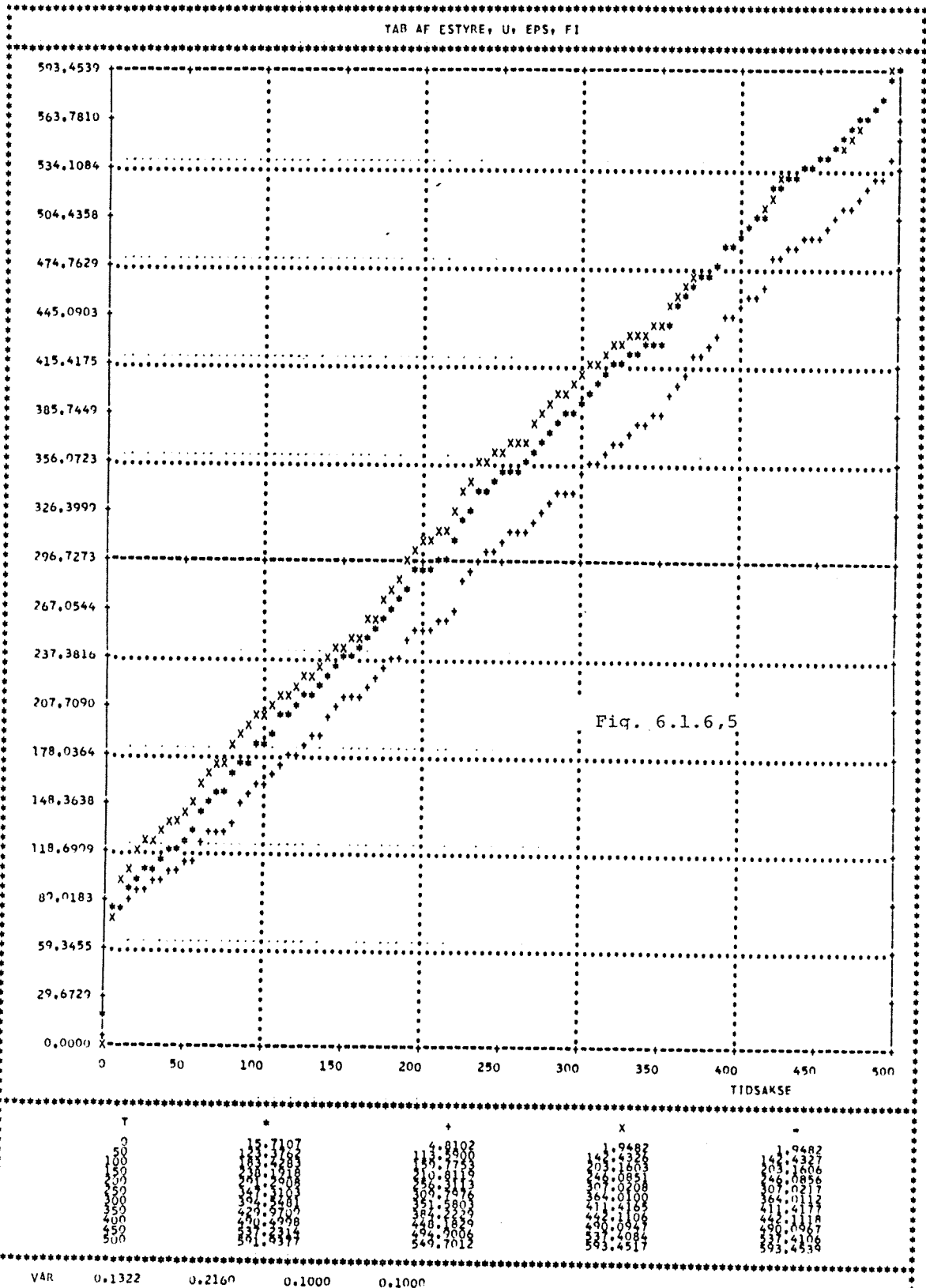
er minimal. Følgelig vil overføringsfunktionerne til styre - signalerne have bedre konvergens egenskaber end i de tilfælde hvori styresignalet ikke indgår i reguleringens kriteriefunktion. Hvis der ses på de separate bidrag til DC - fejlen, er dennes konvergenssegenskaber knapt så gode. Den totale fejl har dog en ganske pæn konvergens, hvorimod de to bidrag varierer temmelig kraftigt. AC - mæssigt er overføringsfunktionerne til udgangen konvergeret ($\pm 10\%$) i løbet af 5 trin. Tidsforløbet af de fire estimater er vist i fig. 9 - 11. Man finder variationen i \hat{G} og $\hat{\gamma}$ i tidsrummet fra $t = 300$ til $t = 400$, der gav anledning til DC - fejlene. Selvom estimatet af belastningen har en fejl på op til 0.1 giver dette sig ikke j.v.f. fig. 7 og 8 udslag i større totale fejl.

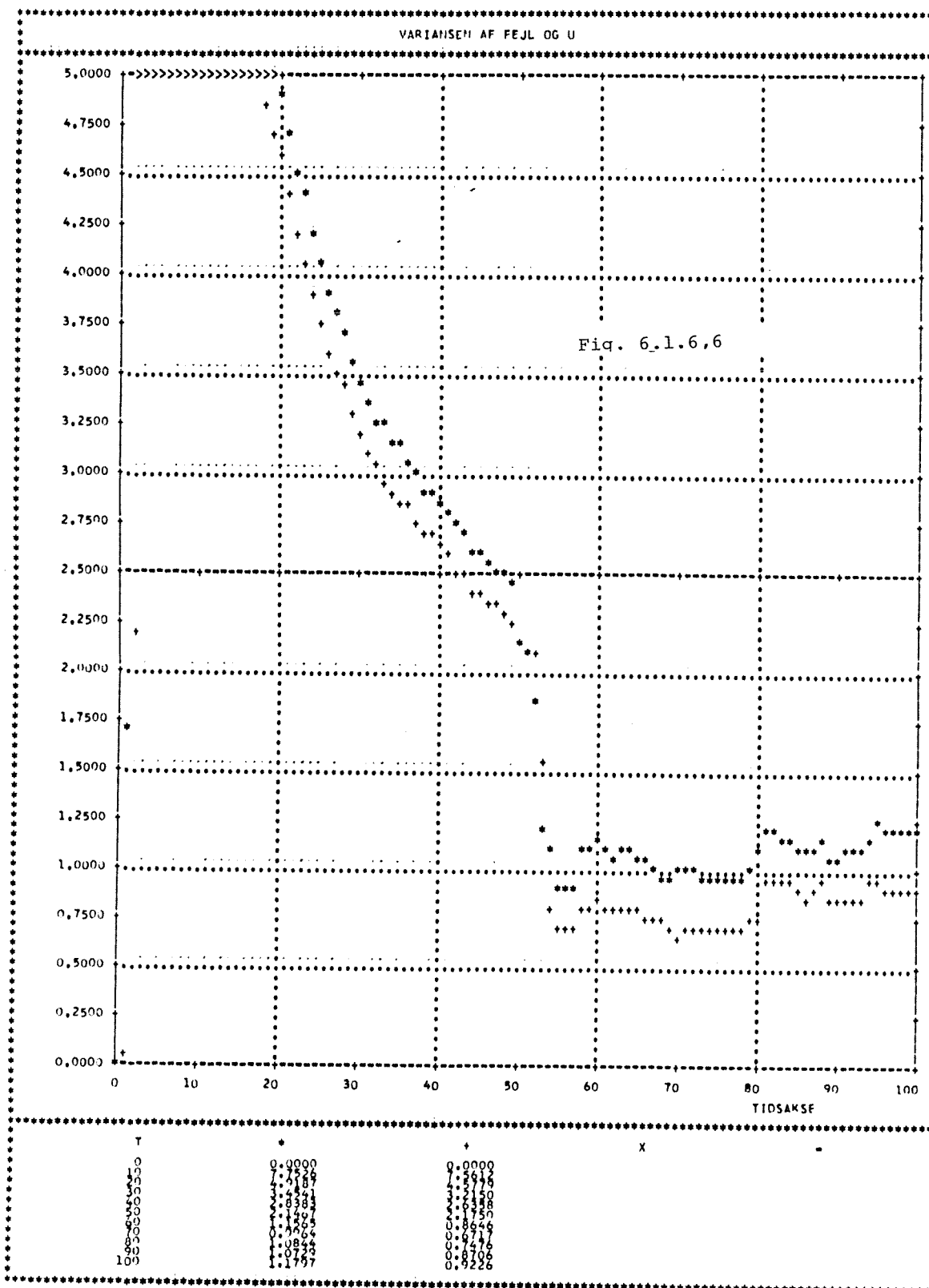
---ooo0ooo---











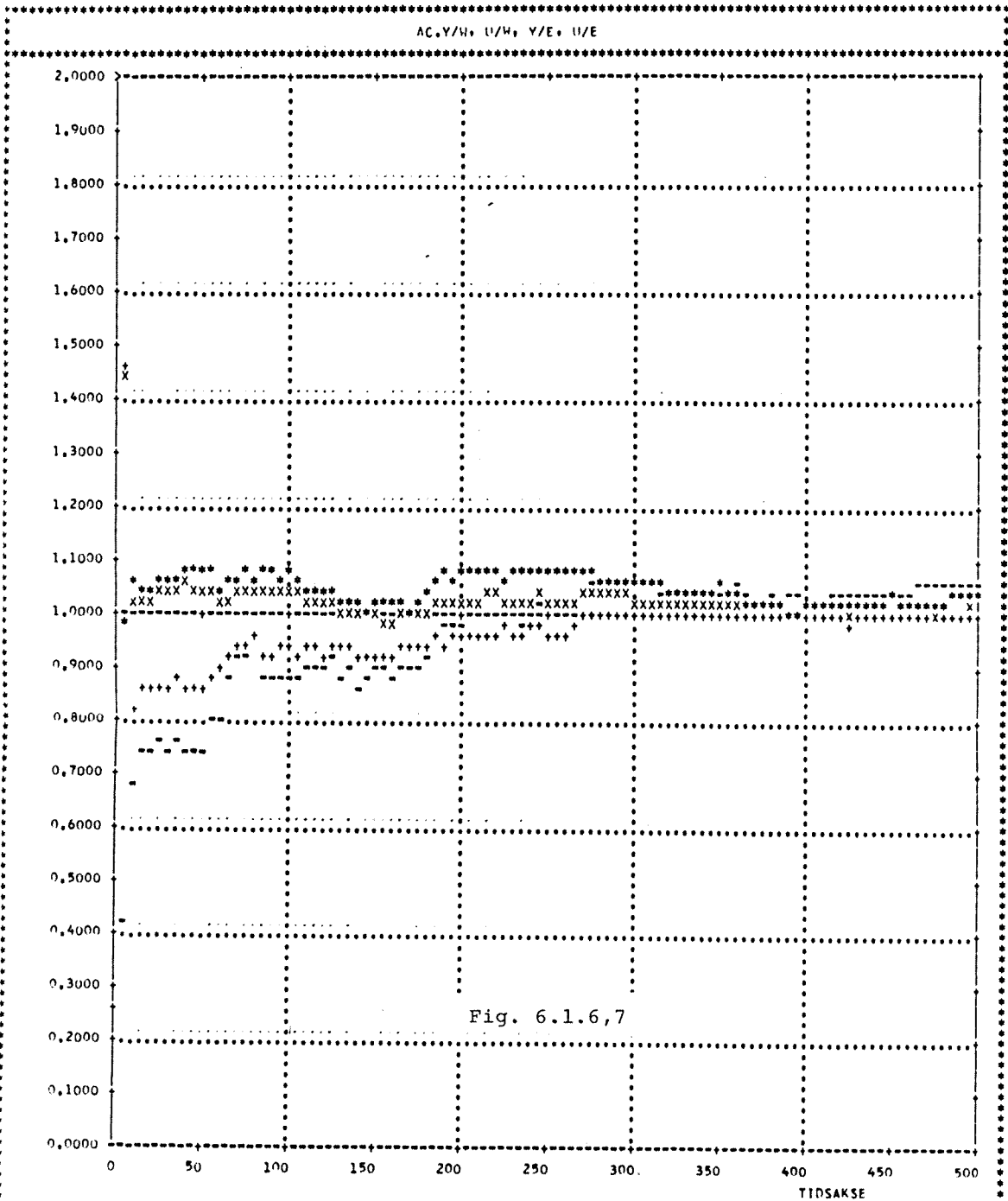
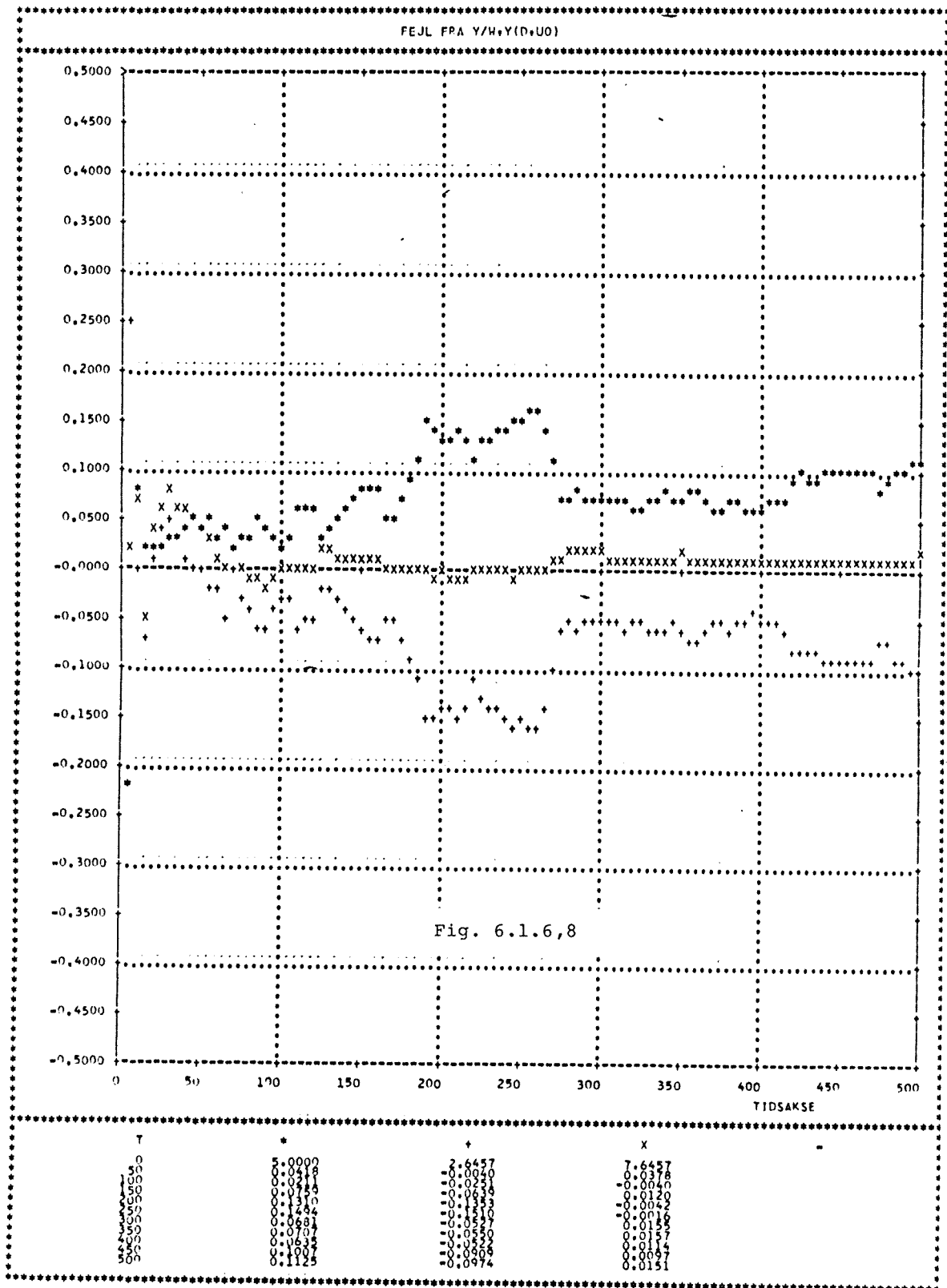
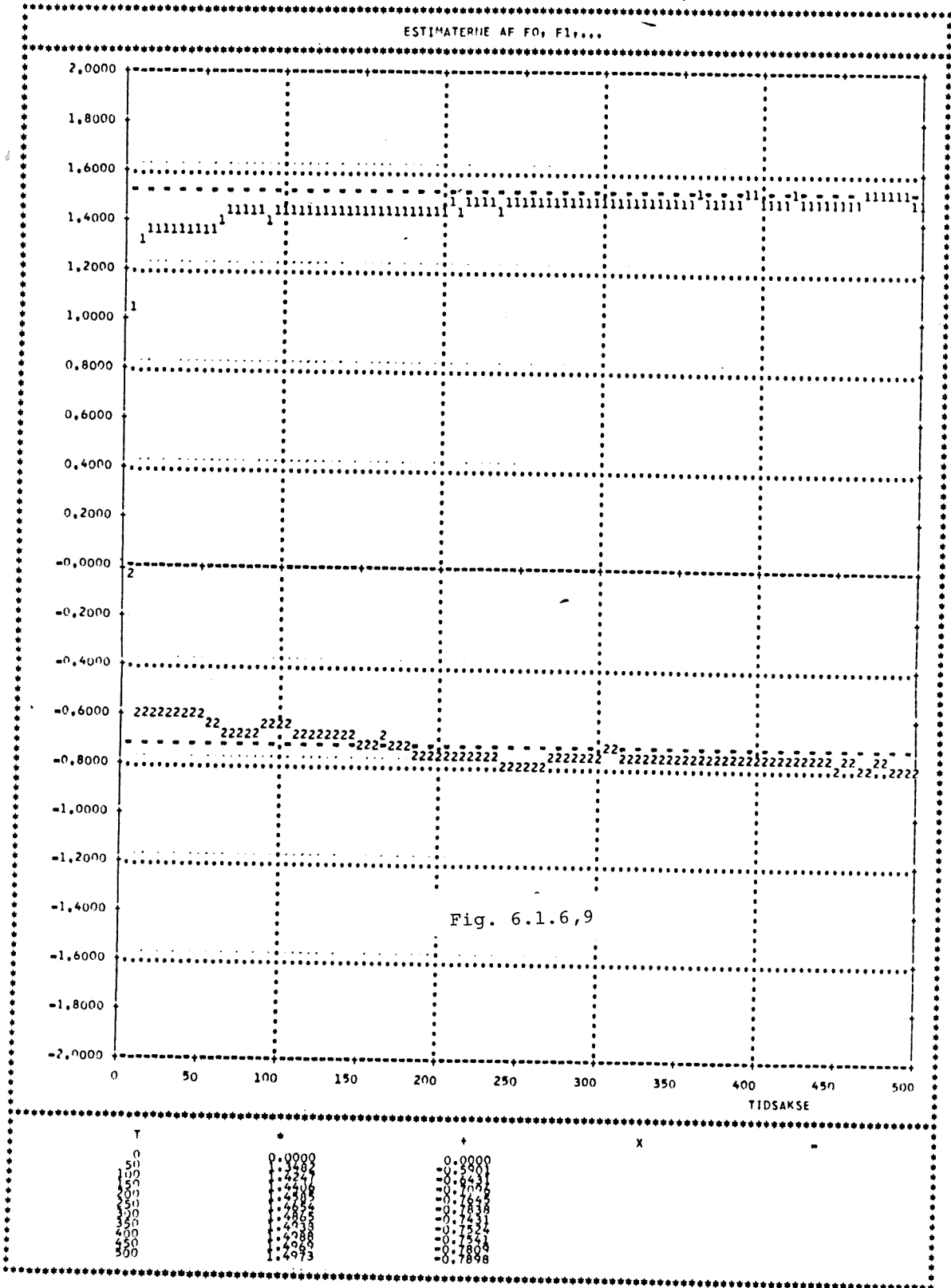
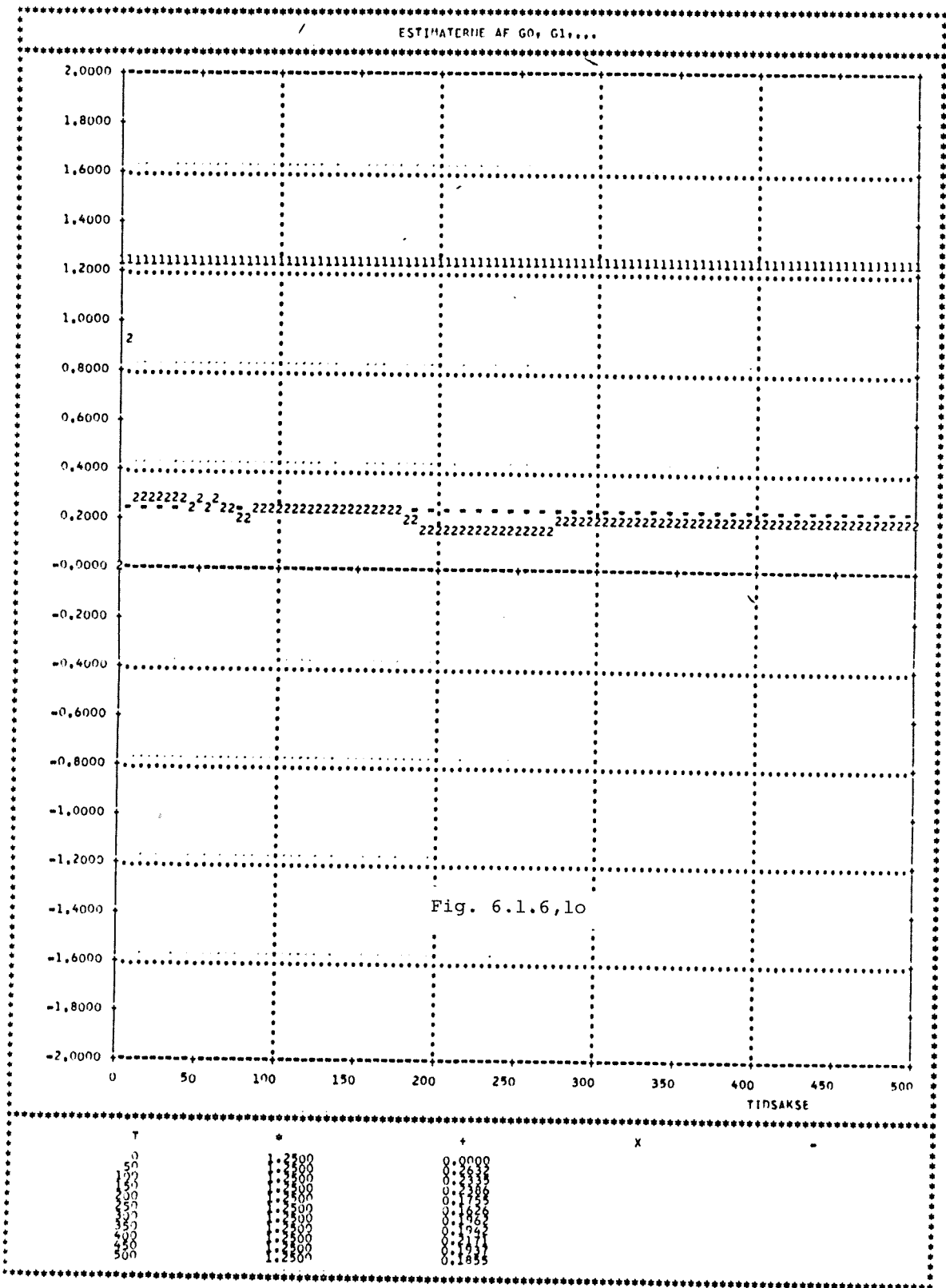


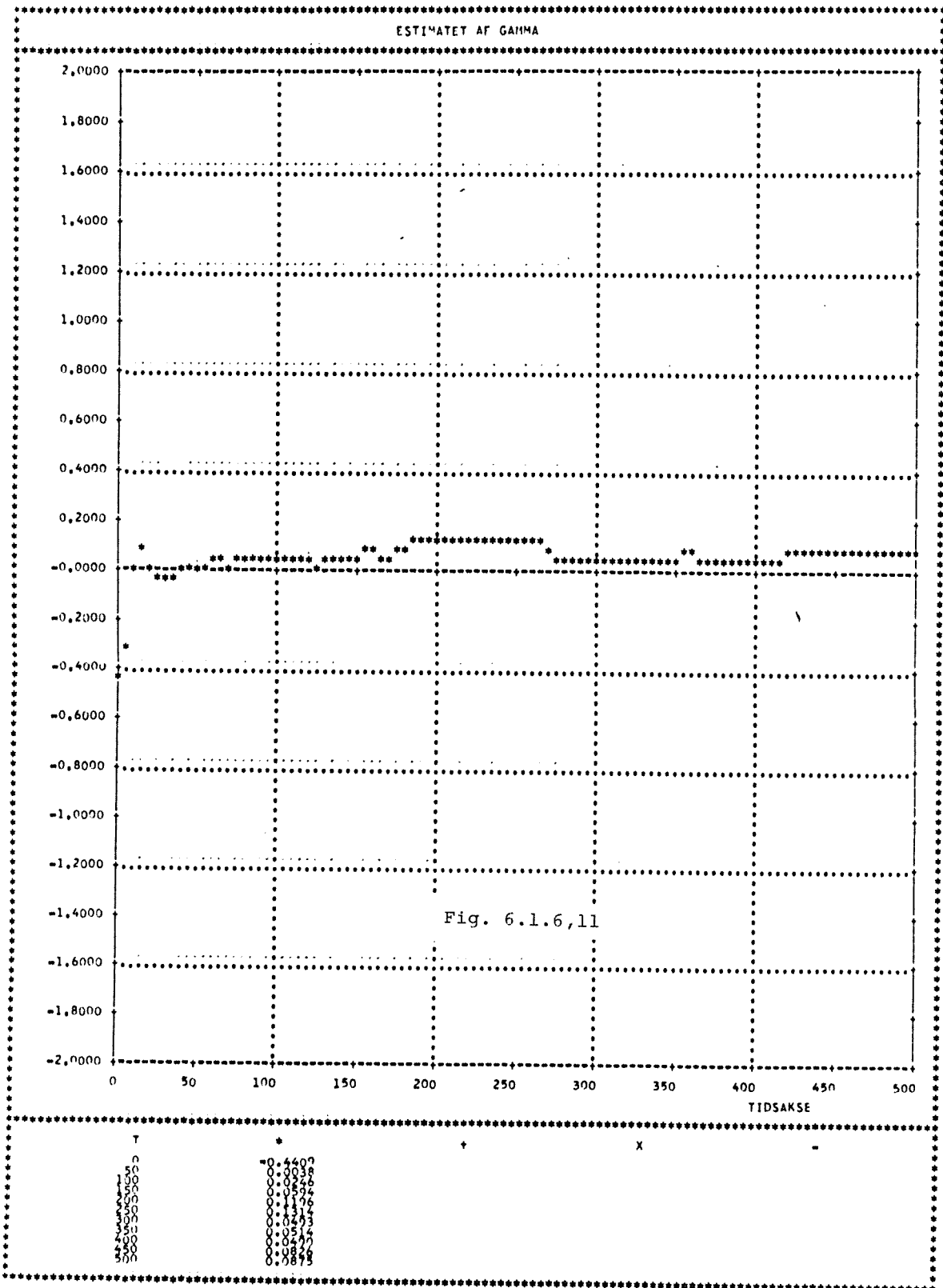
Fig. 6.1.6,7

T	*	+	X	-
0	11.7469	0.2654	6.6956	0.0000
50	1.0764	0.3837	1.0456	0.7389
100	1.0731	0.3522	1.0422	0.8639
150	1.0108	0.2700	0.9904	0.8914
200	1.0194	0.2933	1.0239	0.9858
250	1.0536	0.2830	1.0580	1.0133
300	1.0503	1.0017	1.0559	1.0270
350	1.0116	0.2953	0.9672	1.0438
400	1.0372	0.2982	1.0048	1.0249
450			1.0087	1.0449
500				1.0548









6.2 Objekt II.

Regulatorerne vil nu blive afprøvet på et simpelt første ordens objekt, der i kontinuert tid er karakteriseret ved overføringsfunktionen:

$$(1) \quad H_k(s) = \frac{1}{1 + s\tau}$$

som er af lavpas natur. I diskret tid, set gennem sample og holdenetværk, kan denne overføringsfunktion omformes til den her anvendte beskrivelse med

$$(2) \quad \begin{aligned} A(q^{-1}) &= 1 + aq^{-1} = 1 - 0.8q^{-1} \\ B(q^{-1}) &= b_0 = 0.2; \quad k = 1 \end{aligned}$$

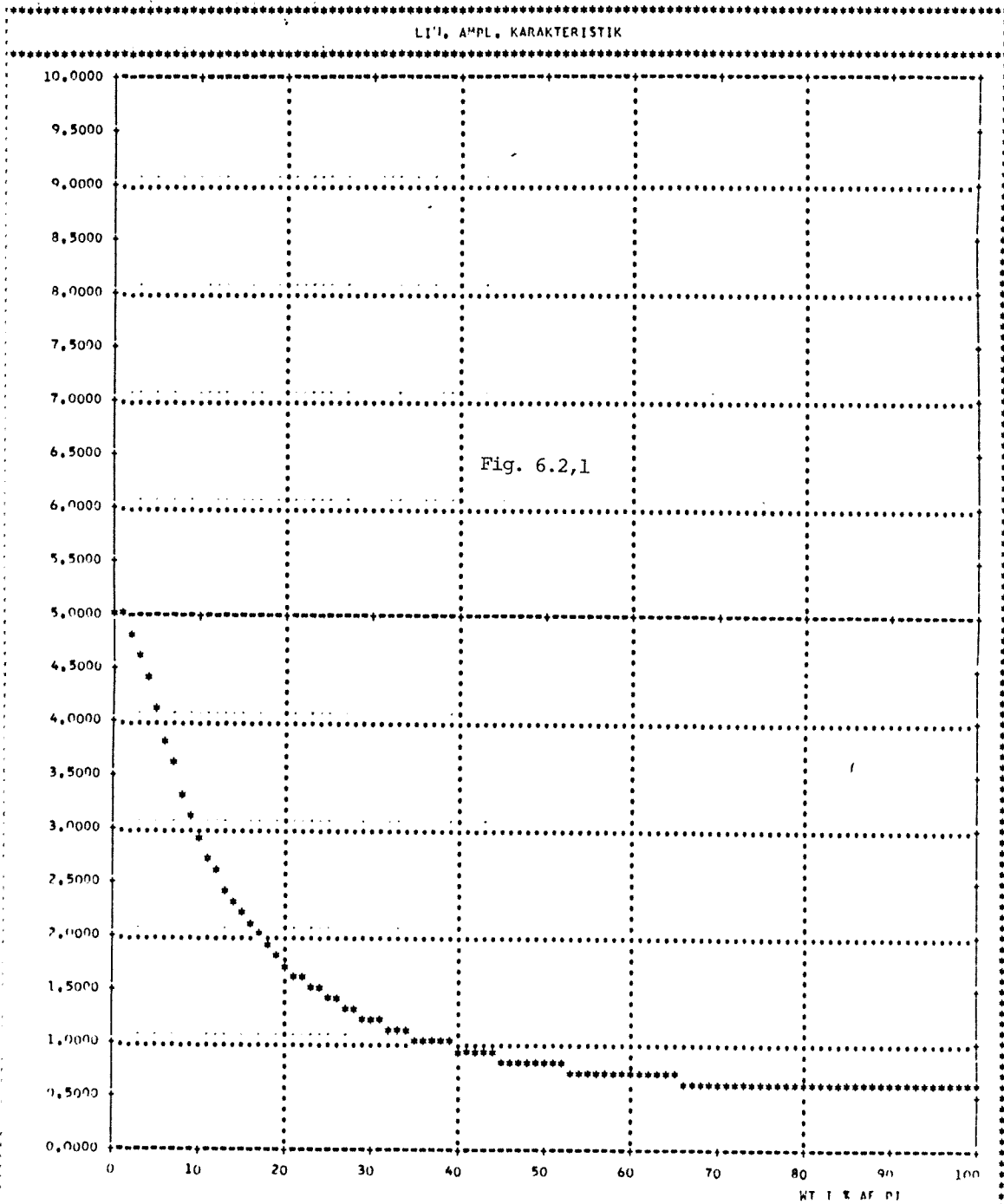
når der anvendes en samplingperiode på 0.22τ . De stationære forstyrrelser antages at være en følge af uafhængige $N(0, 0.1)$ - fordelte stokastiske variable. D.v.s. at

$$(3) \quad C(q^{-1}) = 1 \quad \text{og} \quad \sigma^2 = 0.1$$

Ureguleret vil dette give anledning til en varians af udgangs - signalet på

$$\text{Var}(y) = 0.278$$

Det bemærkes, at objektet har en DC - forstærkning på 1 fra styreindgangen men en tilsvarende på 5 fra forstyrrelserne. Det kan derfor forventes at kræve større styrreeffekt end det foregående objekt. Frekvenskarakteristikken af overførings - funktionen fra forstyrrelserne til udgangen er afbildet i fig.1.



T	*	X
0	5.0000	
10	2.9073	
20	1.7011	
30	1.2422	
40	0.9343	
50	0.7807	
60	0.6952	
70	0.6252	
80	0.5818	
90	0.5624	
100	0.5556	

6.2.1 Basal Minimalvariansregulering (MVo).

Den basale minimalvariansregulator fremkommer af den generelle polplaceringsalgoritme ved at vælge modellen til

$$(1) \quad A^m(q^{-1}) = B^m(q^{-1}) = 1$$

samt de ekstra indførte polynomier til

$$(2) \quad P_4(q^{-1}) = Q_4(q^{-1}) = 1$$

Da $C(q^{-1}) = 1$ er den stokastiske og den deterministiske versionens og observerpolynomiet vælges her til

$$(3) \quad T(q^{-1}) = 1$$

Regulatoren i forbindelse med dette objekt uhyre simpel, hvilket fremgår af den korrekt justerede, der er beregnet til

$$(4) \quad \begin{aligned} F(q^{-1}) &= f_0 = 0.8 \\ G(q^{-1}) &= 0.2 \quad \quad \quad \gamma = 0 \end{aligned}$$

Påvirkes objektet kun af støjen vil denne regulator give at

$$\text{Var}(y) = 0.1 \quad \quad \quad \text{Var}(u) = 1.6$$

Der er sammenlignet med ureguleret tilstand opnået en kraftig forbedring, idet variansen af udgangen er reduceret med 64%. Variansen af styresignalet er imidlertid temmelig stor. De to parameterestimater indgår i modellen.

$$(5) \quad y(t) = y_f(t) = \hat{f}_0 y(t-1) + \beta u(t-1) + \hat{\gamma} + \varepsilon(t)$$

hvor β er a priori estimatet af b_0 . Styresignalet bestemmes i

den selvindstillende regulator af udtrykket

$$(6) \quad u(t) = \frac{1}{\beta} (w(t) - \hat{f}_o y(t) - \hat{\gamma})$$

hvilket også fremgår af nedenstående blokdiagram.

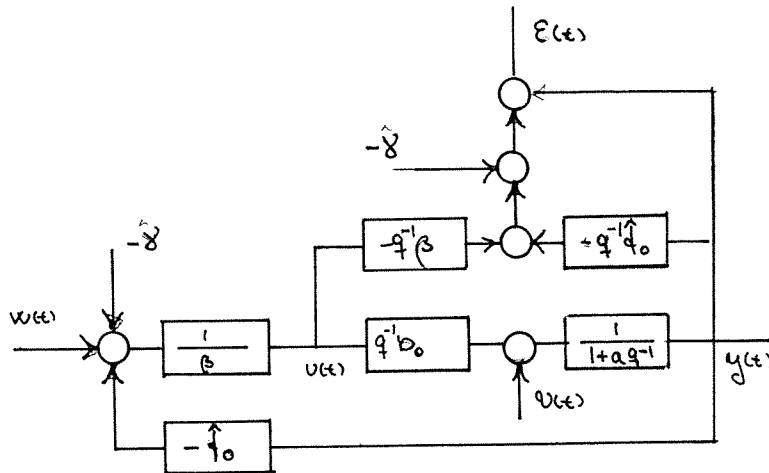


Fig. 1: Blokdiagram for MVo - regulator overfor objekt II.

Enten ved anvendelse af udtrykkene (A5,12 - 19) eller ved direkte inspektion af fig. 1 kan overføringsfunktionerne udregnes som funktion af de estimerede parameter. Disse er her

$$(7) \quad H_{Y,w} = q^{-1} \frac{b_o}{\beta + q^{-1}(\beta a + \hat{f}_o b_o)} \rightarrow q^{-1}$$

$$(8) \quad H_{u,w} = \frac{1 + aq^{-1}}{\beta + q^{-1}(\beta a + \hat{f}_o b_o)} \rightarrow \frac{1 + aq^{-1}}{b_o}$$

$$(9) \quad H_{\epsilon,w} = q^{-1} \frac{b_o - \beta - q^{-1}(\beta a + \hat{f}_o b_o)}{\beta + q^{-1}(\beta a + \hat{f}_o b_o)} \rightarrow 0$$

$$(10) \quad H_{Y,e} = H_{\epsilon,e} = \frac{\beta}{\beta + q^{-1}(\beta a + \hat{f}_o b_o)} \rightarrow 1$$

$$(11) \quad H_{u,e} = - \frac{\hat{f}_o}{\beta + q^{-1}(\beta a + \hat{f}_o b_o)} - \frac{a}{b_o}$$

Hvis størrelsen \bar{A} er givet ved (6,10), kan følsomheden af $H(q^{-1})$ overfor variationer i parameterestimatet, \hat{f}_o , defineres som

$$(12) \quad \varphi = \frac{1}{\bar{A}} \frac{\partial \bar{A}}{\partial \hat{f}_o}$$

Denne størrelse er selv i dette simple tilfælde ret kompliceret at få et billede af. Hvis man i stedet afbilder størrelsen

$$(14) \quad = K \frac{\bar{A} - \bar{A}_o}{\bar{A}_o} = K(ac(H) - 1)$$

som funktion af $\hat{\theta}$, her \hat{f}_o og også β , kan man ud fra disse tabs - fladers niveaukurver let få et visuelt indtryk af den pågældende overføringsfunktions følsomhed. I (14) er K en valgt skaleringsfaktor, der i det følgende har værdien 5. I fig. 2 - 6 er φ af - billedet som funktion af β og \hat{f}_o . For $H_{,w}$ er $\bar{A}_o = 0$ og derfor er kun $K\bar{A}$ afbildet. Omsætningen mellem markører og talværdier for φ fremgår af fig. 7.

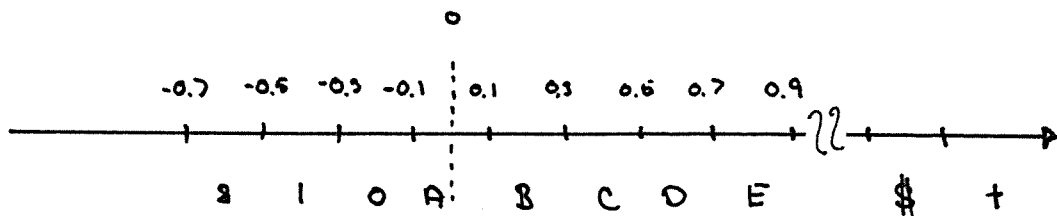


Fig. 7: Omsætning mellem talværdier og markører

Ustabile punkter markeres med stjerner (*). For at analysere forholdene ved DC kan størrelsen defineret ved:

$$\varphi_{dc} = K \frac{H(1) - H^o(1)}{H^o(1)}$$

afbildes som funktion af parameterestimerne, hvorved er fremkommet nogle tilsvarende flader. Overføringsfunktionen H^0 er den korrekte overføringsfunktion. Ud fra disse flader eller deres niveaukurver kan DC - følsomheden undersøges.

Den basale minimalvariansregulator er dimensioneret således at

$$(15) \quad I_r(t) = E\{ (y(t+1) - w(t))^2 | t \}$$

bliver minimeret for korrekte regulatorparameter. Kriteriefunktionen for estimationen er derimod

$$(16) \quad I_e(t) = \sum_{i=0}^t \epsilon^2(t)$$

I opstartsperioden, hvor $\hat{\theta}(t)$ på grund af grovestimationen varierer kraftigt, vil ergodisitetssætningen ikke kunne anvendes. Når forholdene er mere stationære vil de to kriterier approximativt være ens, hvilket giver sig til udtryk ved, at både $H_{y,e}^0$ og $H_{\epsilon,e}^0$ er 1, mens $H_{\epsilon,w}^0$ er 0. Fig. 2 viser følsomheden af $H_{\epsilon,e}$ og $H_{y,e}$. At dalen (" A ") er ubegrænset kan sammenholdes med identifikationsbetingelsen (3.8,4), der gælder for fast regulator. Startfænomener kan ikke forklares med disse tabsflader, fordi punkterne i disse er udregnet under antagelse af, at regulatorparameterne er konstante. I resten af tiden, hvor finjusteringen foregår, vil der tilnærmeth gælde stationaritet og tabsfladerne for estimationen vil da tilnærmeth have et udseende som fladerne i fig. 2. Hvis β ikke er fastholdt, kan man frygte at parameterpunktet, $\hat{\theta}(t)$ samt β , driver ud langs bunden af dalen. Da nu $H_{\epsilon,e}$ og $H_{y,e}$ er identiske for konstant $\hat{\theta}$, vil dette ikke betyde noget for reguleringen, når $w(t) = 0$. Det fremgår af fig. 6, at styrevariansen heller ikke ændres ved en sådan vandring. Derimod kan man løbe ind i numeriske problemer. Hvis $w(t) \neq 0$ kan en vandring langs dalbunden ikke finde sted, fordi niveaukurverne for DC - følsomheden (fig. 8) af $H_{\epsilon,w}$ næsten er ortogonale med dalbunden.

5.2 Deadbeat - Regulatorerne.

I det følgende gennemgås to adaptive deadbeat - regulatorer. De to varianter er hentet fra /9/ og /10/. Selve regulatorerne er, i modsætning til den førnævnte minimal - varians - regulator dimensioneret ud fra et rent deterministisk synspunkt og kun overfor referencesignalet. At regulatorerne er dimensioneret overfor en trinpåvirkning af referencen kan ses i sammenhæng med, at det er en klassisk metode at bedømme et regulerings systems dynamiske egenskaber ud fra dets springrespons. I modsætning til rapportens øvrige regulatorer indeholder disse to varianter en integrator, hvilket gør dem velegnede til formål hvor identifikationsdelen kun er tilkoblet regulatoren indtil tilfreds - stillende regulering er opnået. Identifikationsdelen kan da tilkobles andre regulatorer, mens den omtalte regulator kan klare belastningsvariationer skønt regulatortypen ikke er dimensioneret overfor disse forstyrrelser.

Ligesom den basale minimal - varians - regulator, der overfor referencesignalet ligeledes er en deadbeat - regulator, kan kravet om endelig indstillingstid give anledning til urealistisk store styresignaler, når referencen springer. De her beskrevne deadbeat - regulatorer kan ganske udmærket anvendes i forbindelse med objekter, der har nulpunkter udenfor enheds - cirklen. Men til gengæld kan de ikke klare ustabile objekter.

I de første afsnit gennemgås en kort udledning af de to deadbeat - regulatorer for kendt objekt. Samtidig nævnes de mest karakteriske egenskaber ved regulatorerne. I en del af dette afsnit anvendes den komplekse variable $z = e^{sT}$. Overføringsfunktioner i z^{-1} har simple fælles træk med ditto i skifteoperatoren, q^{-1} , der modsat z tilhører tidsdomænet. I sidste afsnit præsenteres de adaptive regulatorer, der er eksempler på eksplicitte algoritmer.

5.2.1 Dimensionering overfor kendt objekt.

Lad objektet i det følgende være beskrevet af :

$$(1) \quad A(z^{-1})y(z) = z^{-k}B(z^{-1})u(z)$$

hvor:

$$(2) \quad \begin{aligned} A(z^{-1}) &= 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{n_A} z^{-n_A} \\ B(z^{-1}) &= b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_{n_B} z^{-n_B} \end{aligned}$$

En deadbeat - regulator er dimensioneret således, som navnet antyder, at objektet er indstillet et endeligt tidsrum efter, at referencen er ændret. Lidt mere stringent skal regulatoren konstrueres sådan, at når:

$$(3) \quad w(t) = \begin{cases} 0 & \text{for } t < 0 \\ 1 & \text{for } t \geq 0 \end{cases}$$

skal

$$(4) \quad y(t) = 1 \quad \text{for } t \geq m_1 + k$$

$$(5) \quad u(t) = u(\infty) \quad \text{for } t \geq n_1$$

De to deadbeat - typer adskiller sig kun ved valget af indstillingstiderne, n_1 og m_1 . Modsat den basale minimalvarians - regulator gælder kravet om endelig indstillingstid også styresignalet. Kravet (4) kan udtrykkes ved at:

$$(6) \quad y(z) = y(1)z^{-1} + \dots + y(m_1-1)z^{1-m_1} + [z^{-m_1} + \dots]$$

Det vil da sige at:

Dalens forløb er samstemmende med kravet til β

$$\frac{\beta}{b_0} > \frac{1}{2}$$

når der skal angives et a priori estimat af b_0 . Man kan endvidere se, at hvis β vælges større end b_0 , vil estimatet af f_0 ikke være lige så sikkert, fordi $H_{\epsilon,e}$ da ikke er så følsom overfor variationer i \hat{f}_0 . Dalens retning er bestemt af objektet og har her en retning, der er uheldig ved en estimation af f_0 . Imidlertid er dette af mindre betydning, hvis de interessante overføringsfunktioner er ufølsomme overfor variationen i samme grad som $H_{\epsilon,e}$. Den mest gunstige situation foreligger, hvis man for et objekt kan dimensionere en selvindstillende regulator, sådan at følsomheden af $H_{\epsilon,e}$ for parameterfejl er meget høj, mens $H_{y,e}$ har en meget ringe følsomhed. Det nærmeste man kan komme denne situation med de her undersøgte regulatore er, at de to overføringsfunktioner har samme følsomhed. Dette indtræffer netop i dette tilfælde. I de andre typer, hvor man indfører poler og nulpunkter i den ønskede overføringsfunktion fra støj til udgang for at reducere styrevariansen, vil $H_{y,e}$ have større følsomhed overfor parameterfejl end $H_{\epsilon,e}$.

Af fig. 4 kan det aflæses, at for $\beta = b_0$ har $H_{y,w}$ de samme egenskaber overfor variationer i \hat{f}_0 som $H_{y,e}$. Dette skyldes, at det korrekte punkt i tabsfladen for $H_{y,w}$ ligger ved foden af en iøvrigt temmelig stejl skrånt, der er parallel med \hat{f}_0 -aksen. Følsomheden af $H_{y,w}$ overfor variationer i β er stor, når $\beta < b_0$, mens den er noget mindre, når $\beta > b_0$. Dette fænomen er gennemgående ved alle overføringsfunktionerne. For overføringen $H_{u,w}$ ligger det korrekte punkt også ved foden af en skrånt. Dennes retning har dog en svag hældning, der udtrykkes i at overføringsfunktionens følsomhed er højere end $H_{y,w}$. Den mest følsomme er dog $H_{u,e}$ (fig. 6), der ligger på en niveaukurve med samme retning som dalbunden i fig. 2. Det vil nu blive undersøgt om

disse analyser passer med observationerne.

Servoegenskaber.

Fig. 9 viser signalerne for en støjfri simulation med en fir-kantbølge som referencesignal. Kurven over parameterestimerne bevidner, at begge estimater er korrekt til $t = 2$. I figurene 10 - 11 er vist signalerne $y(t)$, $u(t)$ og $w(t)$ samt AC - forstærkningerne, når der sættes støj til objektet. Man ser også her en meget hurtig konvergens i $H_{y,e}$ og $H_{y,w}$. De to overføringsfunktioner til styresignalet, $H_{u,e}$ og $H_{u,w}$, er noget mere følsomme, hvilket fint passer med analysen af tabsfladerne. Man kan også iagttage at AC - forstærkningen for $H_{u,e}$ fluktuerer mere end for $H_{u,w}$. Også dette kunne forudsiges ud fra følsomhedsanalysen. Sammenlignes tabene over de sidste 80 trin, finder man at tabene for $y(t)$ og $u(t)$ er 3.3% og 5% højere end for korrekt justeret regulator. Disse tab skyldes hovedsageligt DC - fejl, som det fremgår af fig. 12.

Reguleringsegenskaber.

Tidsforløbet af tabene og de målte varianser er afbildet i fig. 13 og 14. Her er referencesignalet en trinfunktion. Det meget enkle objekt af forholdene er meget fine. Tabene over de sidste 400 trin ligger mellem 2.5% og 2.7% under det beregnede. Som følge af at $k = 1$ er residualerne, $\varepsilon(t)$, og $\Phi(t)$ identiske. Det bemærkes endvidere, at på nær en startværdi i $t = 0$ er estimationstab og tabet for $y(t)$ ens. De samme forhold er udtrykt i kurverne over varianserne.

Konvergenssegenskaber.

Da der kun er en dynamisk parameter, der skal estimeres, er

konvergenshastighederne for AC - forstærkningerne temmelig høje j.v.f. fig. 15. Man ser, at for korrekt a priori estimat af b_0 er forholdet for $H_{y,w}$ og $H_{y,e}$ ens, hvilket også fremgår af (7) og 10. Forudsigelserne af tabsfladerne passer lige så godt som når der anvendes en firkantbølge som reference. Ved andre simulationer er det fundet, at dette også er tilfældet, hvis $w = 0$ eller $d \neq 0$.

AC FOELSOEHEDEN AF OVERFØRINGER I EPS/E

Fig. 6.2.1,2

REG. TYPE I POL(MV)
ABCISSE I FO
ORDINAT I 80

REF = 1,0000
SKALERINGSFAKTOR I 5,0000
AKSEFORHOLD I 1,0000

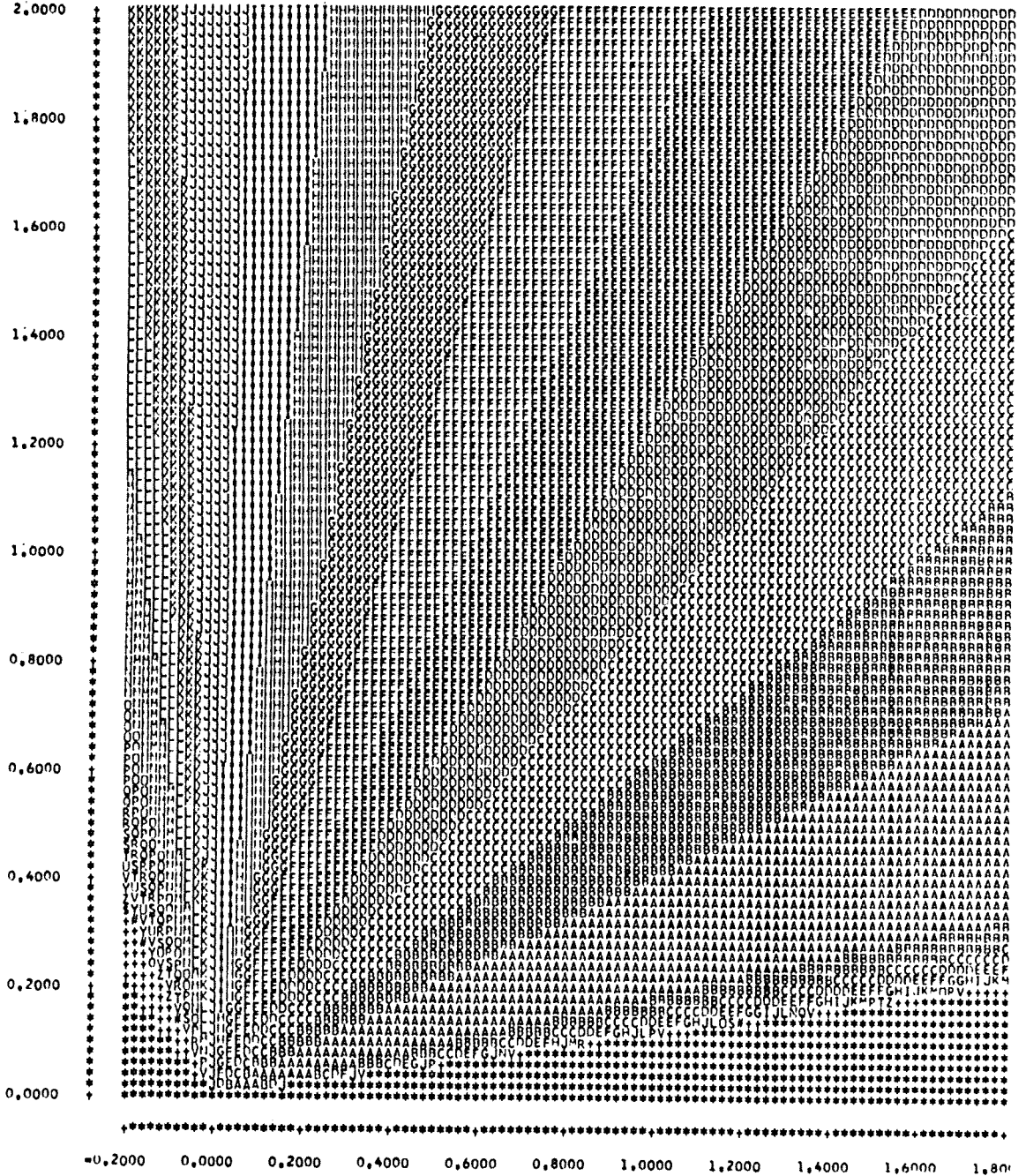


Fig. 6.2.1,3

AC FOELSOEHEDEN AF OVERFOERINGEN EPS/W

REG. TYPE I POL(MV)
ABCISSÆ I F0
ORDINAT I B0

REF = 0,0000
SKALERINGSFAKTOR I 5,0000
AKSEFORHOLD I 1,0000

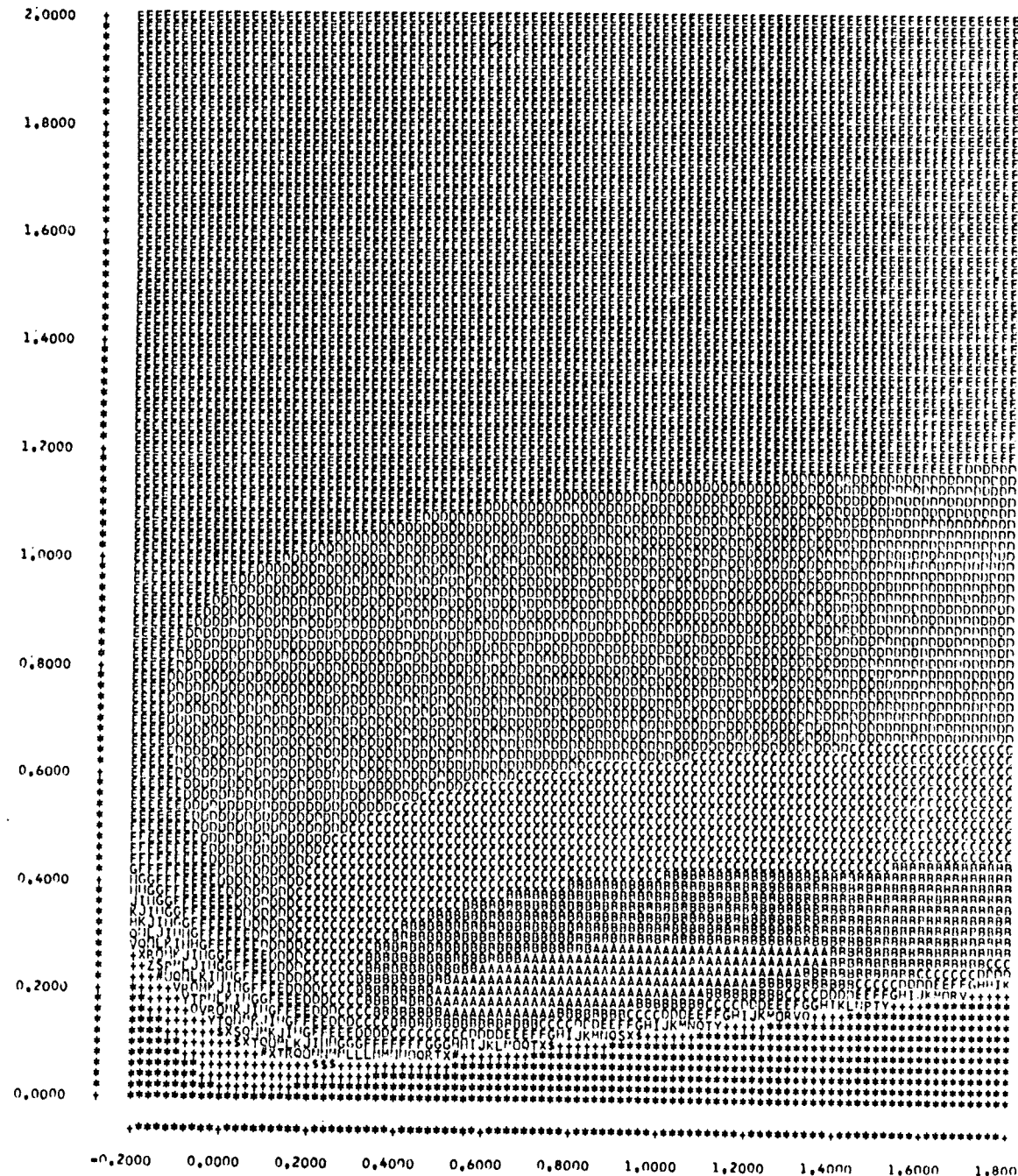


Fig. 6.2.1,4

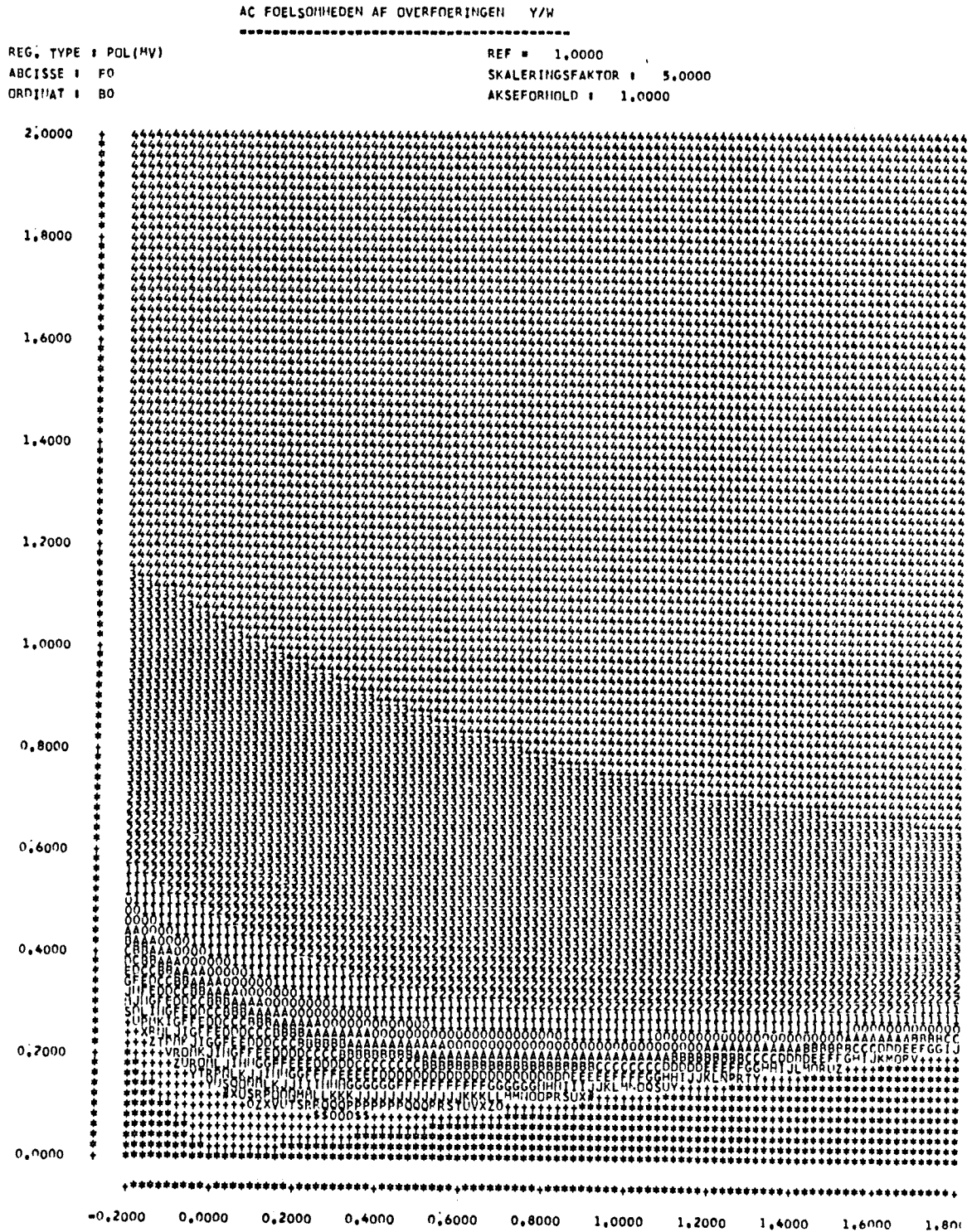
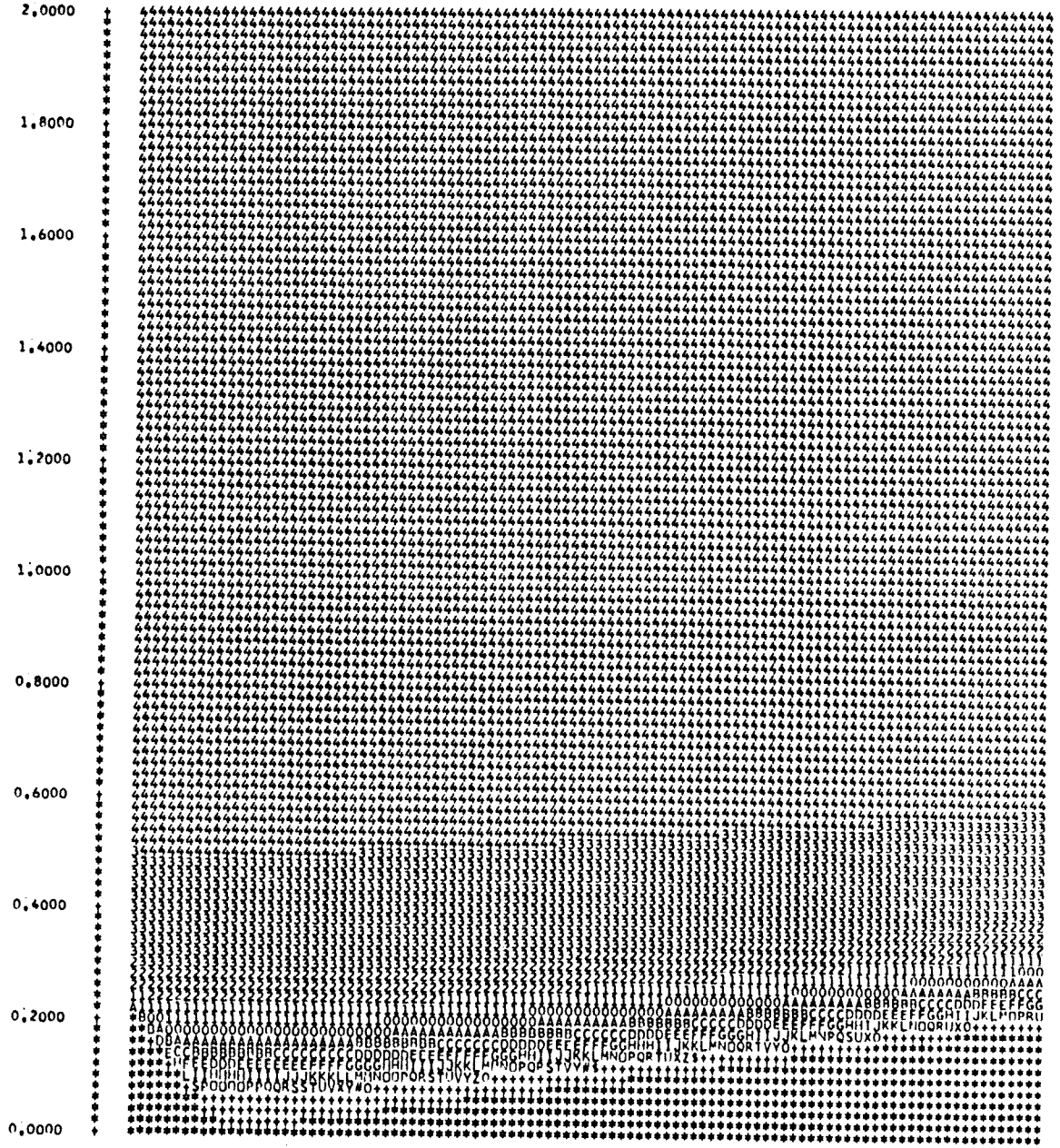


Fig. 6.2.1,5

AC FOELSOEHNEDEN AF OVERFOERINGEN U/W

REG. TYPE : POL(MV)
ABSCISSE : FO
ORDINAT : BO

REF = 41,0000
SKALERINGSFAKTOR : 5,0000
AKSEFORHOLD : 1,0000



-0,2000 0,0000 0,2000 0,4000 0,6000 0,8000 1,0000 1,2000 1,4000 1,6000 1,800

AC FOELSOEMMEN AF OVEFFOERJINGEN U/E

Fig. 6.2.1,6

REG. TYPE : PUL (MV)
ABCISSE : FO
ORDINAT : BO

REF = 16,0000
SKALERINGSFAKTOR : 5,0000
AKSEFORHOLD : 1,0000

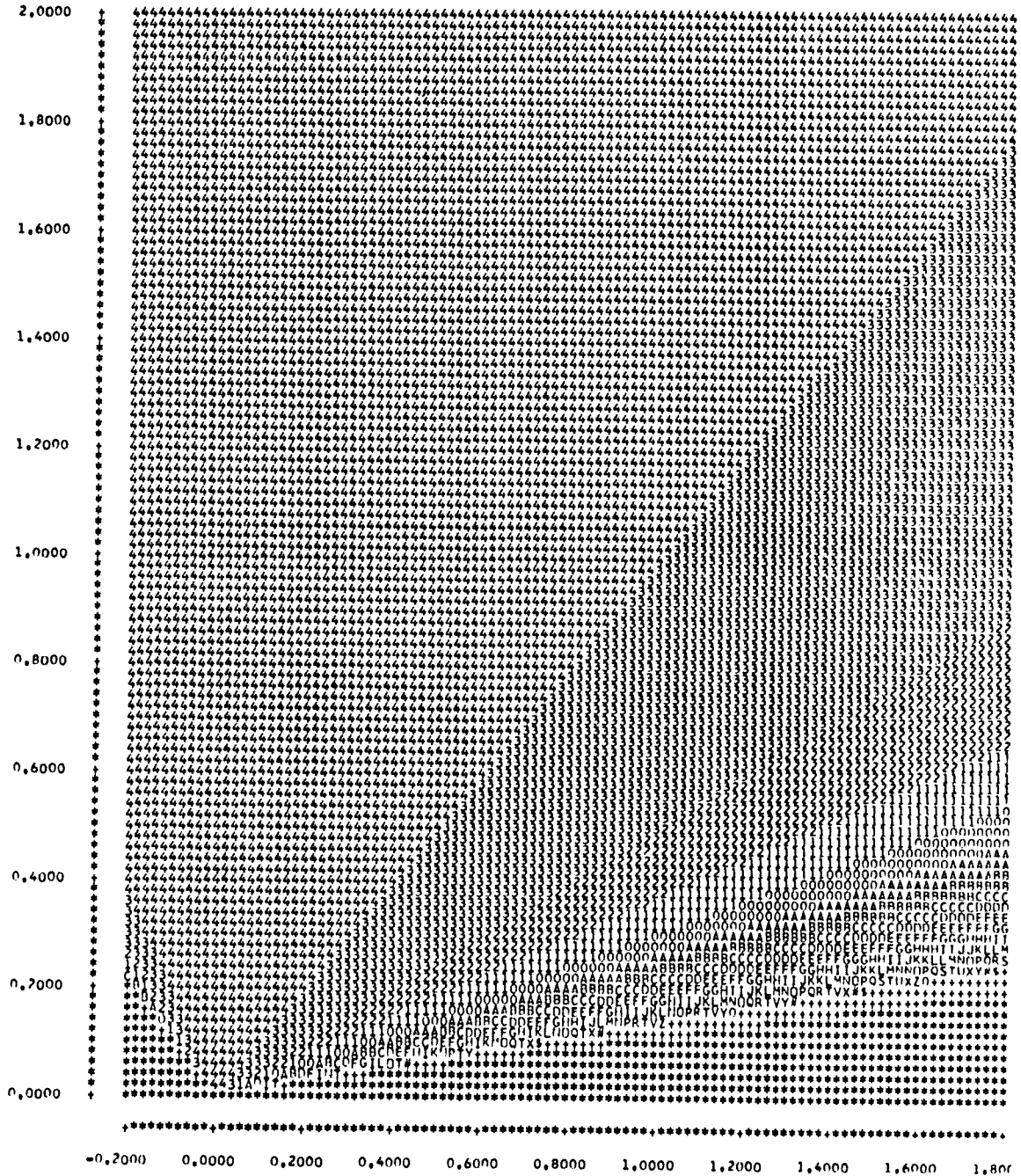
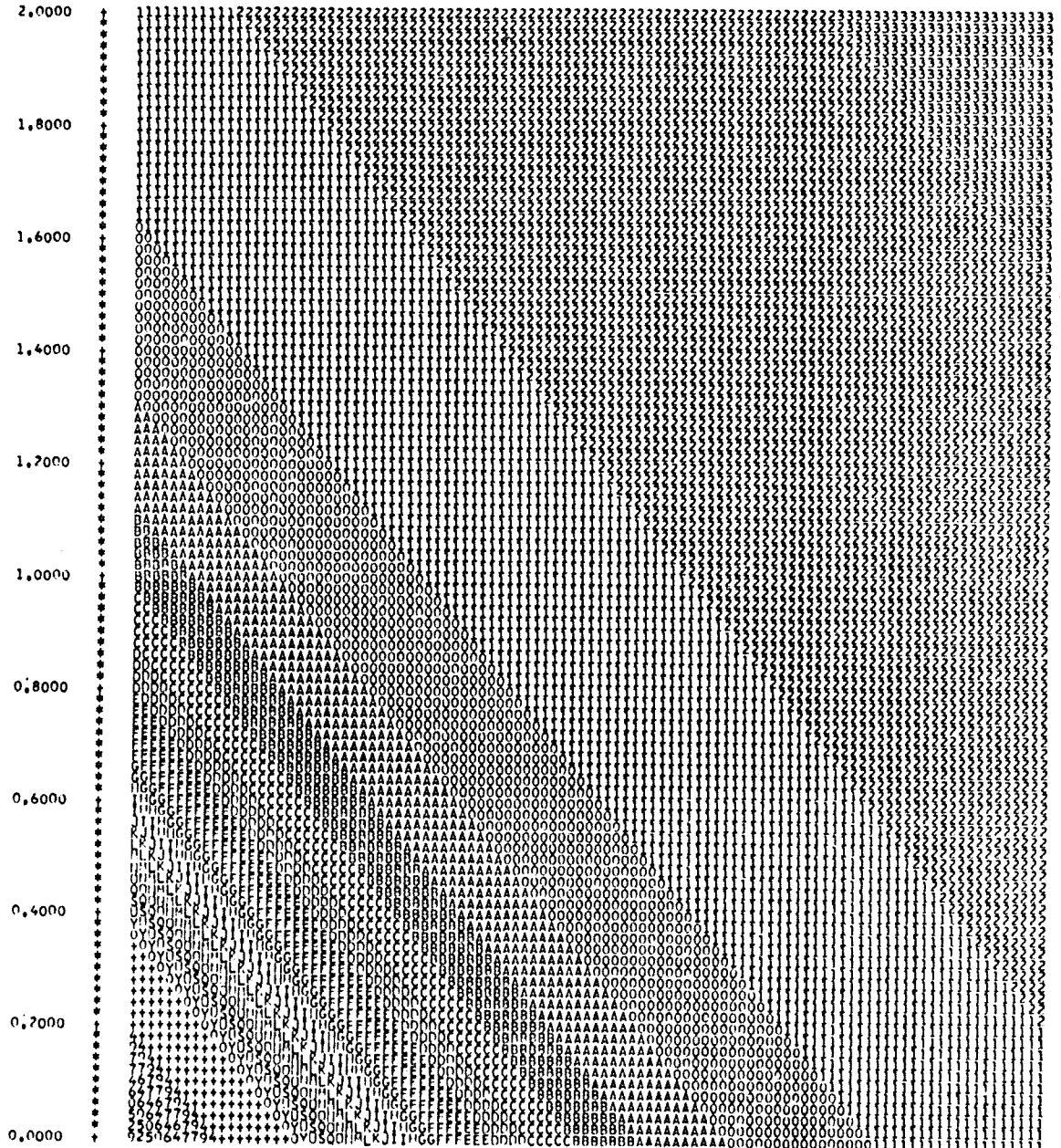


Fig. 6.2.1,8

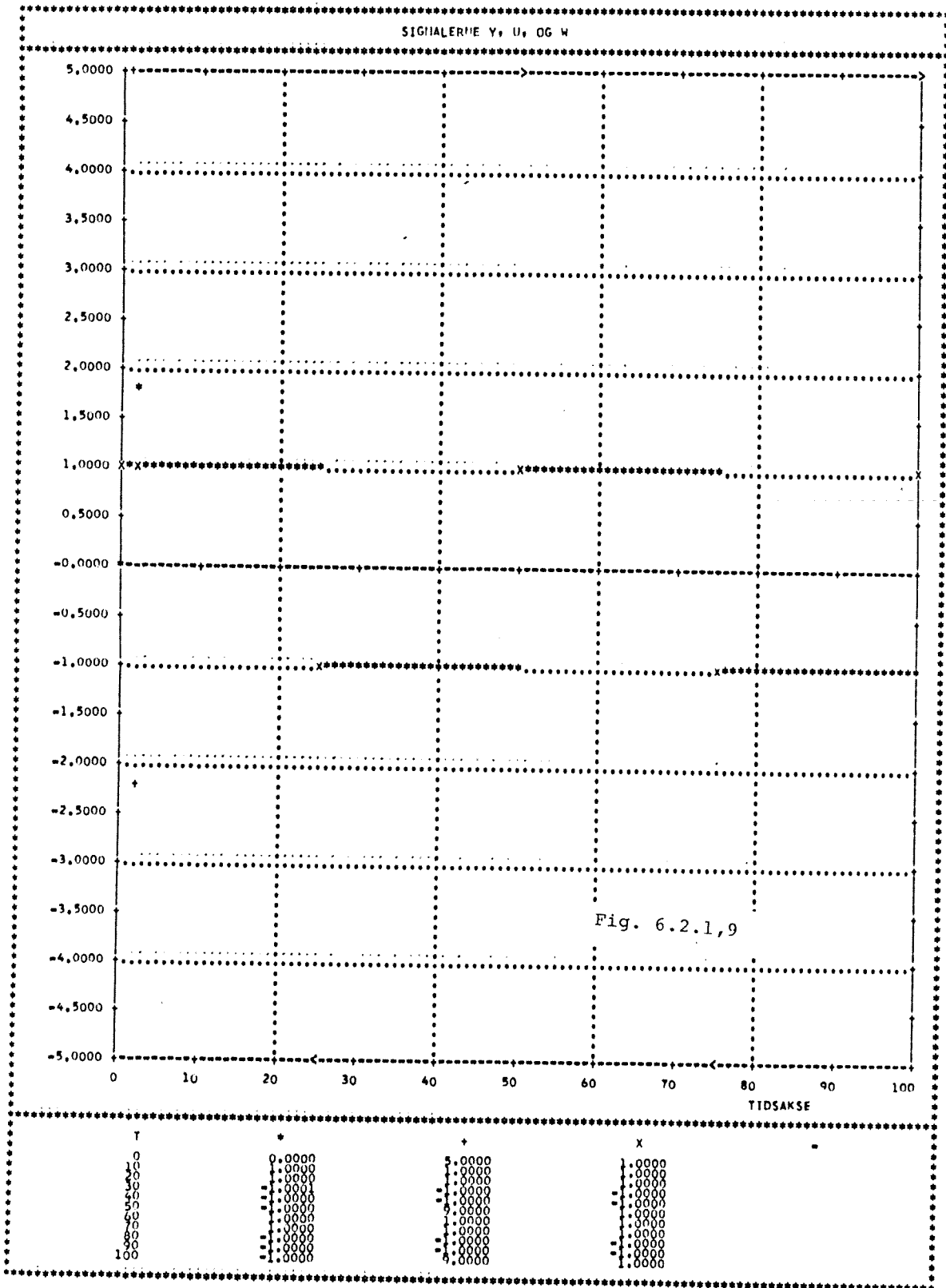
DC FOELSOEHEDEN AF OVERFØRINGEREN EPS/W

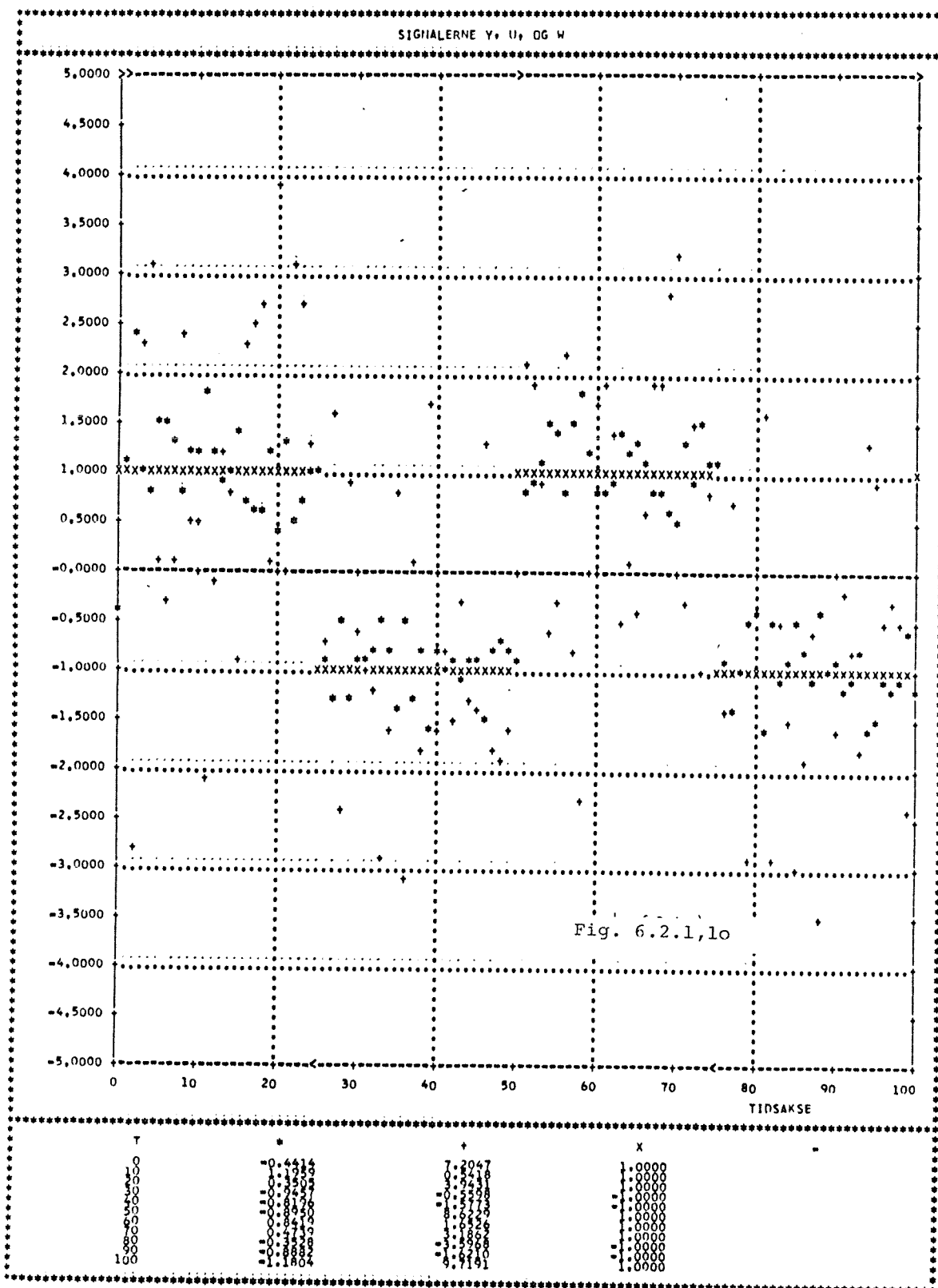
REG. TYPE : POL(MV)
ABCISSE : FO
ORDINAT : BO

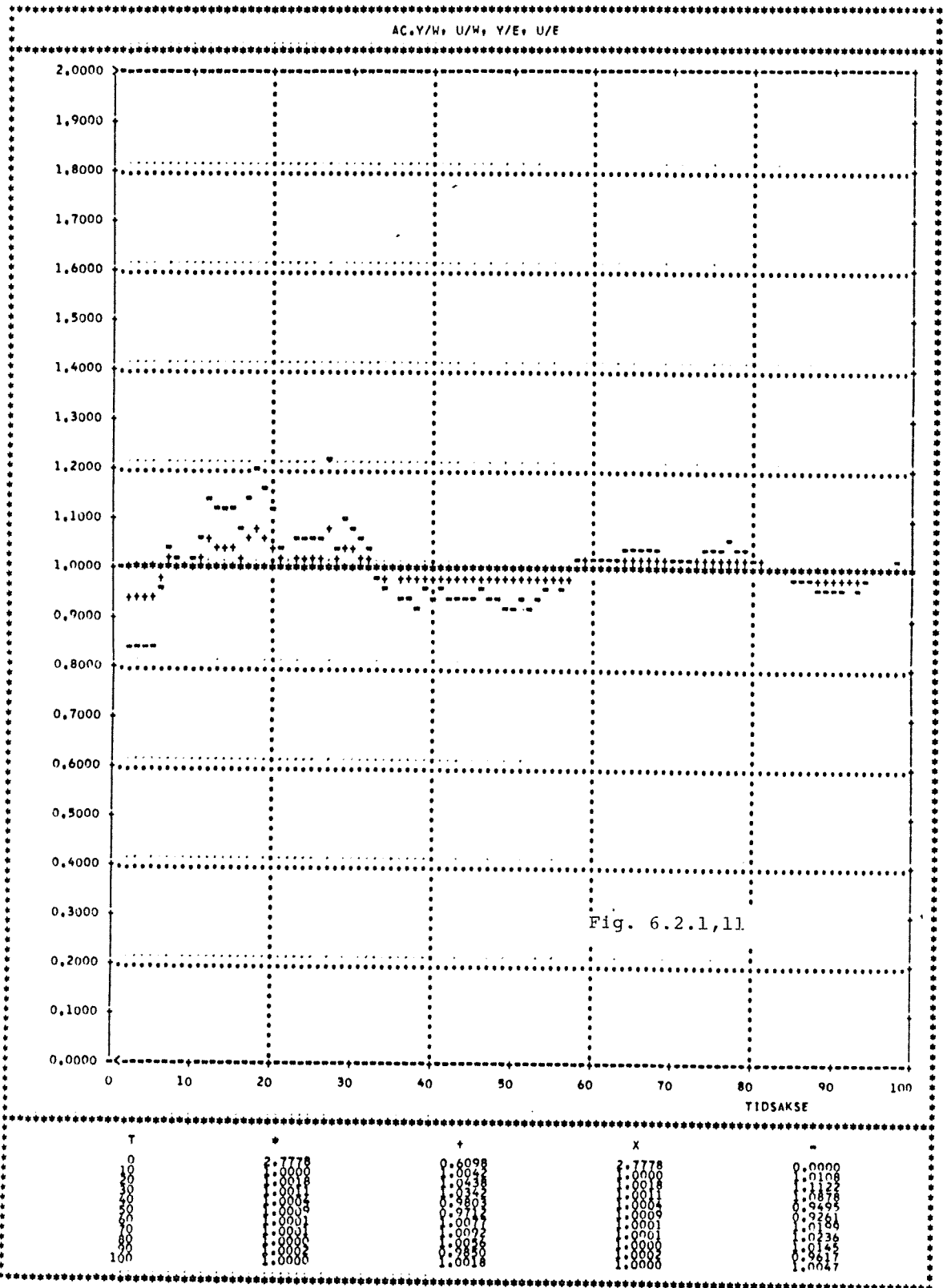
REF = 0,0000
SKALERINGSFAKTOR : 5,0000
AKSEFORHOLD : 1,0000

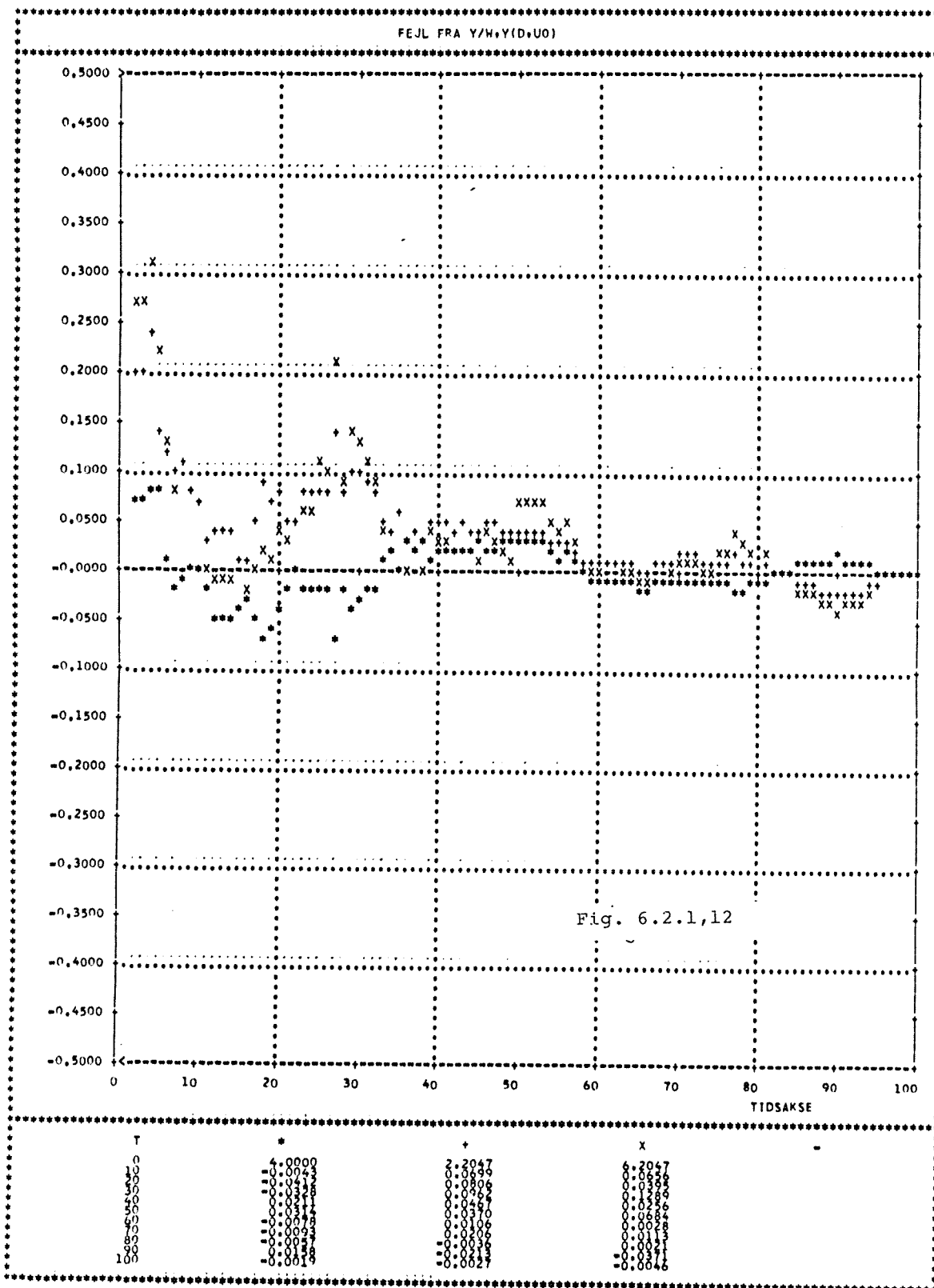


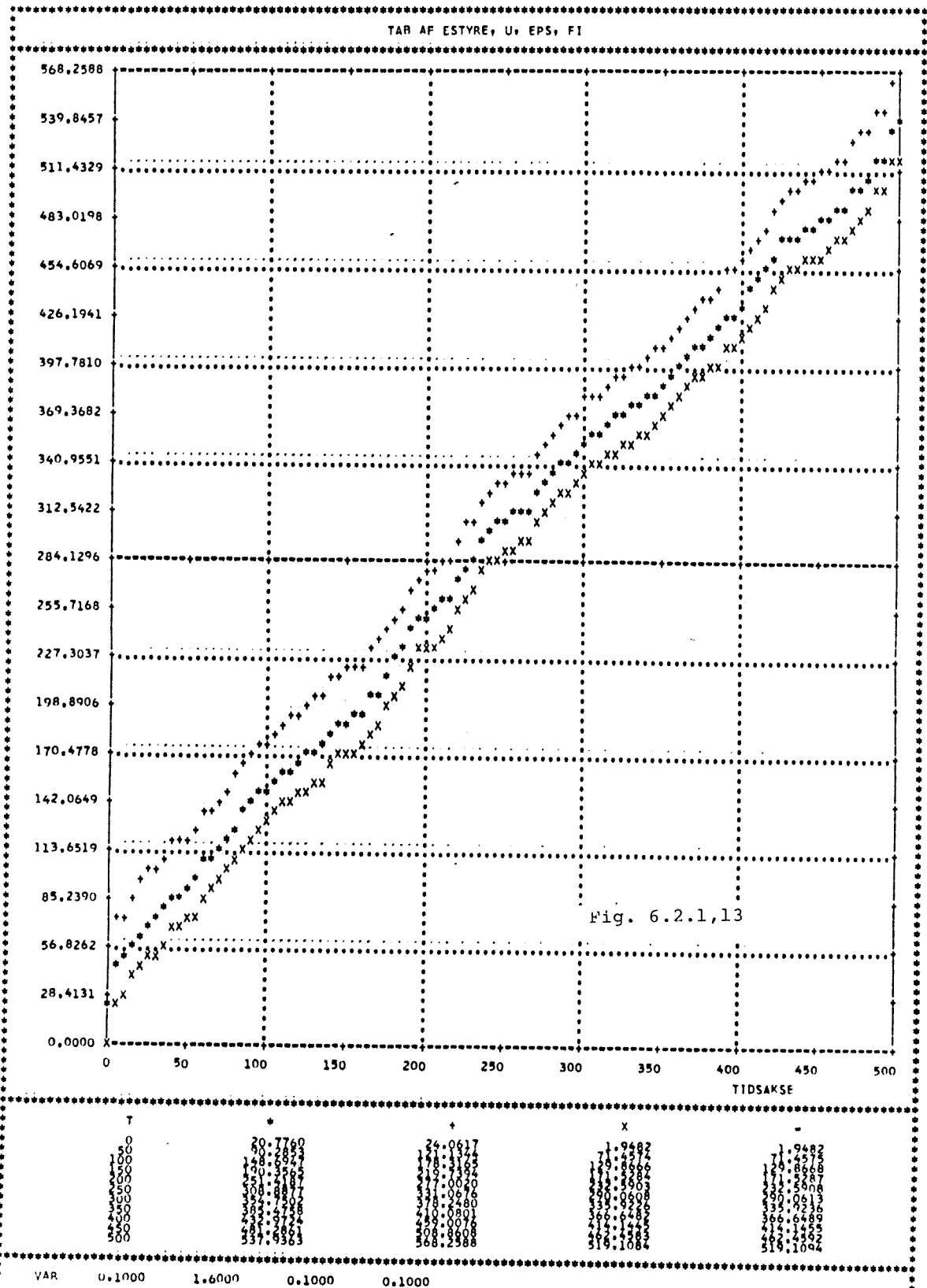
 -0,2000 0,0000 0,2000 0,4000 0,6000 0,8000 1,0000 1,2000 1,4000 1,6000 1,8000

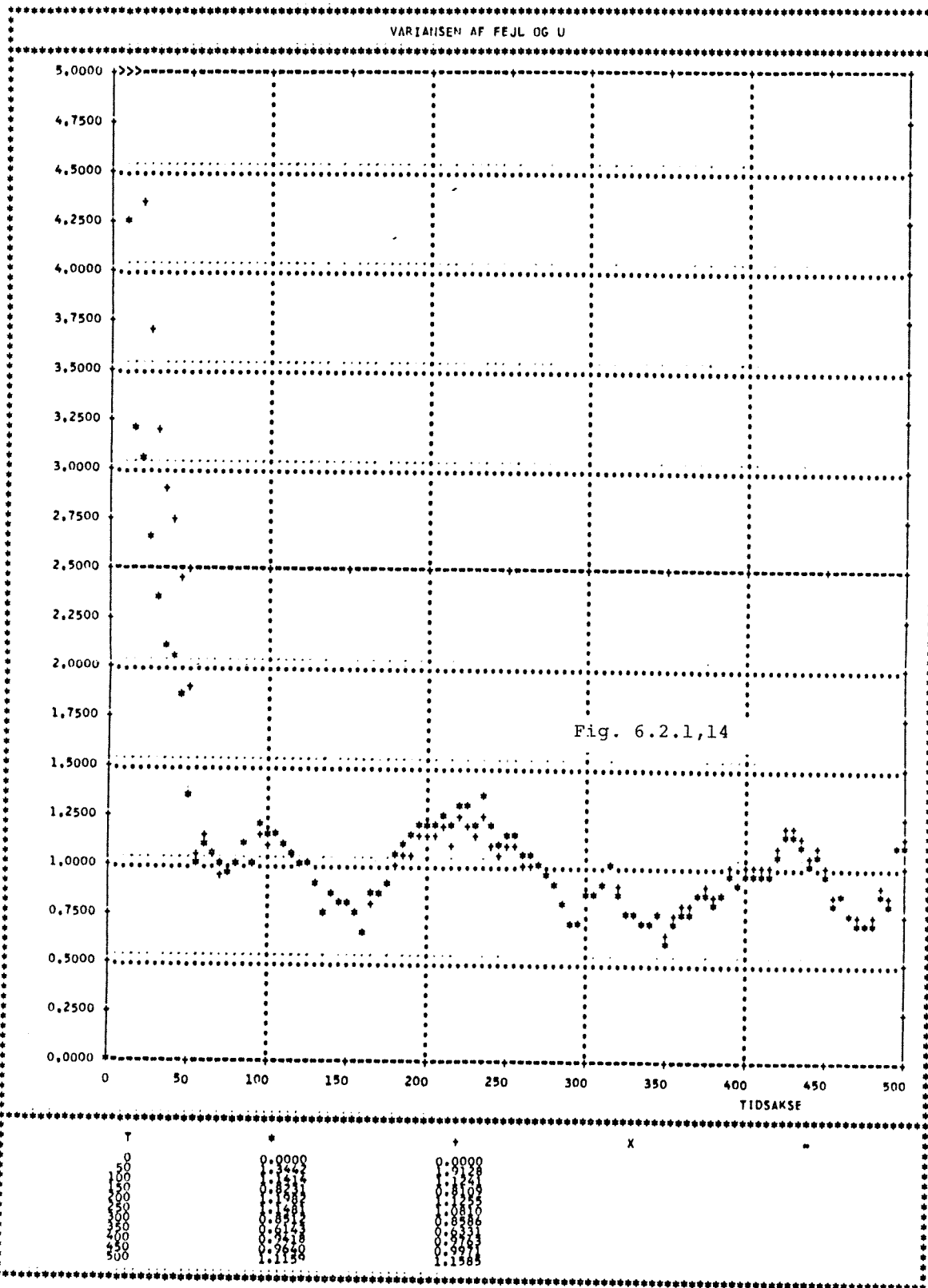


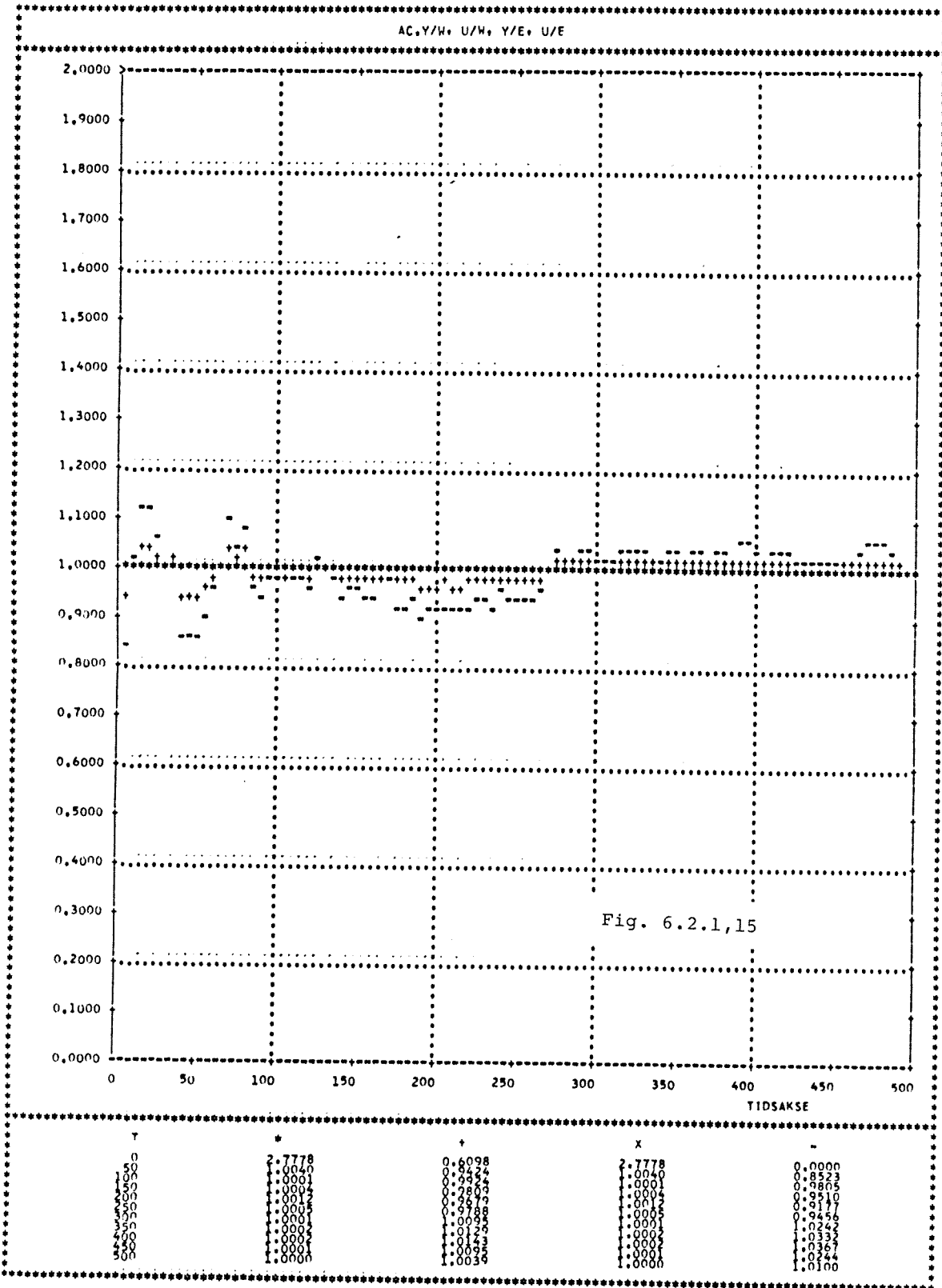


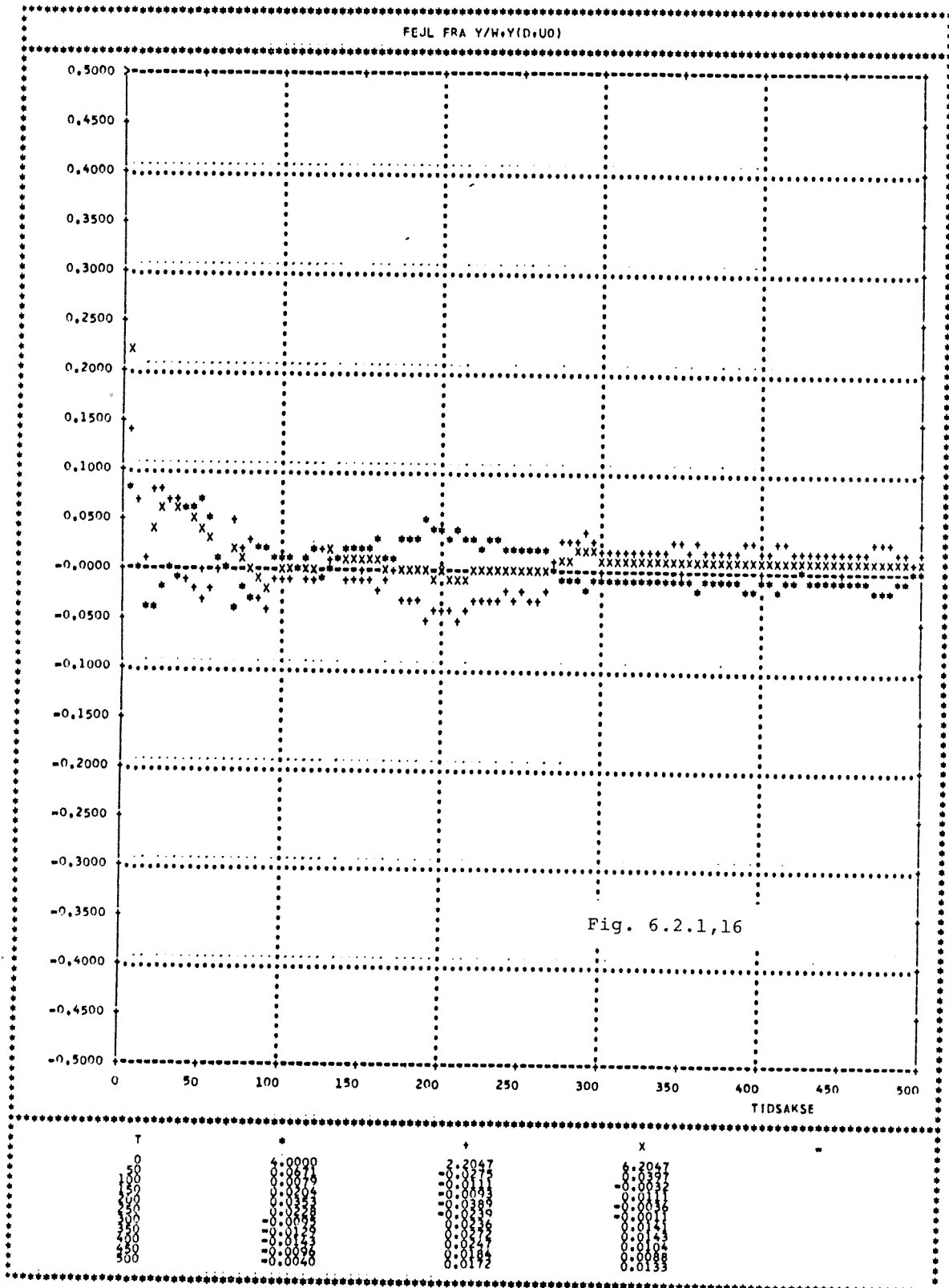


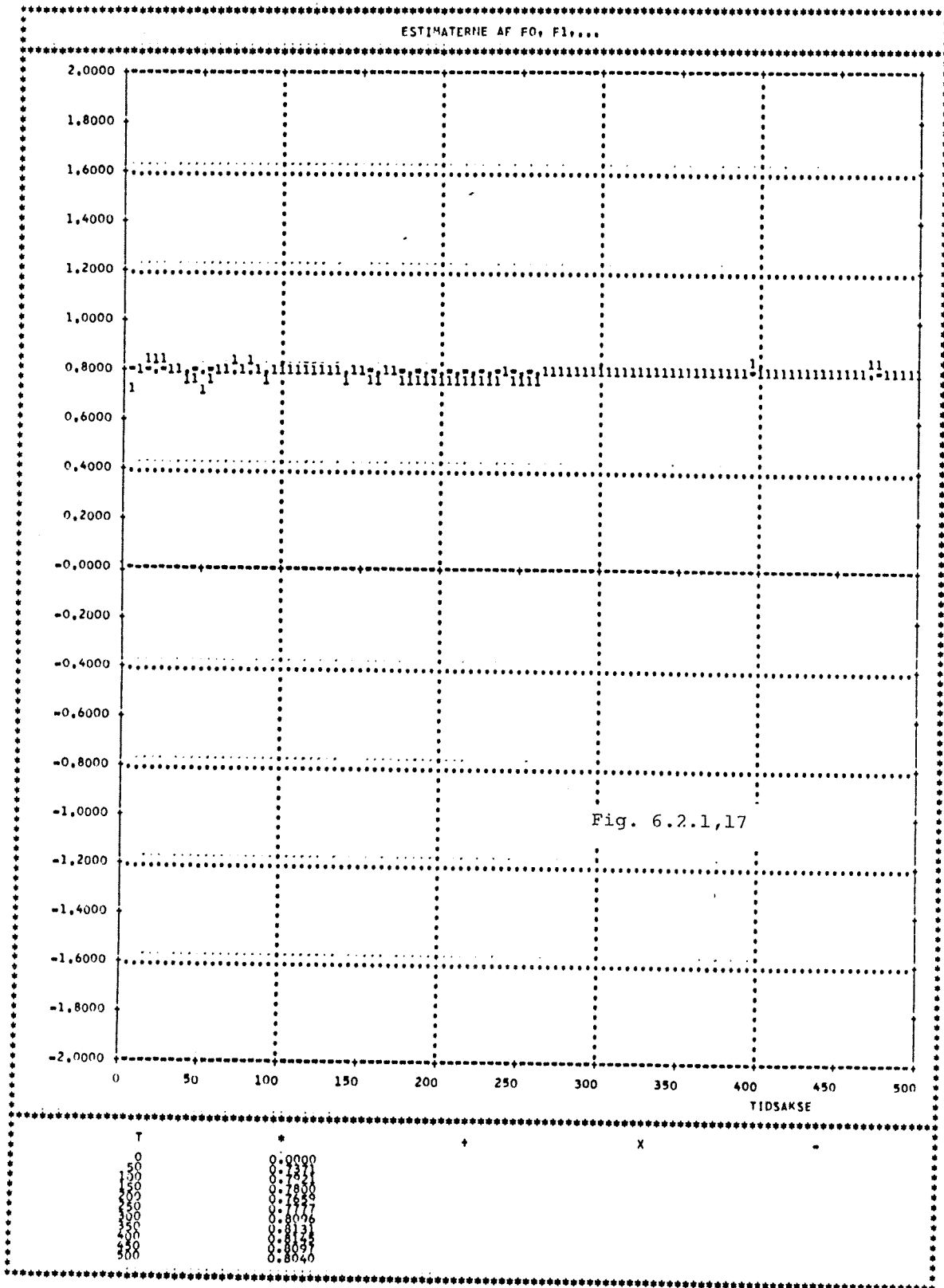


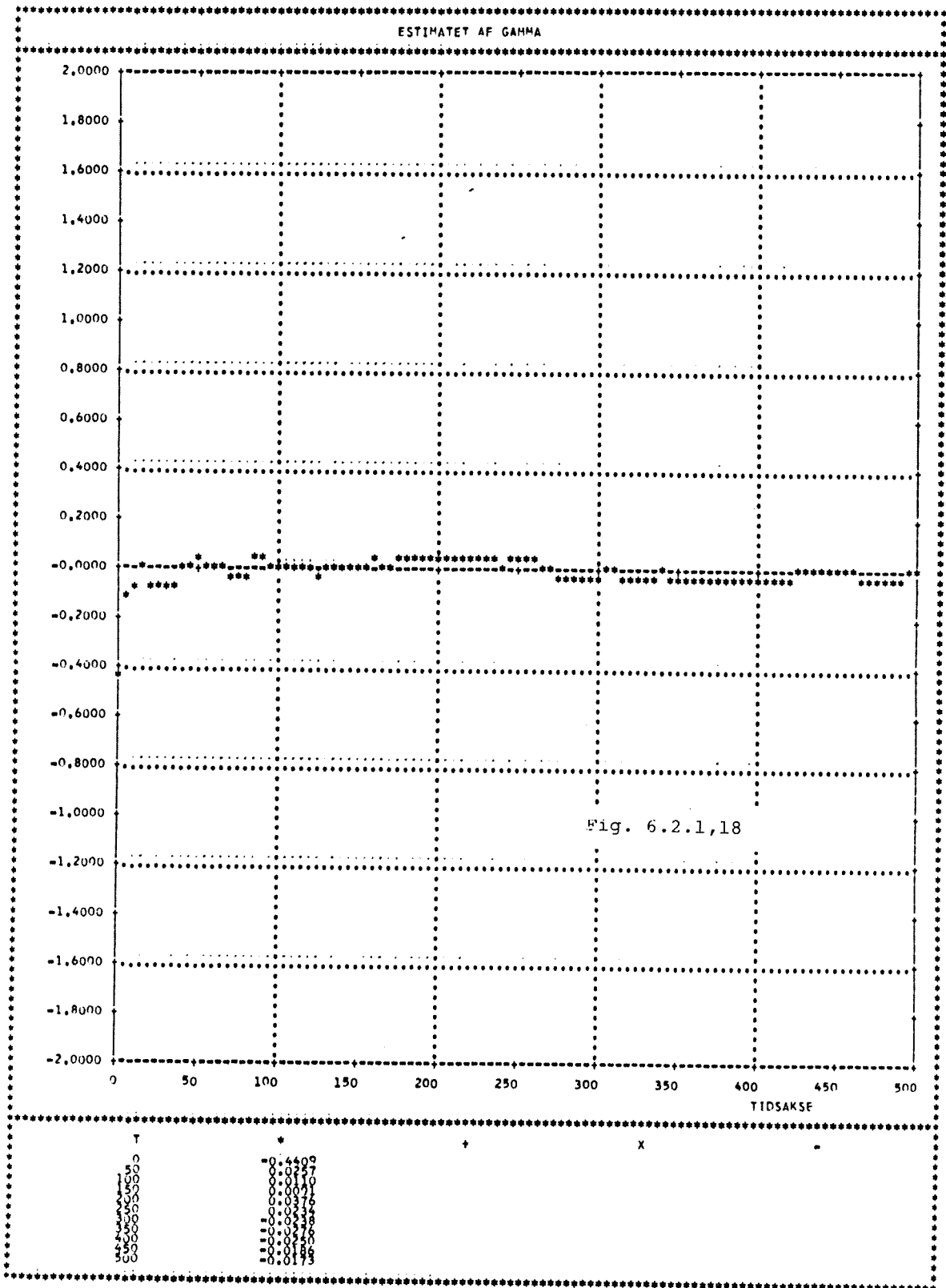












6.2.2 Polplaceringsregulering (POL)

Hvis den noget kraftige styring ved den basale minimavariansregulator ønskes reduceret, kan der anvendes en polplaceringsregulator (POL). I simulationerne vil objektet blive reguleret af en selvindstillende polplaceringsregulator med en model givet ved:

$$A^m(q^{-1}) = 1 + \alpha q^{-1} = 1 - 0.4q^{-1}$$

$$B^m(q^{-1}) = 1 + \alpha = 0.6$$

der har en noget større båndbredde end objektet. En meget simpel frekvensanalyse af $H_{y,w}$ og $H_{u,w}$ viser, at reduktionen af styre - effekten skyldes, at højfrekvensforstærkningen af $H_{u,w}$ sænkes i forholdet til MVo-regulering. Introduktionen af en modelpolen bevirker tilsvarende, at styringen overfor de høje frekvenser i støjen sænkes.

Observerpolynomiet, T , vælges til 1. Polplaceringsregulatoren fremkommer af den generelle struktur ved at vælge adaptionspolynomierne, Q_4 og P_4 til:

$$Q_4(q^{-1}) = TA^m = 1 + \alpha q^{-1}$$

$$P_4(q^{-1}) = 1$$

Ved regulering med den korrekte regulator, givet ved:

$$F(q^{-1}) = f_0 = \alpha - a = 0.4$$

$$G(q^{-1}) = 0 \quad \gamma = 0$$

vil støjen give anledning til at

$$\text{Var}(y) = 0.119$$

$$\text{Var}(u) = 0.476$$

når objektet kun påvirkes af denne. Variansen af styresignalet er dæmpet 70% relativt til MVo-regulering. Denne reduktion modsvares kun af en stigning af variansen på udgangssignalet med 19%.

Hvis β også i dette tilfælde betegner a priori estimatet af b_0 bliver de to parameter estimeret ud fra modellen:

$$\begin{aligned} (5) \quad y_f(t) &= (1 + \alpha q^{-1})y(t) \\ &= \hat{f}_0 y(t-1) + \beta u(t-1) + \hat{\gamma} + \varepsilon(t) \end{aligned}$$

og styresignalet bestemt af

$$(6) \quad u(t) = \frac{1}{\beta} \left((1+\alpha)w(t) - \hat{f}_0 y(t) - \hat{\gamma} \right)$$

hvilket også fremgår af fig 5.3.4.1.

Der kan på samme måde som ved MVo-regulering udregnes de relevante overføringer som funktion af β og \hat{f}_0 på basis af de generelle udtryk i appendix 5. Resultatet af en sådan indsættelse er givet i appendix 6. Specielt bemærkelsesværdigt er det at $H_{\varepsilon,e}$ og $H_{y,e}$ ikke er identiske. I figurene 1-6 er størrelsen ϕ for overføringsfunktionerne afbildet som funktion af β og \hat{f}_0 . Disse kurver er imidlertid beregnet ud fra en anden model med

$$A^m(q^{-1}) = 1 - 0.3q^{-1} \quad B^m(q^{-1}) = 0.7$$

hvorved den korrekte værdi af \hat{f}_0 er 0.5. Resultaterne kan meget let overføres til den i simulationerne anvendte model.

En sammenligning med de samme kurver fra MVo - tilfældet viser

med al tydelighed, at overføringsfunktionen $H_{\epsilon,e}$ her er mindre følsom overfor fejl i estimatet af f_0 . Det kan derfor forventes, at denne regulators finjustering bliver langsommere, idet $H_{\epsilon,w}$ har samme tendens. Den pågældende forringelse vil dog have mindre betydning, hvis de øvrige overføringsfunktioners følsomhed er nedsat i samme grad. Betragtes nu fig. 4, ses det at $H_{y,e}$ og $H_{y,w}$ for korrekt a priori estimat har samme følsomhed (sml. (A6,9) og (A6,11)). Faktisk er denne følsomhed mindre end for $H_{\epsilon,e}$, hvis der som mål anvendes antal punkter i samme niveauområde ($1 < \phi < 1.2$) for $\beta = b_0$. Betragtes disse flader i detaljer, vil man se, at for $H_{\epsilon,e}$ og til dels også for $H_{\epsilon,e}$ er dette område næsten symmetrisk fordelt omkring $\hat{f}_0 = 0.5$. Dette er bestemt ikke tilfældet for $H_{y,e}$ eller $H_{y,w}$, hvilket bevirker, at hvis \hat{f}_0 er lidt mindre end 0.5 vil dette ikke have stor effekt på variansen af residualerne, men derimod på variansen af udgangssignalet. Den kvalitative karakter af tabsfladerne er uændret sammenlignet med MVo - tilfældet. Følsomheden af $H_{u,w}$ og $H_{u,e}$ i særdeleshed er høj.

Som det ikke eksplicit er nævnt i forrige afsnit, kan man af disse kurver aflæse, at et fejlagtigt a priori estimat af b_0 ikke ændrer reguleringen overfor støjen ($w(t) = 0$), når blot β opfylder betingelsen

$$\frac{1}{2} < \beta/b_0$$

Dette er en følge af, at dalene i fig. 1 og 3 er parallelle med niveaukurven i fig. 4, der går gennem det korrekte punkt for parameterestimerne. Overfor en konstant reference er forholdene lidt vanskeligere at overskue, fordi estimatet af belastningen ikke er inkluderet i den her foretagne analyse. I simulationerne med objekt I blev der fundet at det hovedsagelig var $H_{u,w}$, der var påvirket af en fejlagtig angivet værdi for b_0 . I de følgende simulationer vendes der tilbage til den oprindelige model.

Servoegenskaber.

Ved støjfri simulation fremkommer signalerne, der er afbildet i fig. 7. Her er indsvingningen af regulatoren sådan, at markørerne (X) for modelsignalet slet ikke er synlige. Dette skal naturligvis ses i sammenhæng med det meget simple objekt og den høje initialværdi for diagonalelementerne i kovariansmatricen for estimerne.

Reguleringsegenskaber.

Med en trinfunktion som referencesignal giver den anvendte støjsekvens anledning til de tab, der er afbildet i fig. 8. Det bemærkes først, at tabskurven for residualerne meget hurtigt har antaget en hældning, der svarer til den beregnede varians. Derimod er kurverne for tabet af e_f og y længere om at få den forventede hældning. Dette hænger bl. a. sammen med den før omtalte asymmetri i tabsfladen for $H_{y,e}$. Dette er dog ikke den væsentligste grund, hvilket fremgår af kurverne over varianserne (fig. 9). Udregnes gennemsnitshældningen over de sidste 300 punkter findes, at for udgangen ligger variansen i middel 2.6% over det forventede, mens den for styresignalets vedkommende ligger 2.1% under den beregnede.

Konvergenssegenskaber.

Kurverne over varianserne for signalerne viste, at de store tab i de første 100 trin ikke alene kan skyldes den asymmetriske tabsflade, forklaringen kan derimod findes i fig. 11, hvor DC - fejlen er afbildet. Den store fejl, man her ser, skyldes en kombination af fejl både i estimatet af belastningen og af f_0 . Som i de øvrige tilfælde ser man, at AC - forstærkningen af

$H_{\epsilon,e}$ konvergere meget hurtigt. Som forudsagt i følsomhedsanalysen konvergerer $H_{y,e}$ og $H_{y,w}$ noget langsommere. Den langsomme konvergens, af AC - forstærkningen for $H_{u,e}$, der set ved simulationerne med objekt I, fremtoner også tydeligt her.

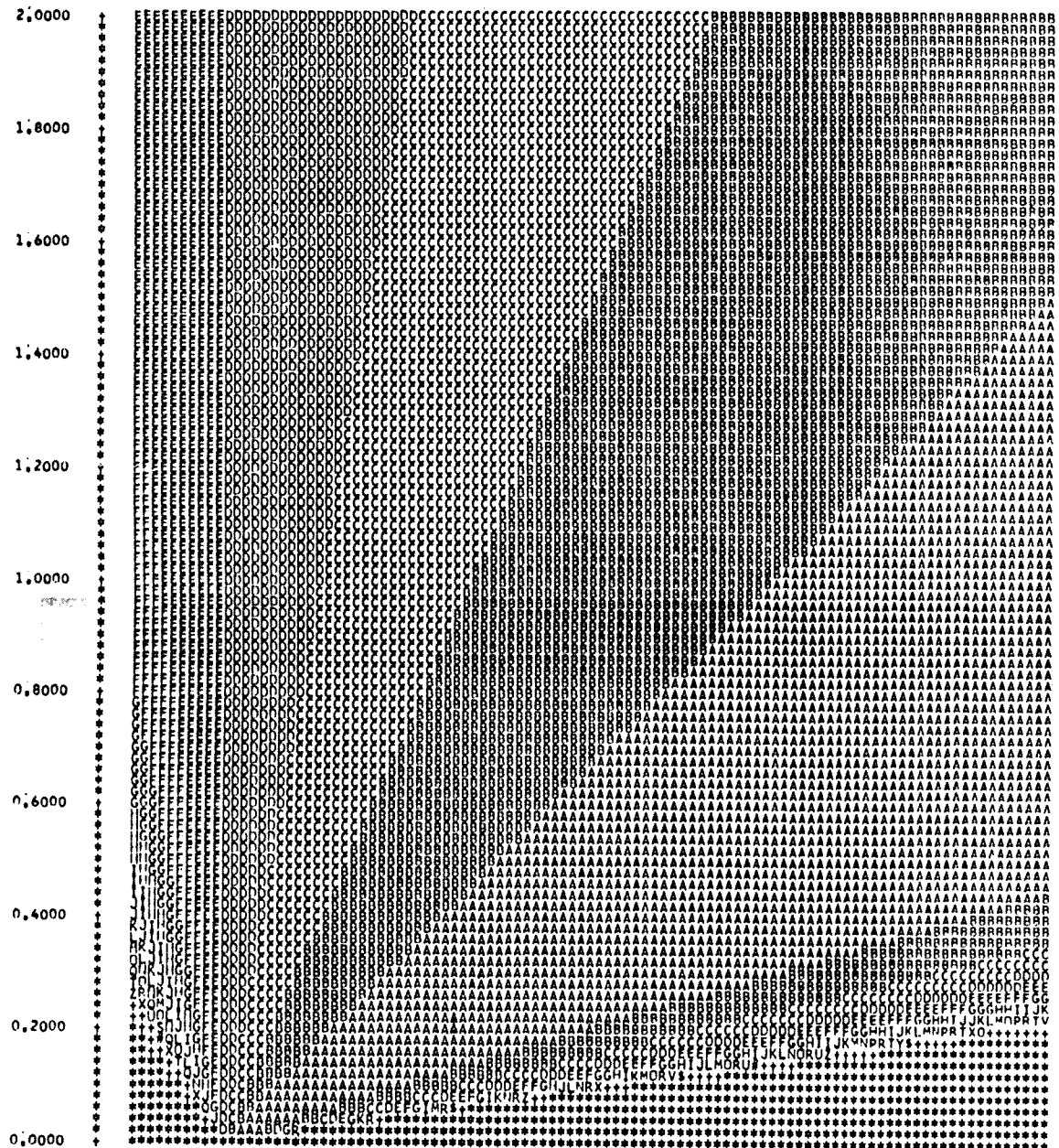
---ooo0ooo---

AC FOELSOEHEDEN AF OVERFOERINGER EPS/E

Fig. 6.2.2,1

REG. TYPE : POL(POL)
ABCISSE : FO
ORDINAT : BO

REF = 1,0000
SKALERINGSFAKTOR : 5,0000
AKSEFORHOLD : 1,0000



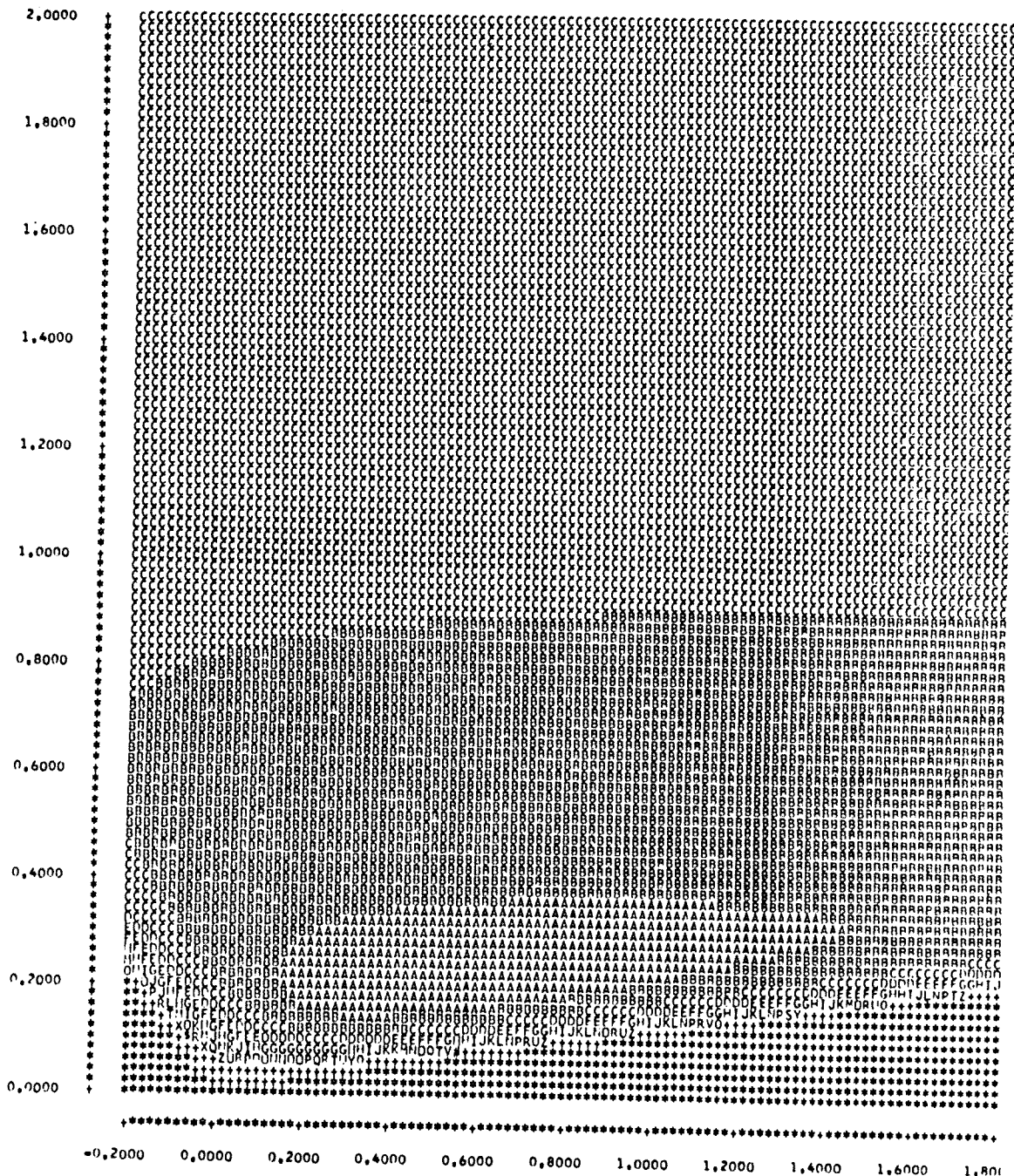
-0,2000 0,0000 0,2000 0,4000 0,6000 0,8000 1,0000 1,2000 1,4000 1,6000 1,8000

Fig. 6.2.2,2

AC FOELSOEHEDEN AF OVERFOERINGEREN EPS/W

REG. TYPE : POL (POL)
ABSCISSE : FO
ORDINAT : BO

REF = 0,0000
SKALERINGSFAKTOR : 5,0000
AKSEFORHOLD : 1,0000



AC FOELSOEHEDEN AF OVERFOERINGER Y/E

Fig. 6.2.2,3

REG. TYPE : POL (POL)
ABCISSE : FO
ORDINAT : BO

REF = 1,0989
SKALERINGSFAKTOR : 5,0000
AKSEFORHOLD : 1,0000

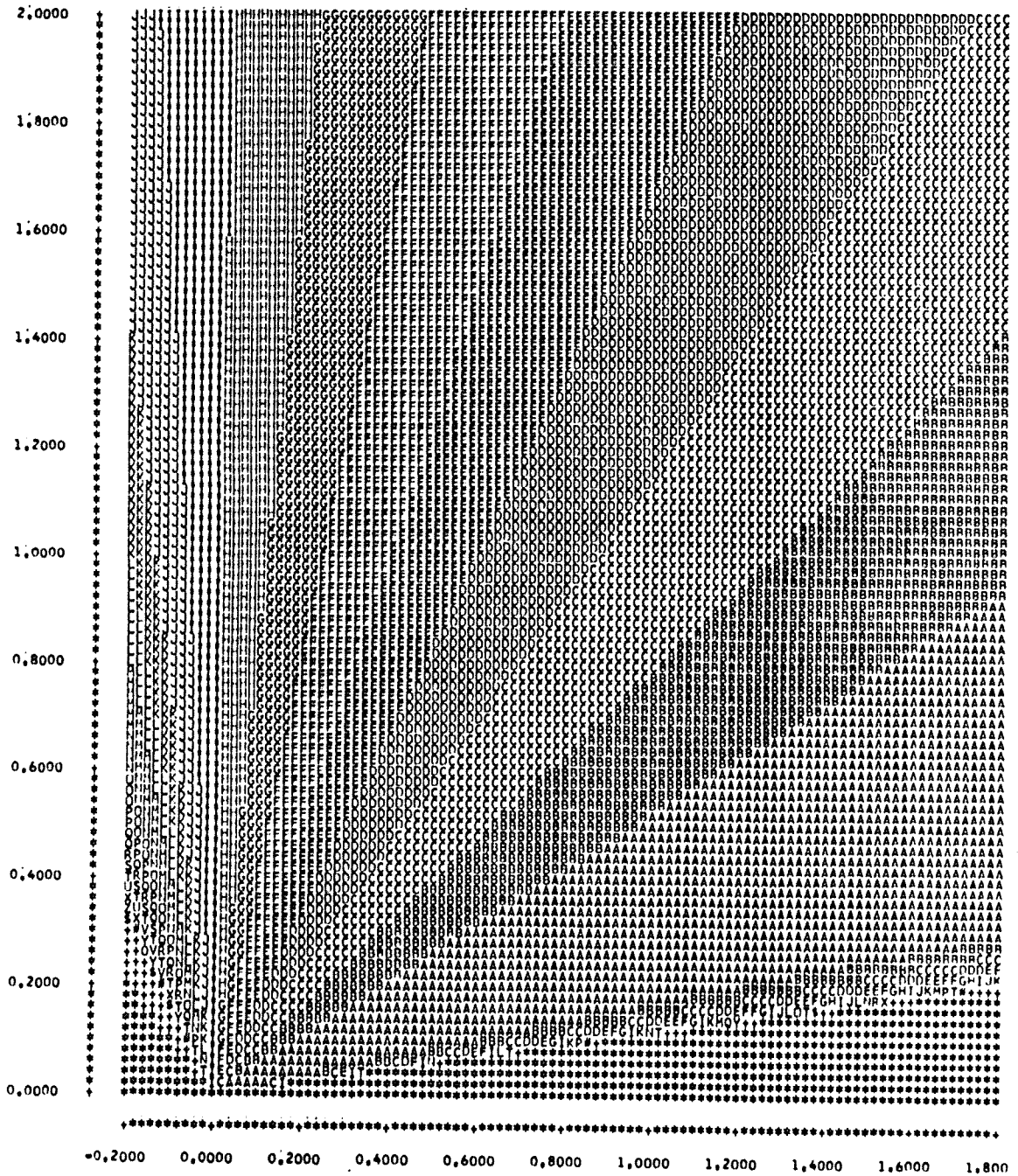


Fig. 6.2.2,4

AC FOELSONHEDEN AF OVERFOERINGER U/E

REG. TYPE I POL(POL)
ABCISSE I FO
ORDINAT I BO

REF # 6,2500
SKALERINGSFAKTOR I 5,0000
AKSEFORHOLD I 1,0000

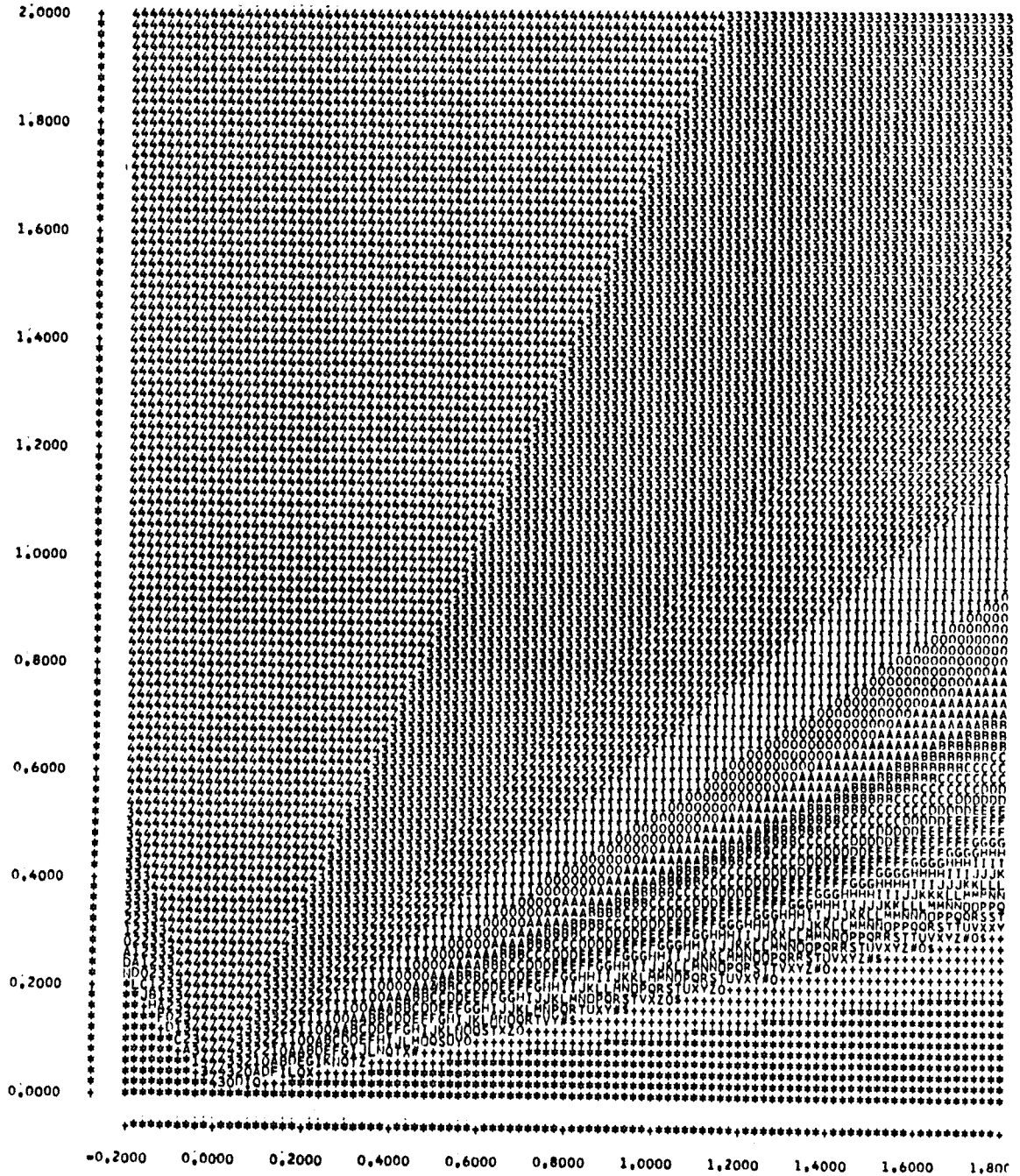
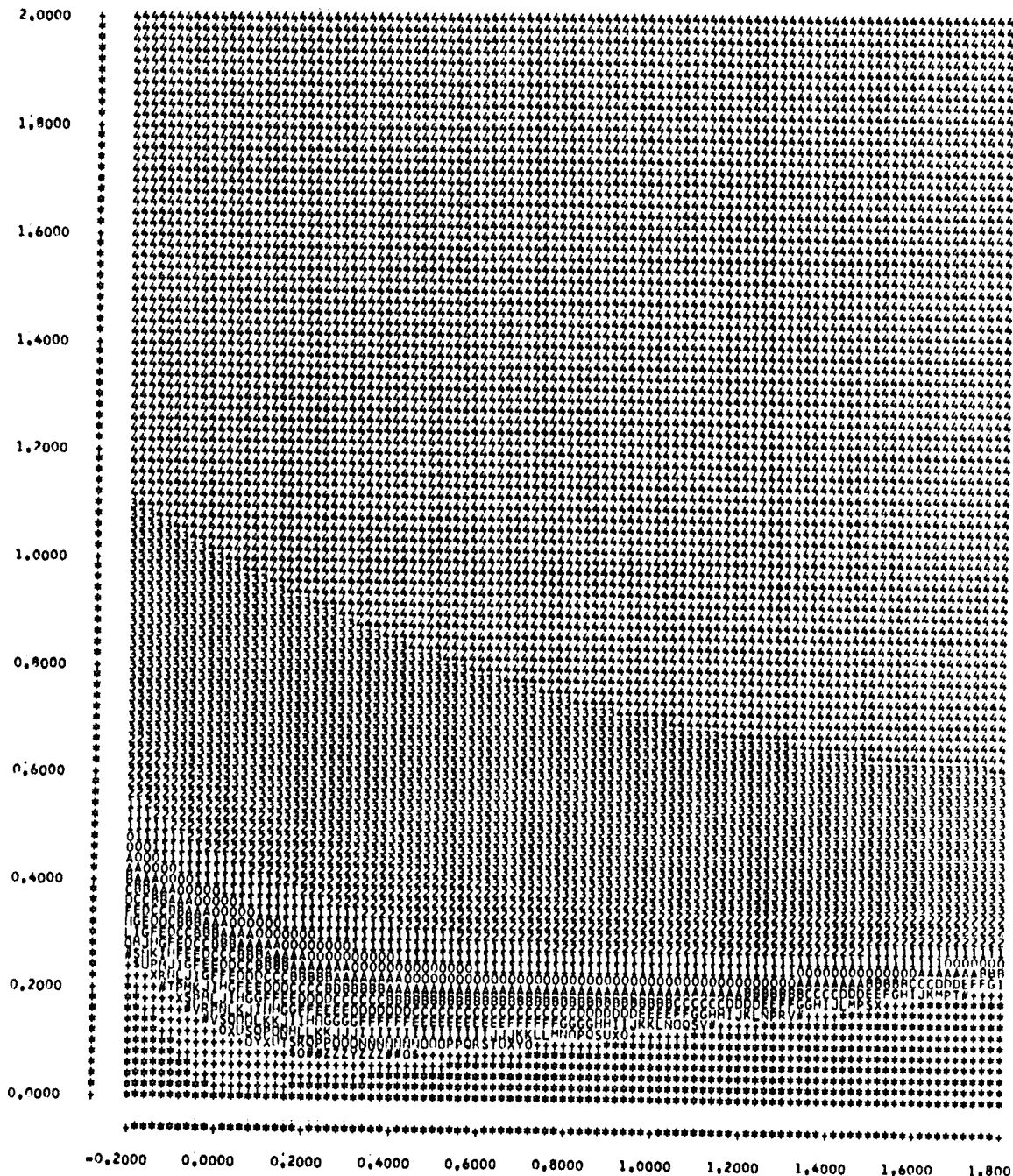


Fig. 6.2.2,5

AC POELSMHEDEN AF OVERFOERINGER Y/W

REG. TYPE I POL(MV)
ABCISSE I FO
ORDINAT I BO

REF # 0,5385
SKALERINGSFAKTOR I 5,0000
AKSEFORHOLD I 1,0000

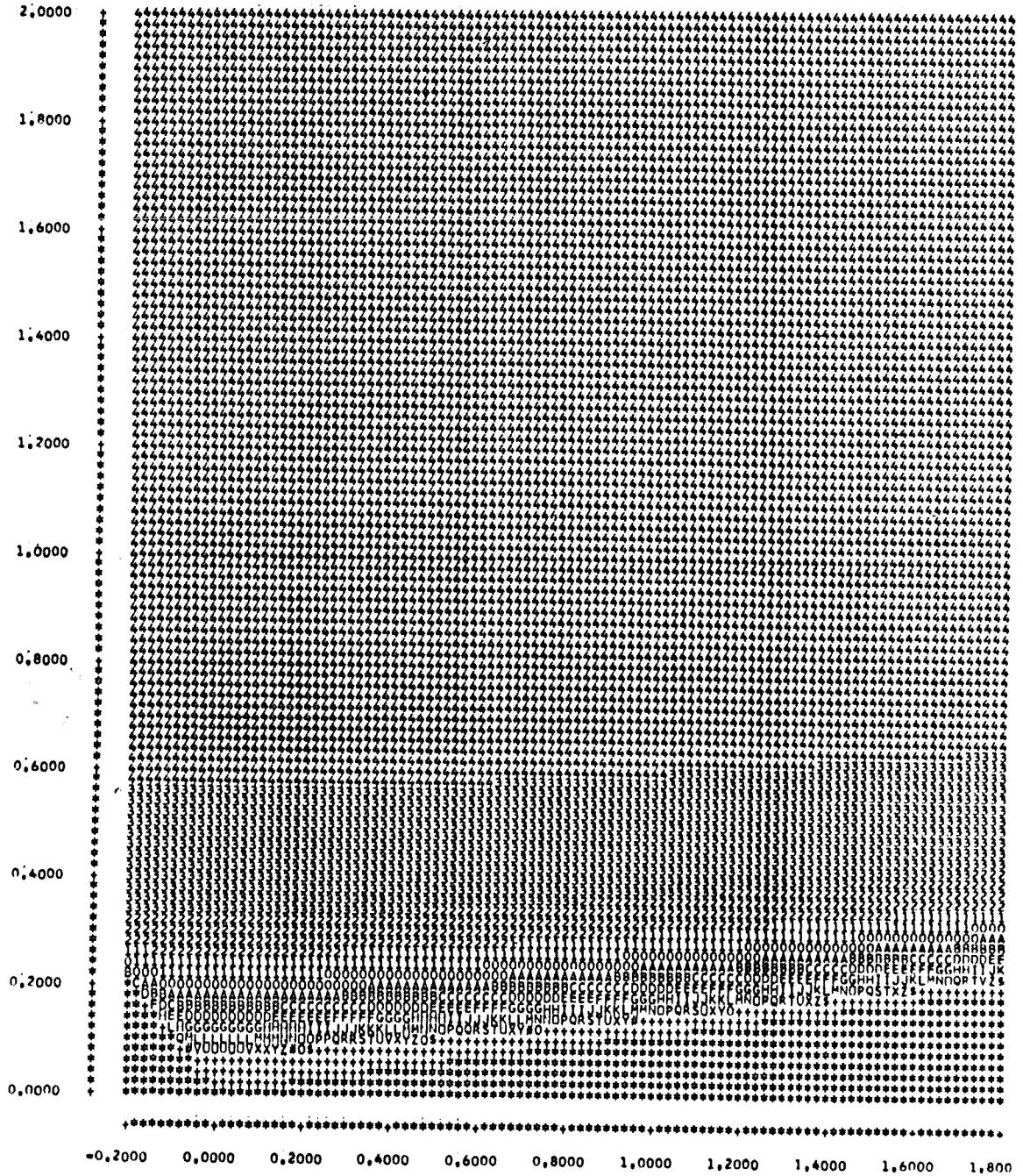


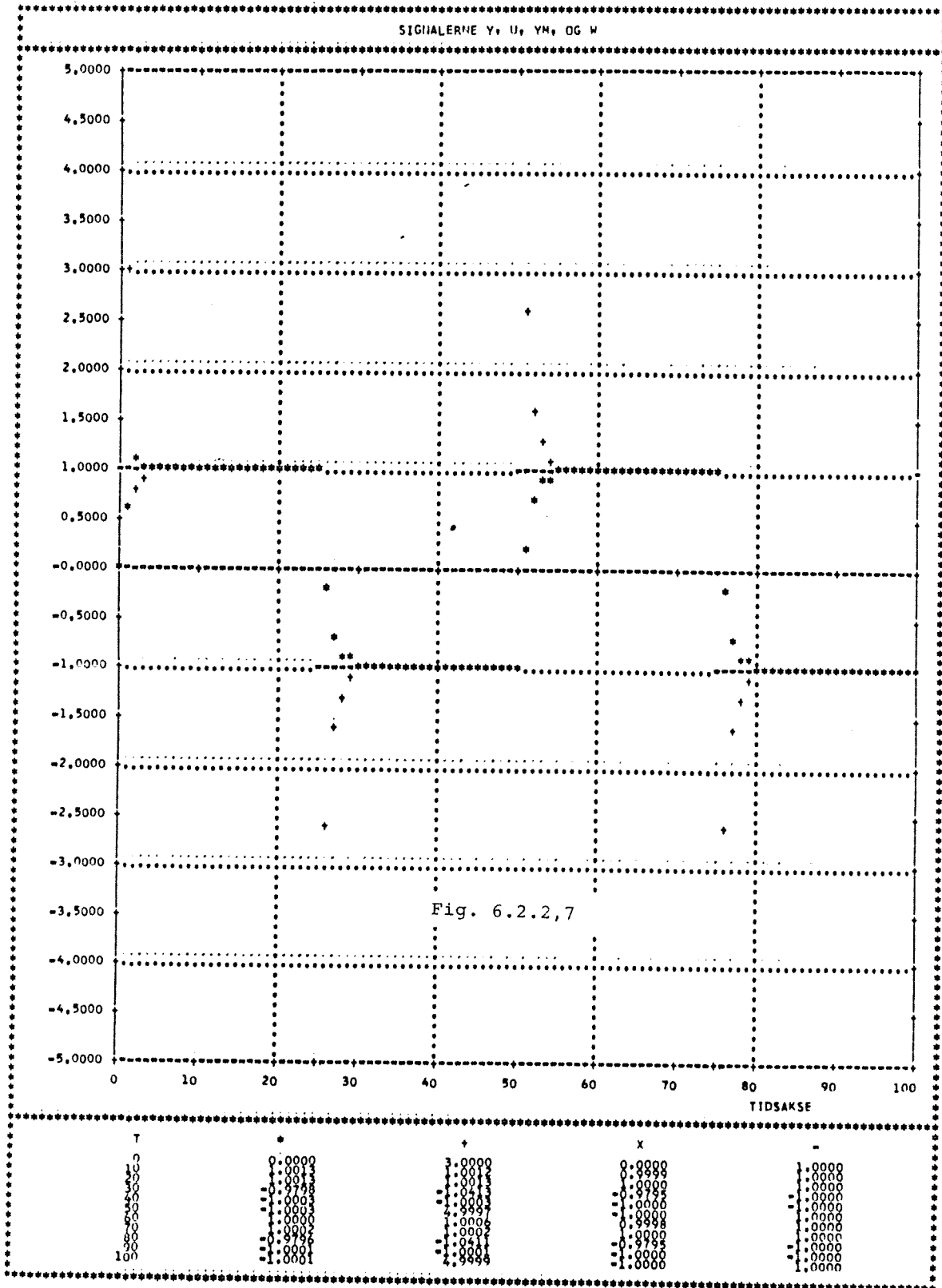
AC FOELSOEHEDEN AF OVERFOERINGER U/W

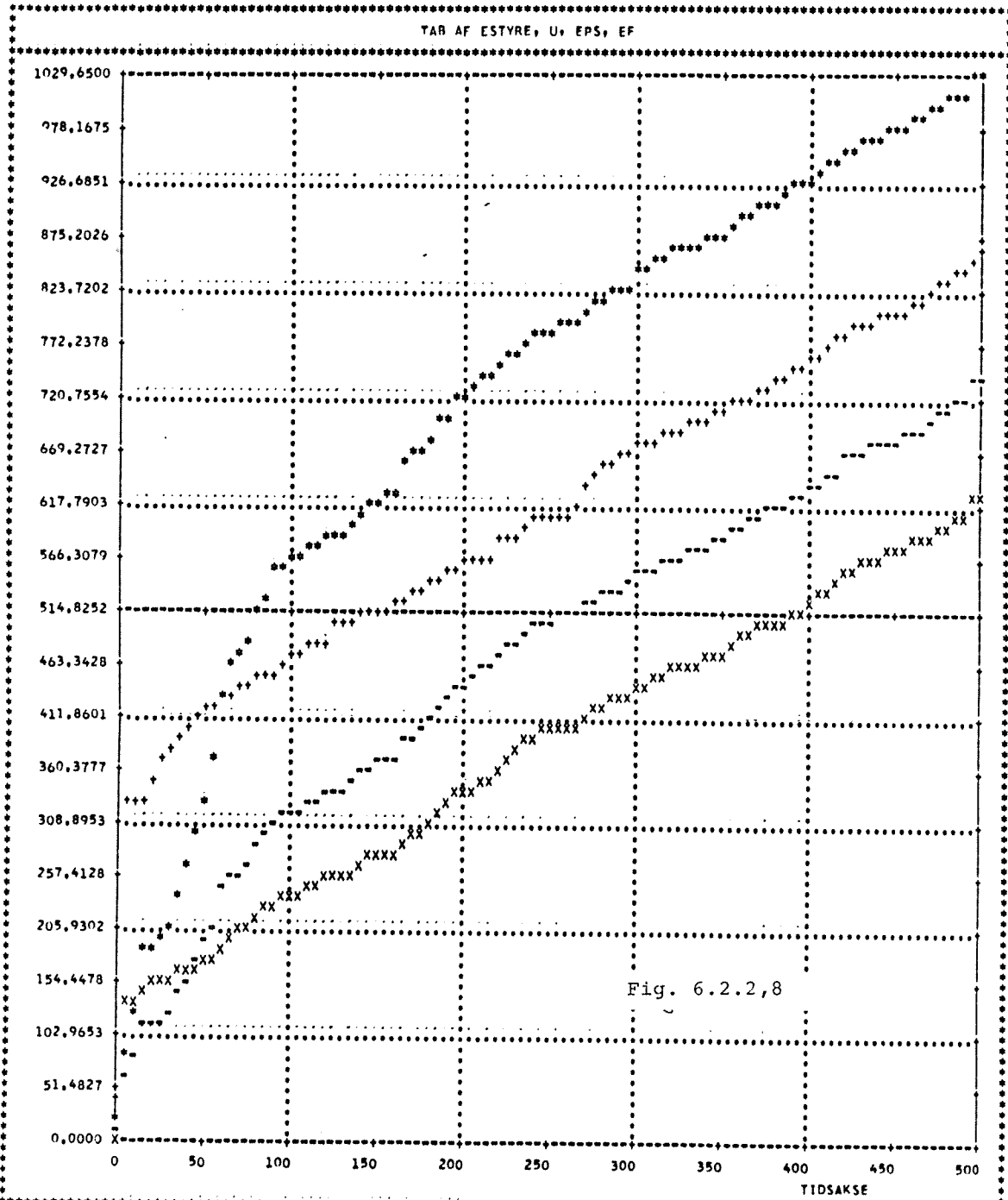
Fig. 6.2.2,6

REG. TYPE : PQL(PQL)
ABSCISSE : FO
ORDINAT : BO

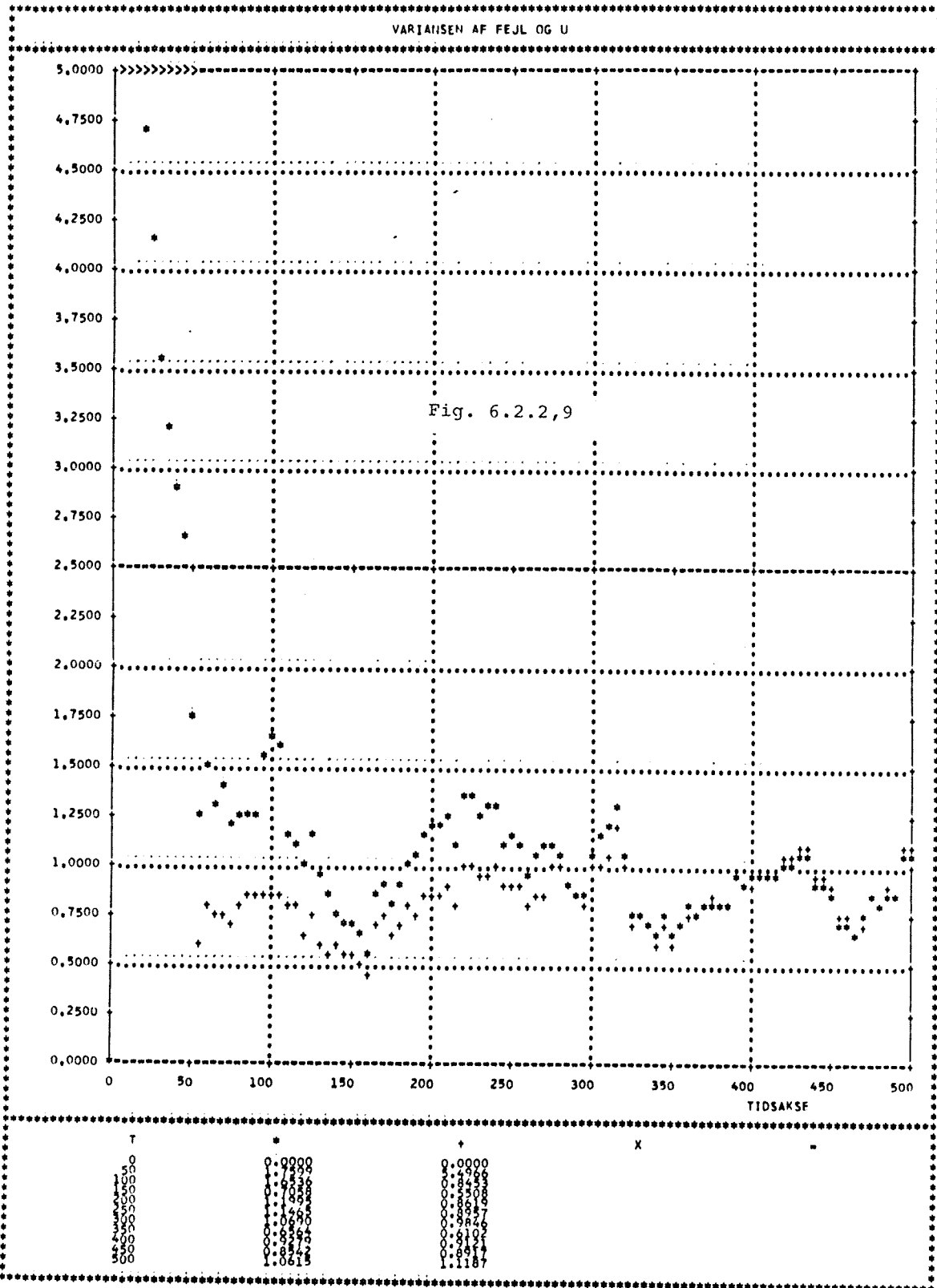
REF = 15,6154
SKALERINGSFAKTOR : 5,0000
AKSEFORHOLD : 1,0000

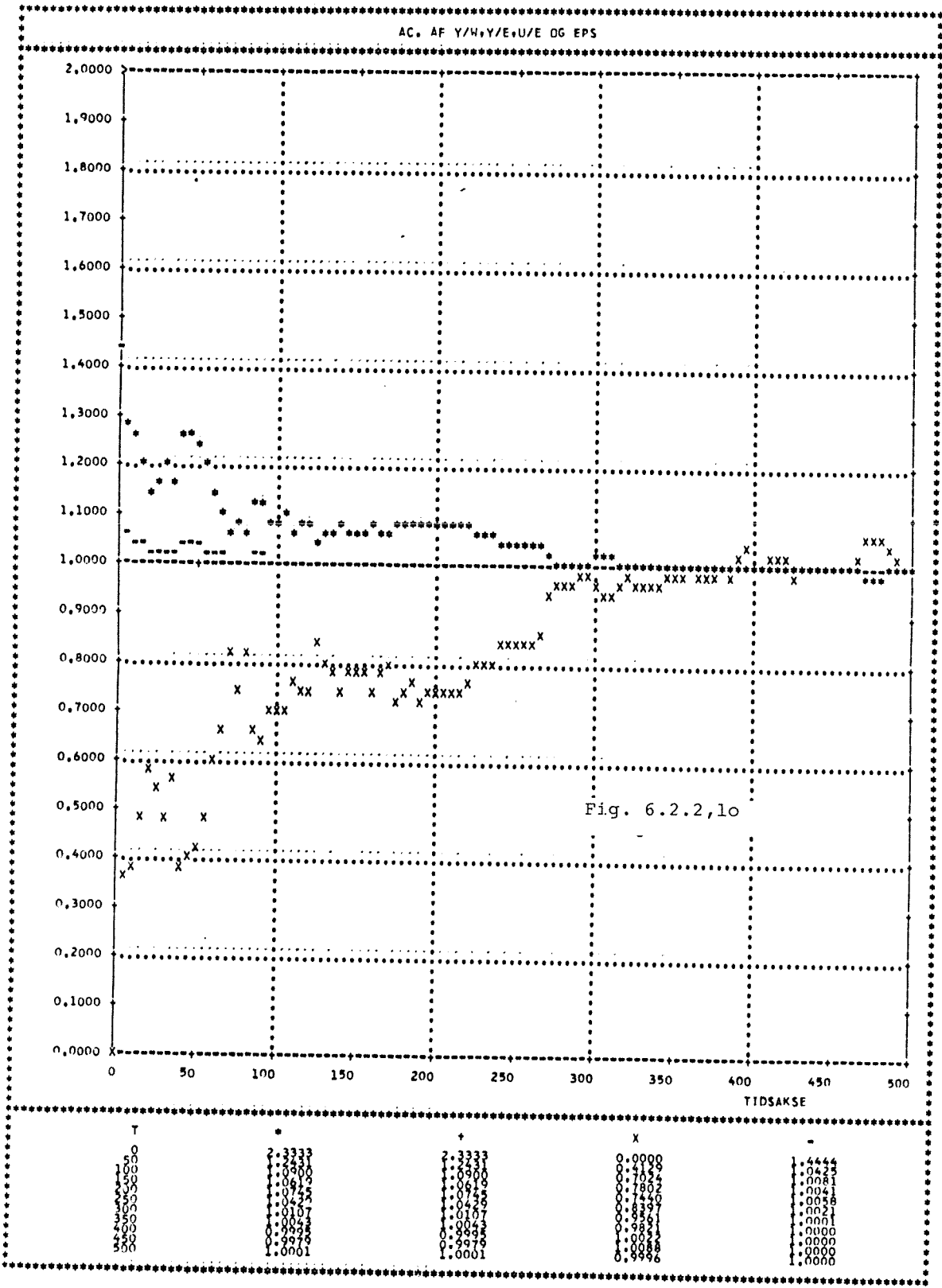


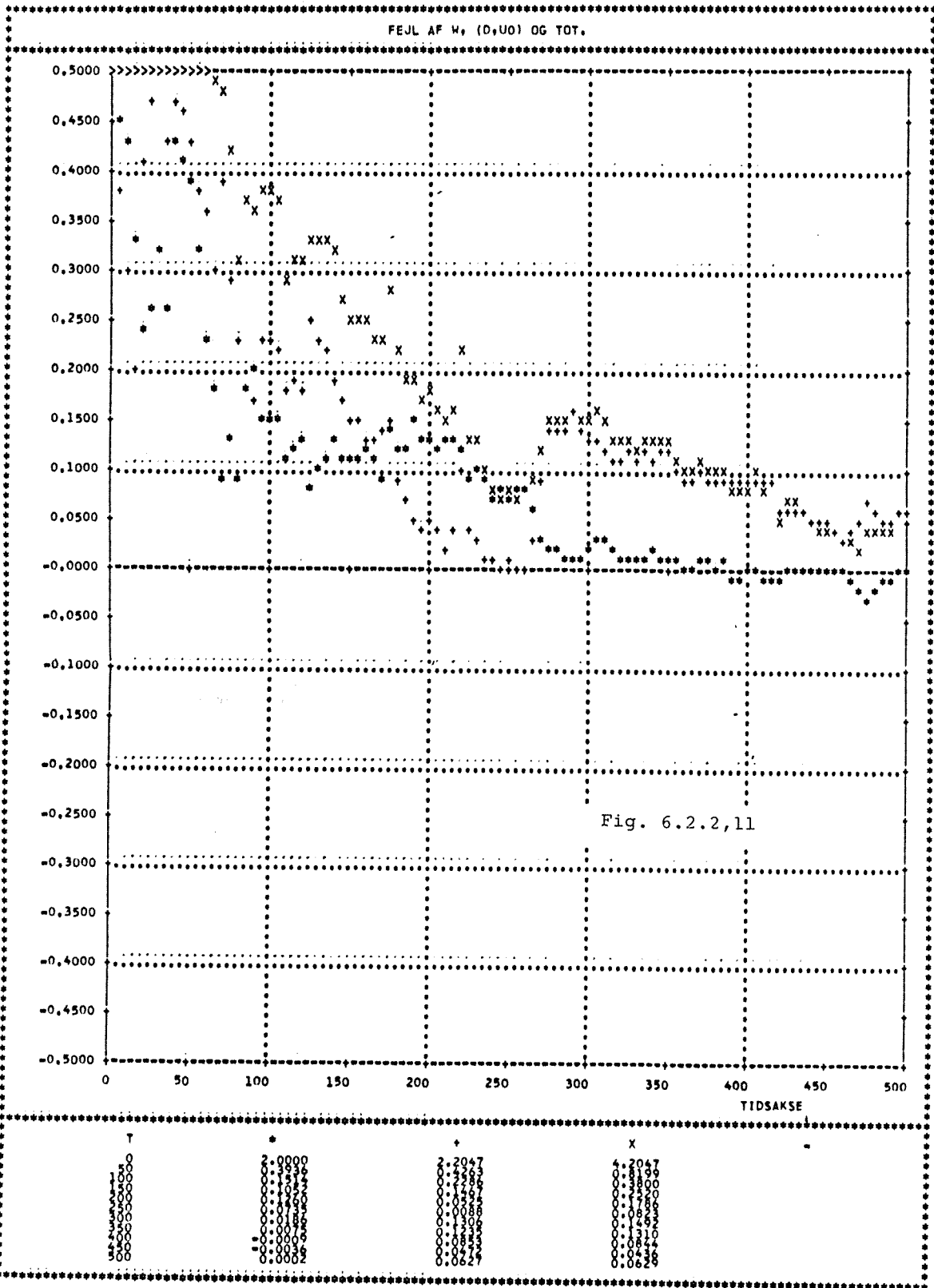


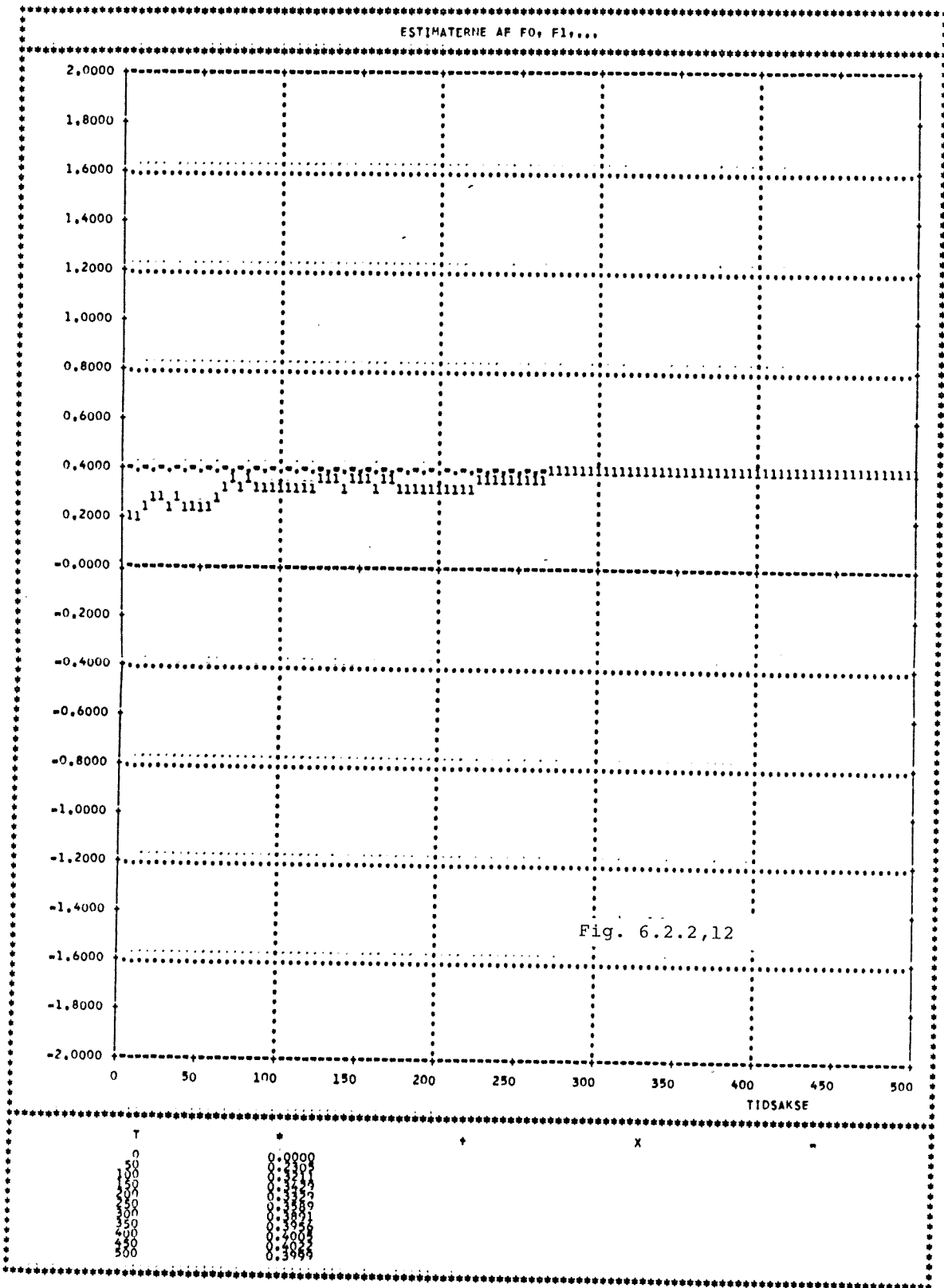


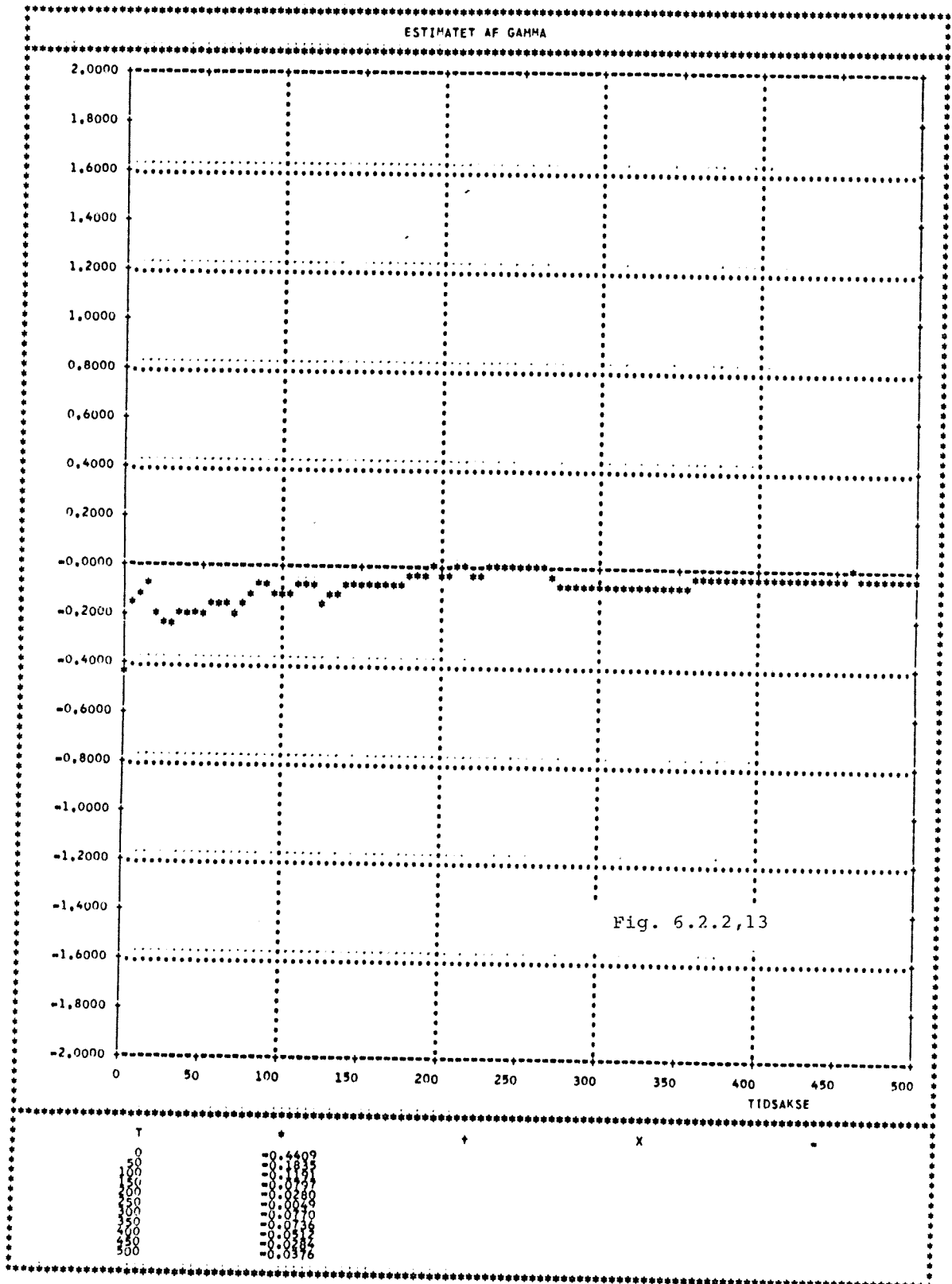
T	*	†	X	-
0	17.42188	37.12775	17.94882	10.8449
50	320.42188	412.3809	173.6588	191.3212
100	727.88113	411.0102	529.18691	317.0678
150	727.88113	606.88142	540.8626	369.0512
200	789.6834	608.34335	400.2661	446.8312
250	887.9888	677.65336	445.0640	531.0754
300	930.28138	784.3277	476.0728	584.4729
350	974.6272	802.1331	521.2524	634.9368
400	1029.6500	862.9741	630.1626	684.1599
				740.3645
VAR	0.1190	0.4762	0.1000	0.1000











6.2.3 Deadbeatregulering 1.

De selvindstillende deadbeatregulatorer er eksplicitte, fordi der på grundlag af de estimerede parameter i modellen

$$\hat{A}(q^{-1})y(t) = q^{-k}\hat{B}(q^{-1})u(t) + \hat{C}(q^{-1})\varepsilon(t) + \hat{d}$$

beregnes koefficienterne i regulatoren. I det aktuelle tilfælde er estimatorne: \hat{a} , \hat{b} og \hat{d} , hvor

$$\hat{A}(q^{-1}) = 1 + \hat{a}q^{-1}$$

$$\hat{B}(q^{-1}) = \hat{b}$$

$$\hat{C}(q^{-1}) = 1$$

I disse estimator lyder den selvindstillende regulator

$$D(q^{-1}) = \frac{1}{\hat{b}} \frac{1 + \hat{a}q^{-1}}{1 - q^{-1}}$$

Med korrekte estimator giver denne regulator j.v.f (5.2.1.1,25-28), der i dette simple tilfælde kan opfattes som en PI - regulator, anledning til følgende overføringsfunktioner.

$$H_{Y,W} = q^{-1}$$

$$H_{u,W} = 5 - 4q^{-1}$$

$$H_{Y,V} = \frac{1 - q^{-1}}{1 - 0.8q^{-1}}$$

$$H_{u,V} = 5$$

Ligesom tilfældet var med MVo - regulatoren giver denne regulator en meget stor styreeffekt. Forstyrrelserne alene giver at:

$$\text{Var}(y) = 0.111$$

$$\text{Var}(u) = 2.5$$

Sammenholdt med den basale minimalvariansregulator giver denne en lidt større varians på udgangen, men styresignalet er meget større. Dette hænger sammen med, at deadbeatregulatorerne ikke er dimensioneret overfor forstyrrelserne.

Enten ved udregning af overføringsfunktionerne på basis af fig. 5.2.2,1 eller ved indsættelse i udtrykkene (A5,2 - 8) kan overføringerne med de estimerede parameter som argumenter bestemmes. Disse udregninger er refereret i appendix 6. Det bemærkes i den forbindelse, at $H_{y,w}$ og $H_{u,e}$ i dette specielle tilfælde har samme følsomhed, hvorfor kun tabsfunktionen for $H_{u,e}$ er afbildet. Fig.1 viser tabsfladen for $H_{\epsilon,e}$, hvis form adskiller sig fra de implicitte algoritmers. Dalen, hvori minimumet findes, er ikke ubegrænset, hvilket hænger sammen med at identifikationsbetingelsen (3.8,4) er opfyldt for deadbeat - regulatorerne. Den langstrakte struktur af dalen i abscissens retning kunne indicere, at estimatet af a er ringere en \hat{b} . I bunden af dalen udviser overføringsfunktionen $H_{\epsilon,w}$ den samme struktur. For voksende værdier af \hat{b} og fastholdt \hat{a} er stigningen ret begrænset. Med hensyn til $H_{y,e}$ (fig. 3) er der to ting at bemærke. Tabsfladerne minder meget om tilsvarende for $H_{\epsilon,e}$, hvorfor rimelige konvergenssegenskaber kan forventes. Det korrekte punkt ligger næsten i bunden af en svagt skrånende dalbund. Det fremgår på grund af opløseligheden ikke af fig.3 at dette punkt ikke ligger i et minimum. Figurene 4 og 5 viser, at de øvrige overføringsfunktioner, det vil sige $H_{y,w}$, $H_{u,e}$ og $H_{u,w}$ er meget følsomme overfor variationer i estimatet af b_0 . Derimod er de relativt ufølsomme overfor variationer i \hat{a}

Servoegenskaber.

Deadbeatregulatorens hårde styring fremgår af fig. 6. Skift i referenceværdien afstedkommer nogle meget store styresignaler,

som det også var tilfældet med MVo - regulatoren, der også er slags deadbeatregulator overfor referencesignalet. For dette objekt, der ikke har nogen nulpunkter, er deres stationære egenskaber ens overfor referencen. DBo - typens regulerings egenskaber er illustreret ved den måde hvorpå den bortregulerer begyndelsesfejlen efter at parameterestimatene er konvergeret (sml. fig. 6.2.1,9).

Reguleringsegenskaber.

I fig. 7 og 8 er tidforløbet af tabene og varianserne for $y(t)$ og $u(t)$ vist. Den gennemsnitlige varians målt over de sidste 400 trin ligger for udgangssignalets vedkommende på 5% under det beregnede mens den for styresignalet er 7% lavere. Der optræder iøvrigt ikke ret store starttab, hvilket skal ses i sammenhæng med det primitive objekt.

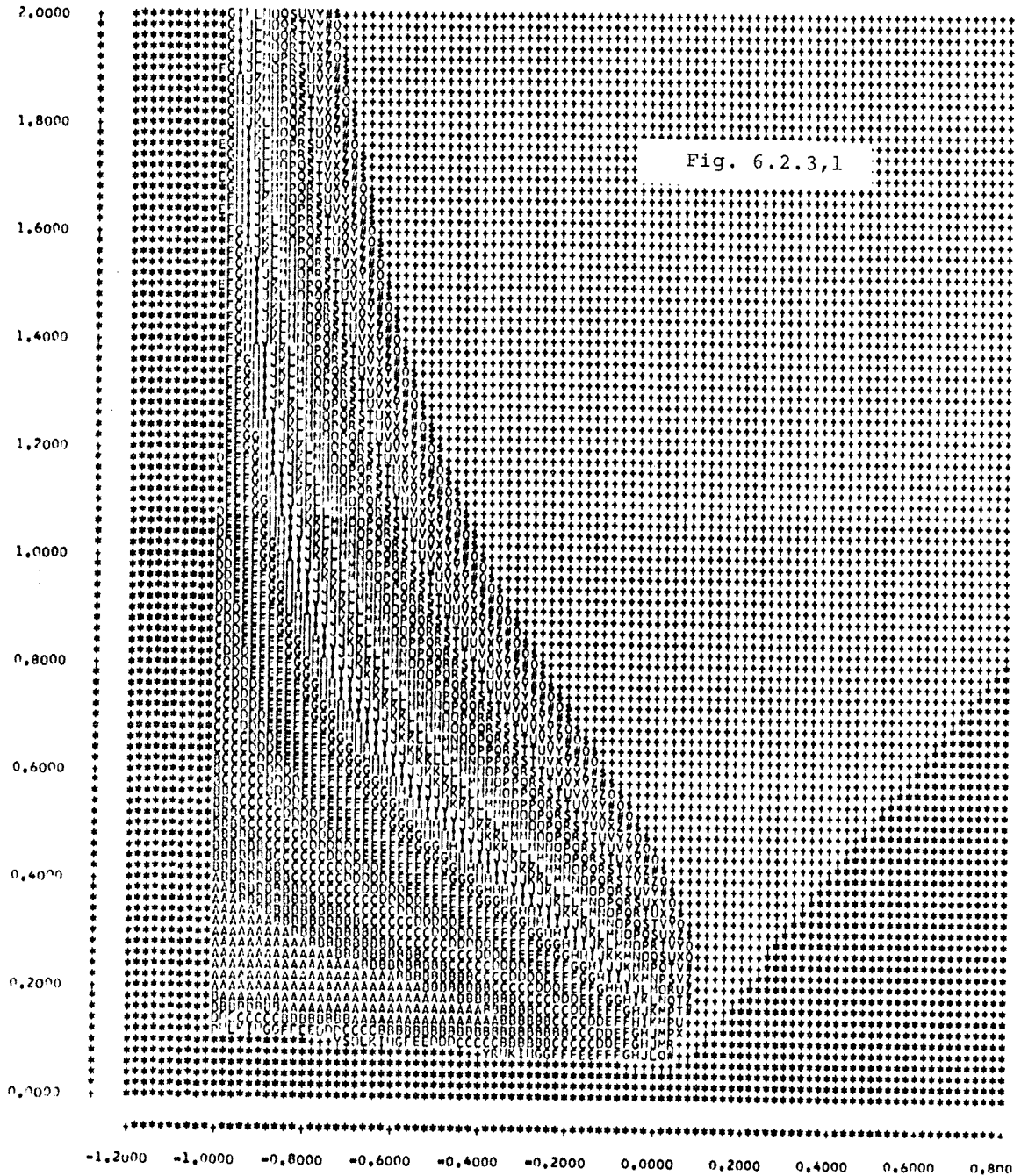
Konvergenssegenskaber.

AC - forstærkningernes forløb for $H_{y,e}$ og $H_{y,w}$ er afbildet i fig. 9. Overføringsfunktionen $H_{u,e}$ har samme AC - forstærkning som $H_{y,w}$. Det ses, at sidstnævntes AC - forstærkning fluktuerer mere end $H_{y,e}$. Disse variationer er i overensstemmelse med de lave tab for styresignalet. Med hensyn til følsomhedsanalysen er den fluktuerende AC - forstærkning af $H_{y,w}$ forudset. Man skal dog ikke generalisere for kraftigt, fordi AC - forstærkningerne ved simulation med objekt I ikke udviste samme forskel i konvergenssegenskaber. Til gengæld er de observerede tendenser hos $H_{y,e}$ ikke ligeså udpræget her. Man ser af parameterestimaternes forløb, at estimatet af b_0 er bedre bestemt end polens. Men der er dog ikke den helt markante forskel.

FOELSOEMEDEN AF OVERFOERINGEN EPS/E

REG. TYPE : DB0
ABCISSE : A1
ORDINAT : B0

TAB(-0.8,0.2) = 1,0000
SKALERINGSFAKTOR : 5,0000
AKSEFORHOLD : 1,0000

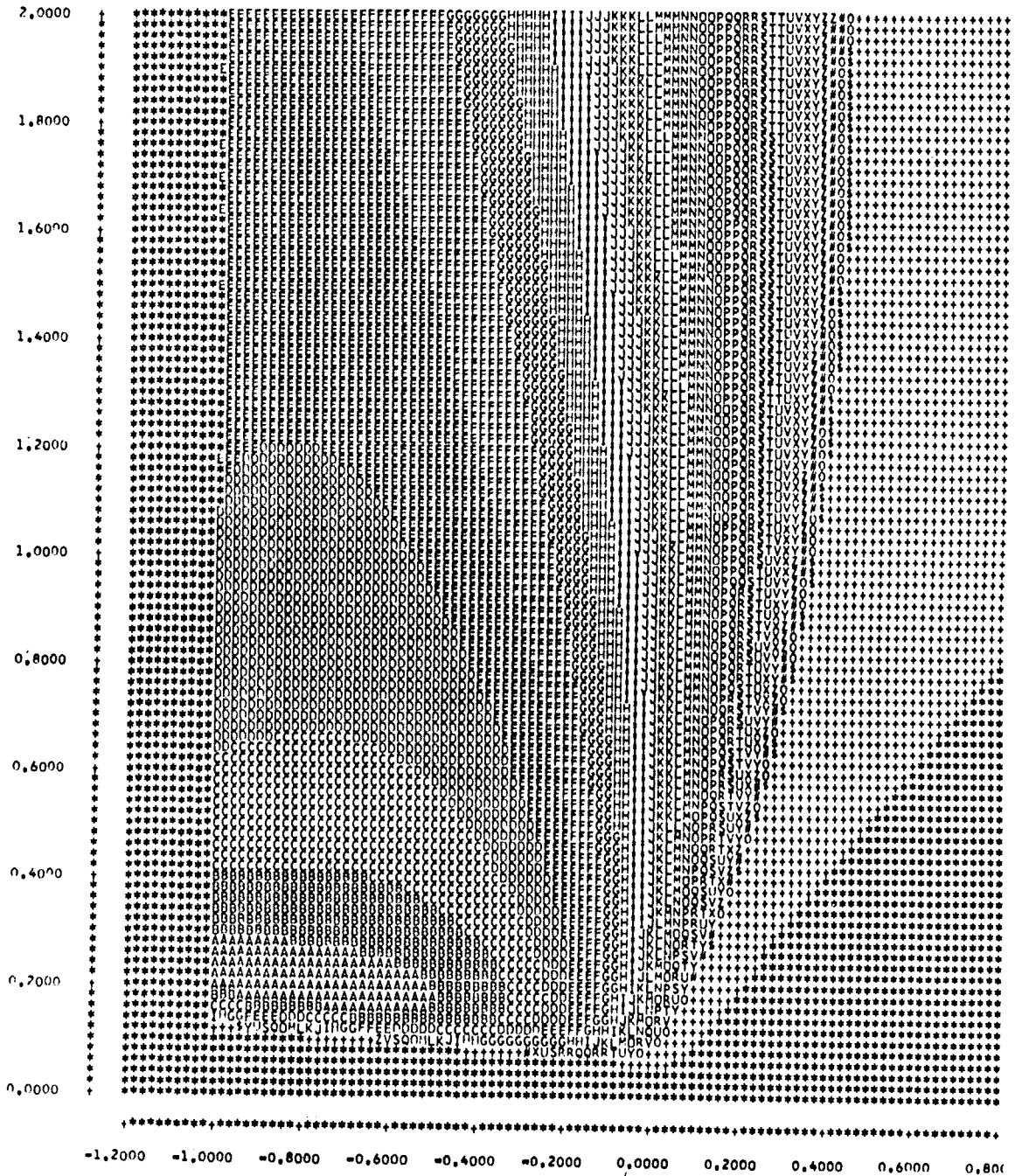


FOELSOENING AF OVERFOERINGER EPS/W

Fig. 6.2.3,2

S. TYPE : D80
CISSE : A1
DI'AT : B0

TAB(-0,8;0,2) * 0,0000
SKALERINGSFAKTOR : 5,0000
AKSEFORHOLD : 1,0000

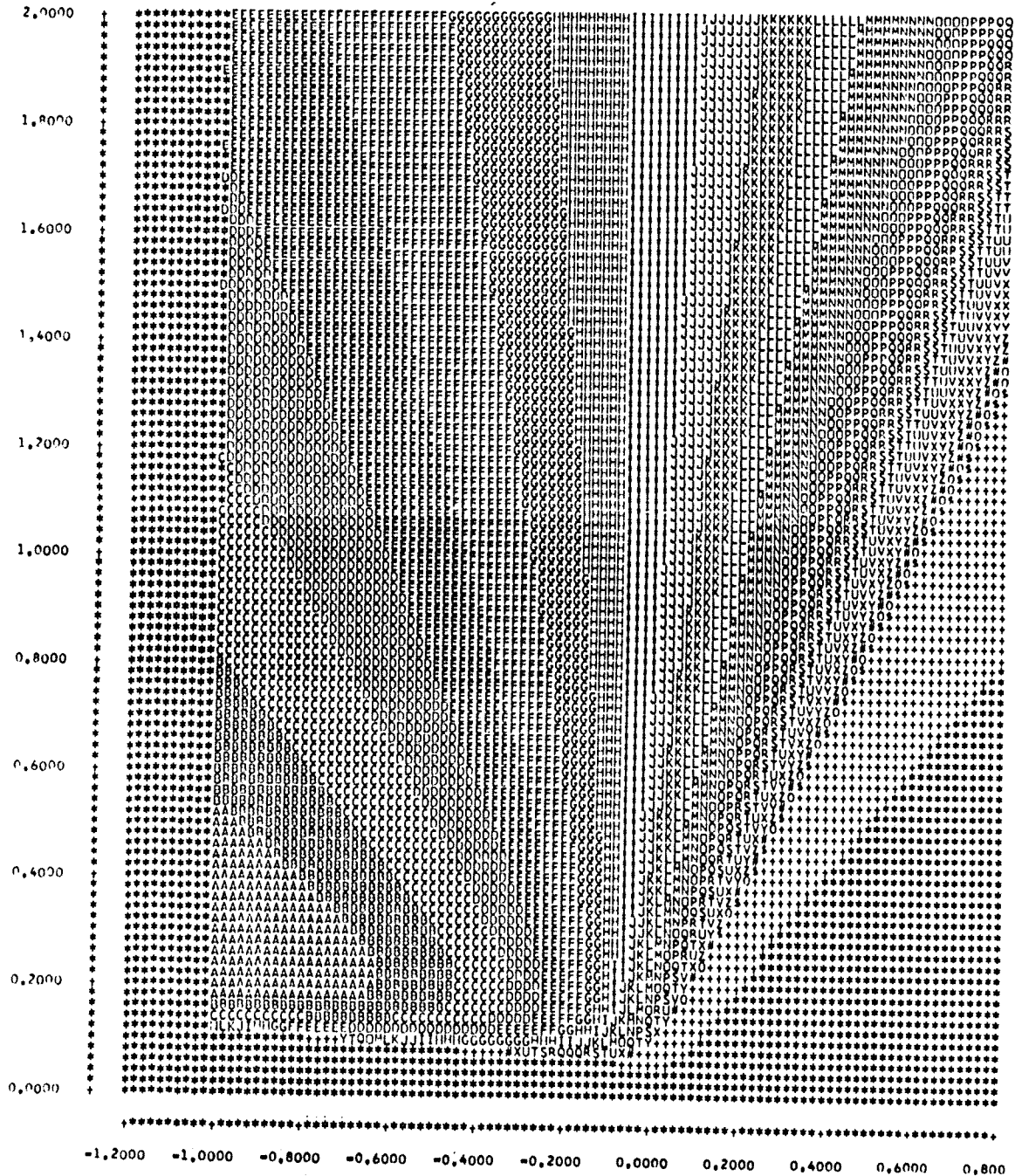


FOLDSOMHEDEN AF OVERFØRTEGEN Y/E

Fig. 6.2.3,3

REG. TYPE : DDB
ABSCISSE : A1
ORDINAT : B0

TAB(-0.8;0.2) = 1.1111
SKALERINGSFAKTOR : 5.0000
AKSEFORHOLD : 1.0000

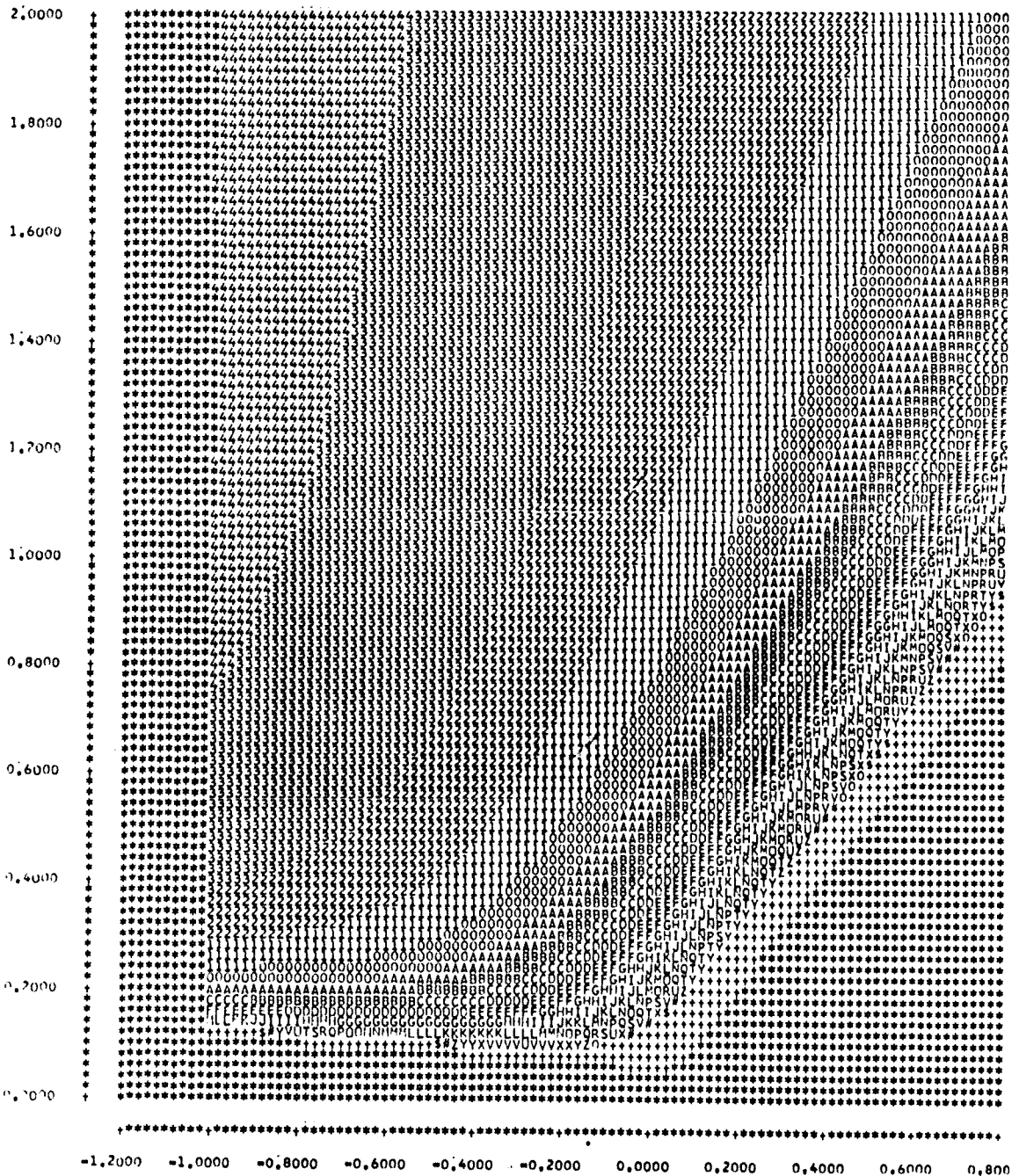


FOELSOEHEDEN AF OVRFROERINGER U/E

Fig. 6.2.3,4

REG. TYPE : DBO
ABCISSE : A1
ORDINAT : B0

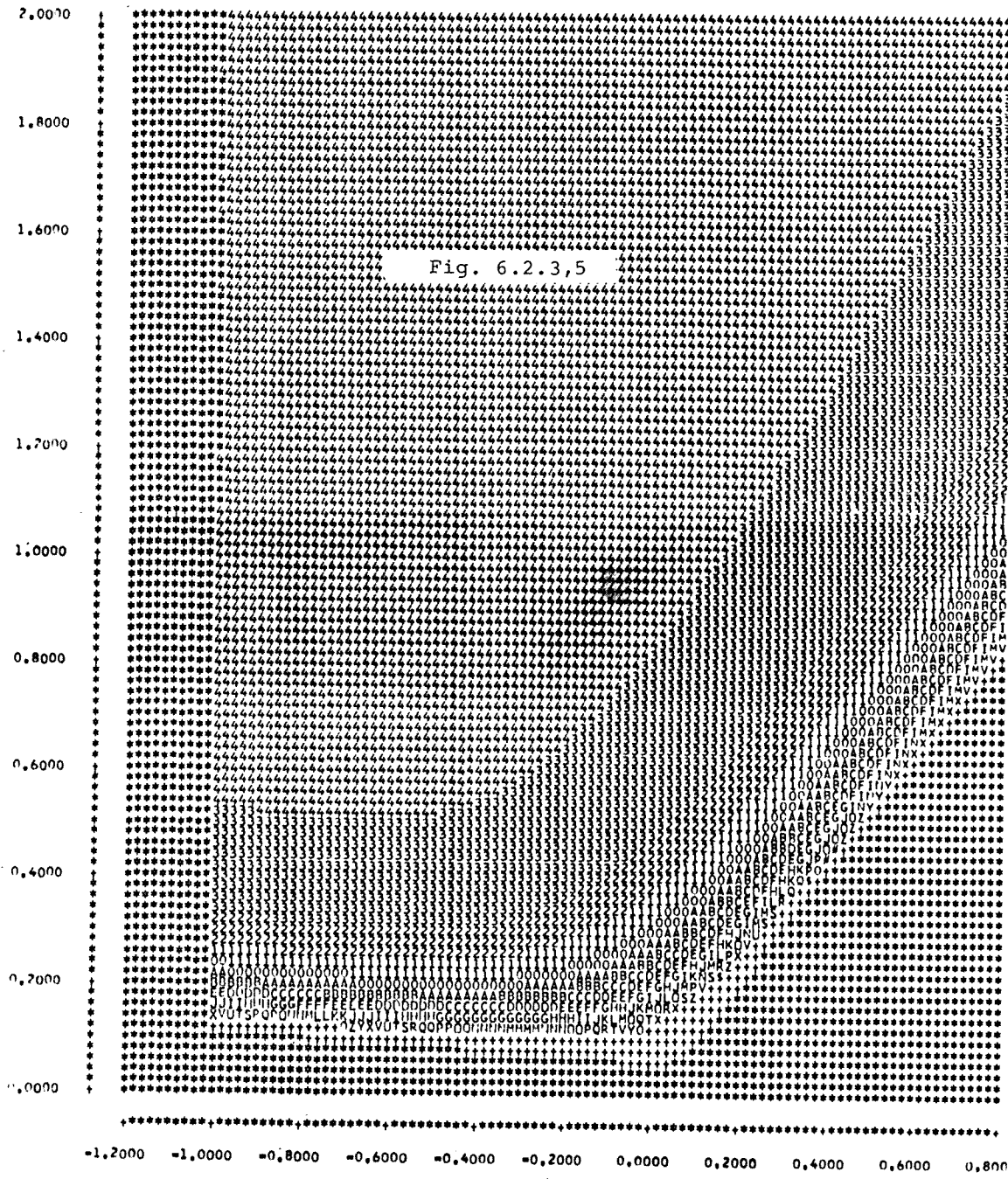
TAB(=0.8,0.2) = 25,0000
SKALERINGSFAKTOR : 5,0000
AKSEFORHOLD : 1,0000

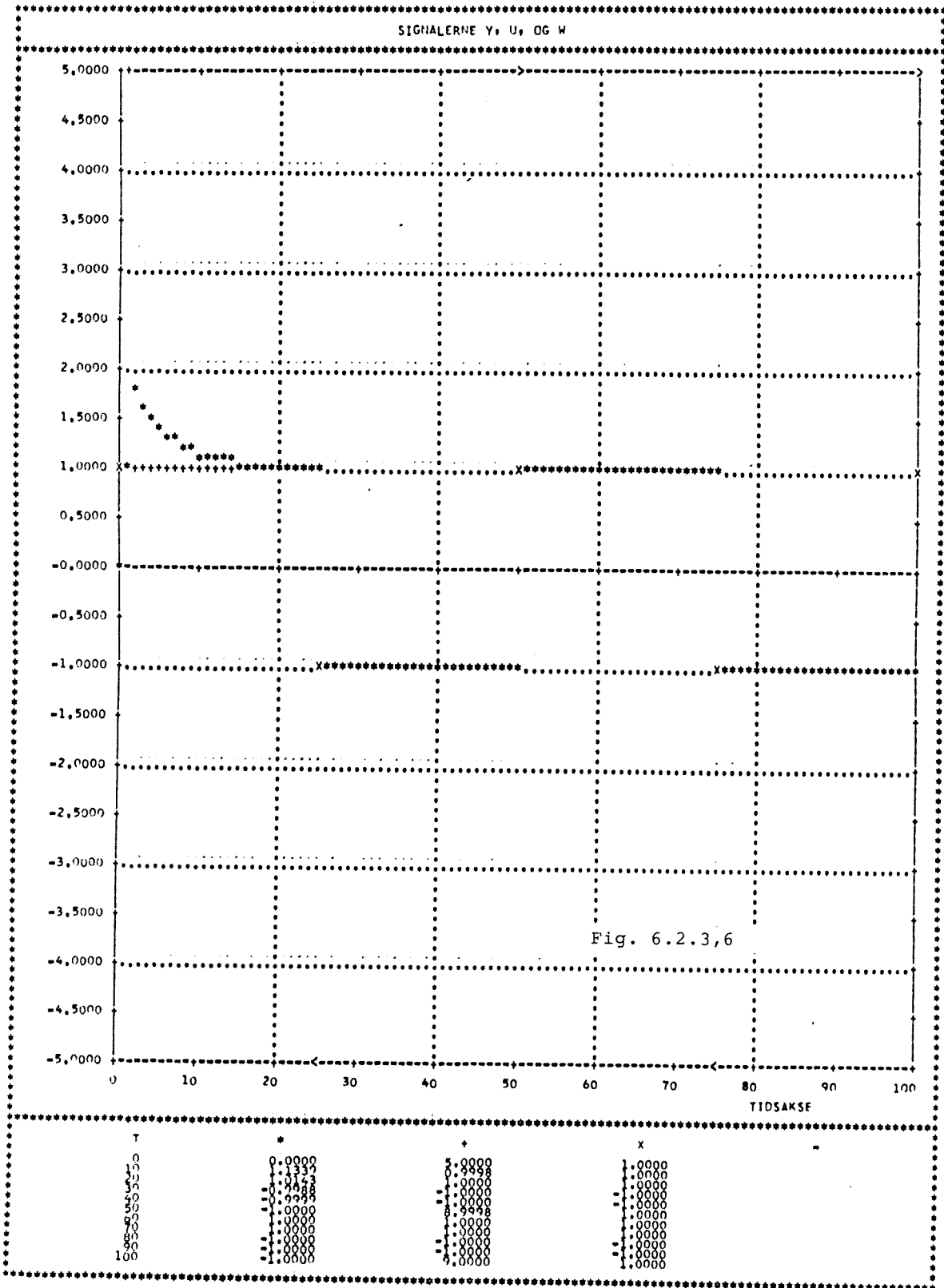


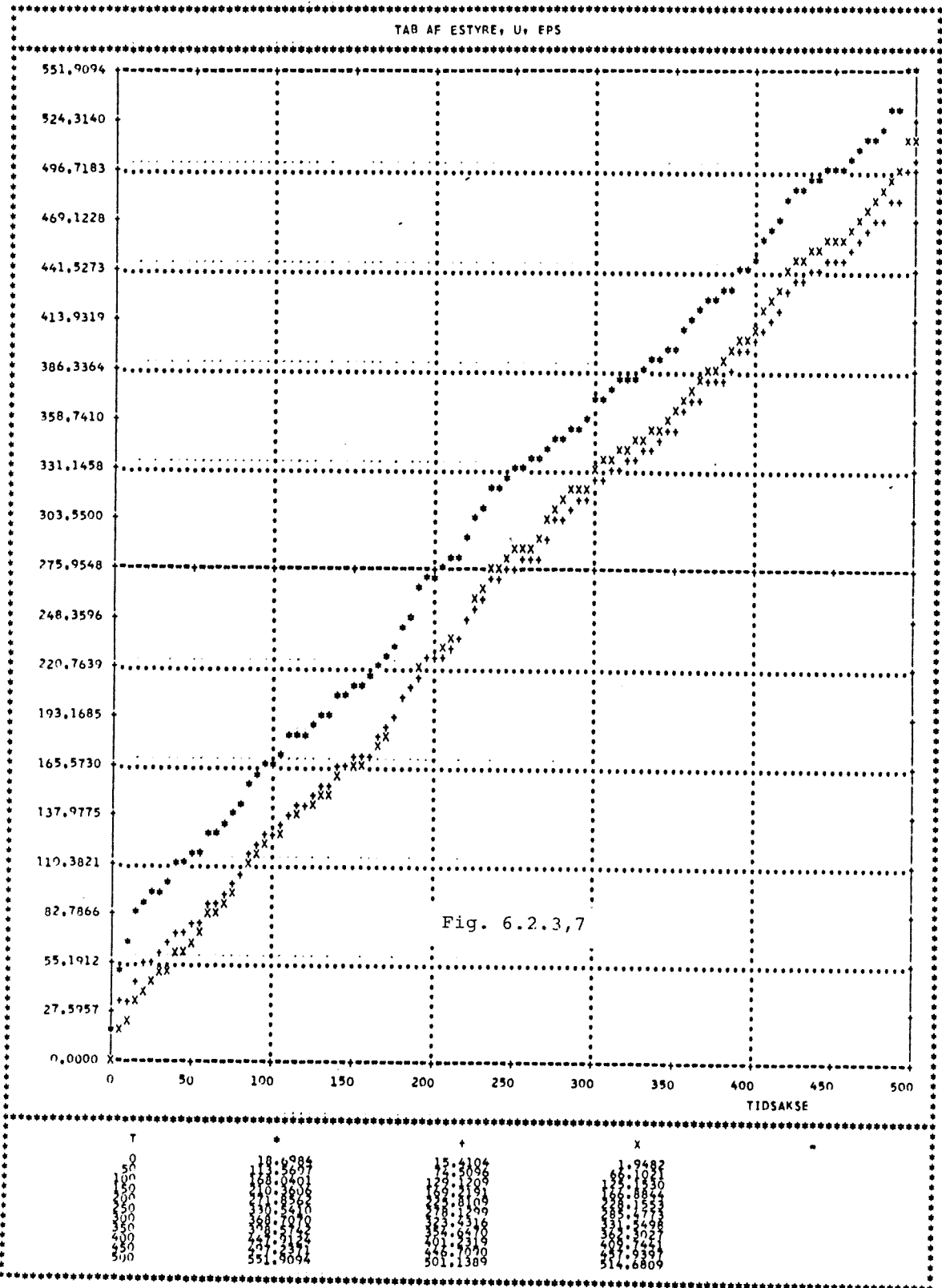
FOELSOEHEDEN AF OVERFOERINGEREN U/W

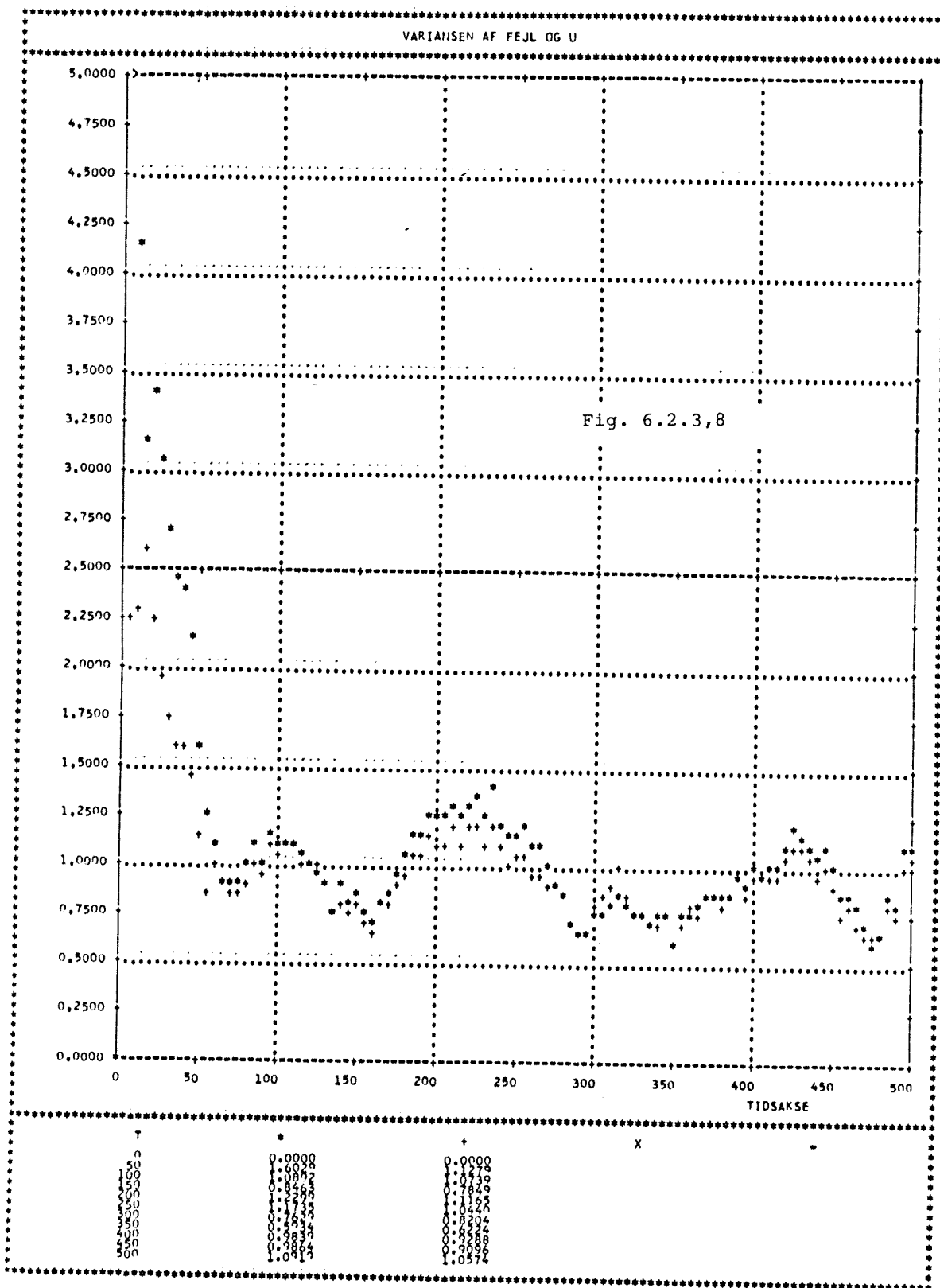
REC. TYPE : D80
ABSCISSE : A1
ORDINAT : B0

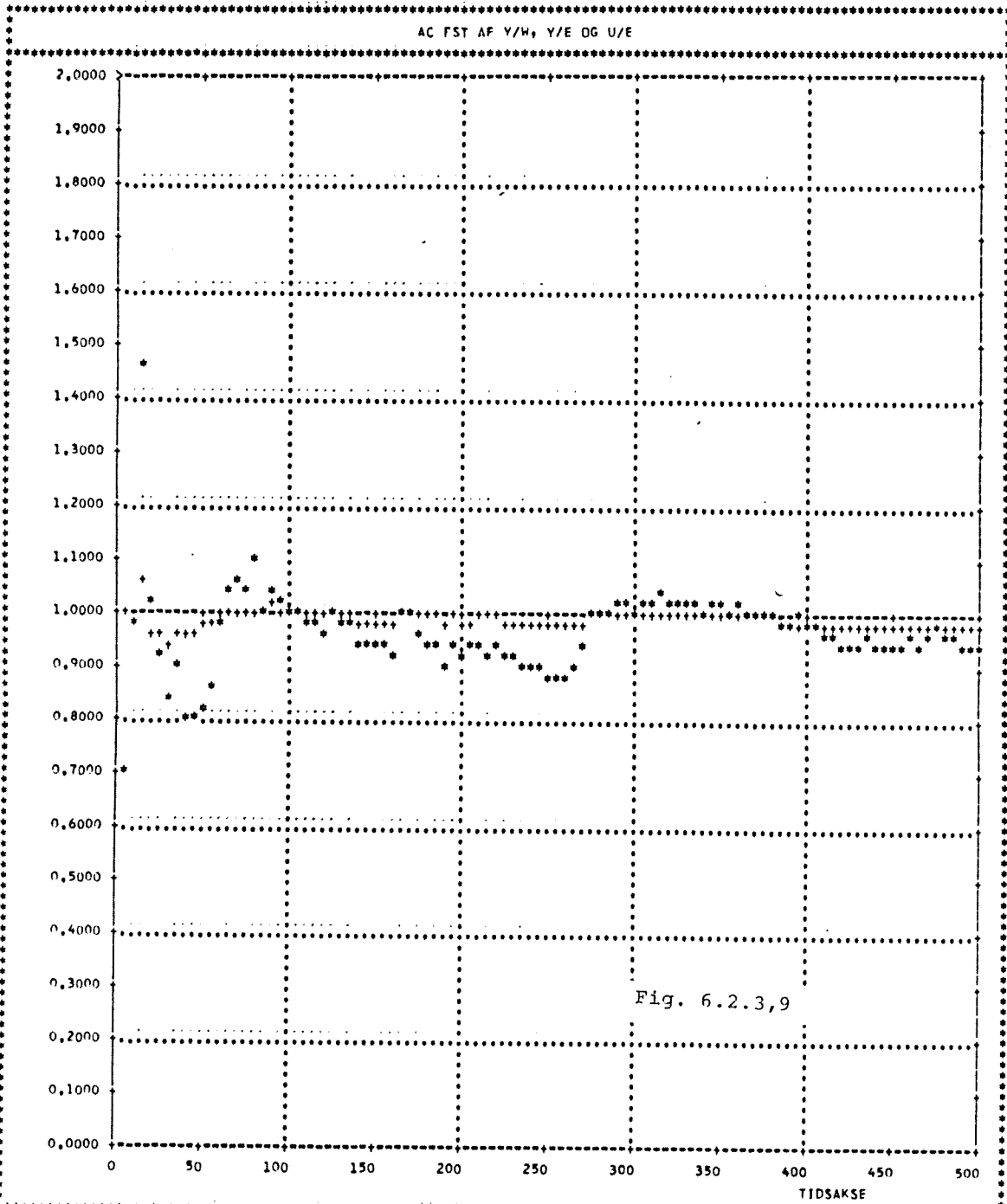
TAB(=0,8+0,2) = 41,0000
SKALERINGSFAKTOR : 5,0000
AKSEFORHOLD : 1,0000



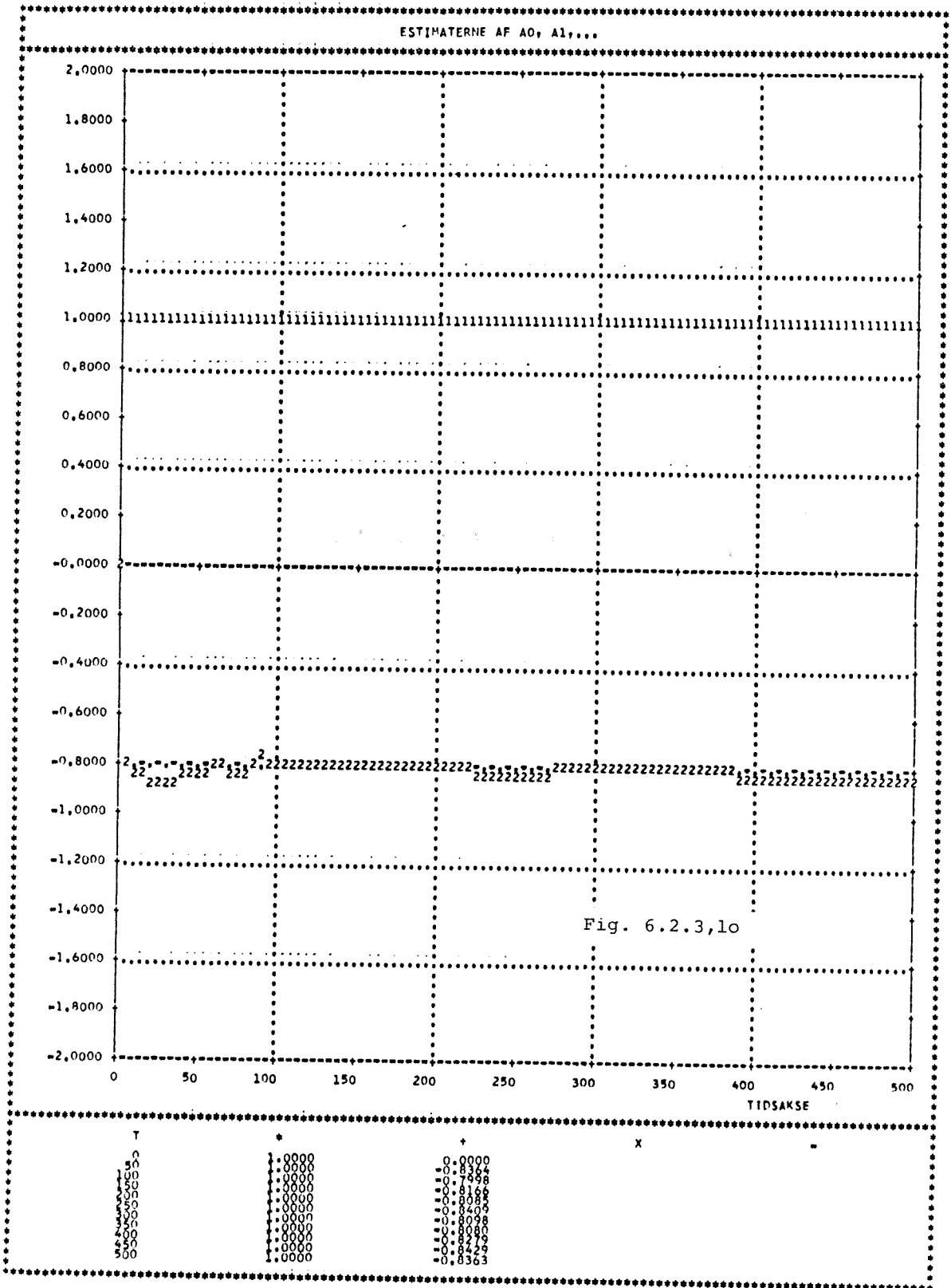


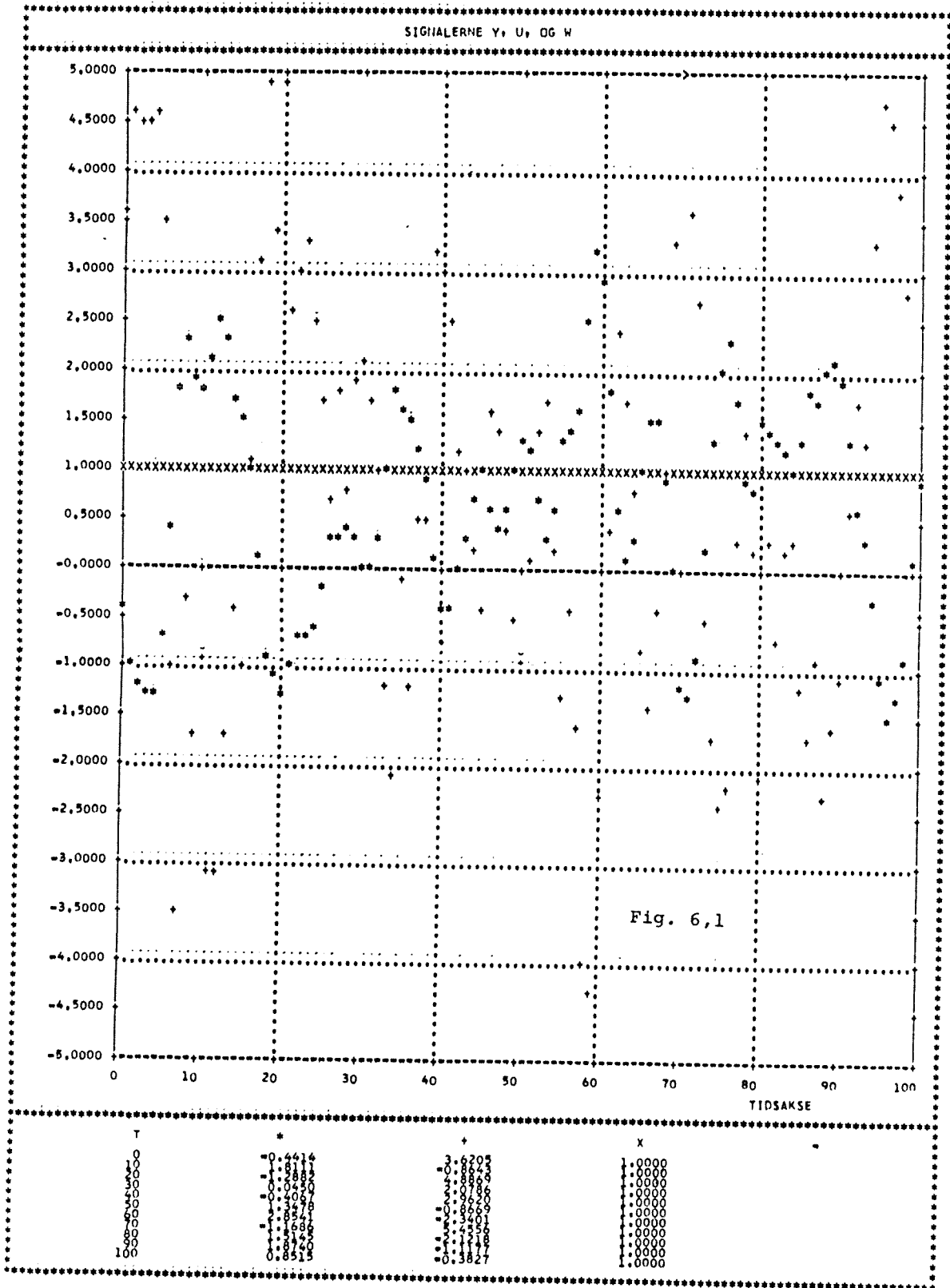






T	*	+	x
0	3.4615	3.4615	3.4615
100	0.8181	0.9703	0.8151
200	0.0087	1.0010	1.0087
300	0.7296	0.9888	0.7260
400	0.7290	0.9888	0.7260
500	0.8870	0.7724	0.8850
100	1.0034	0.9261	1.0034
200	0.9144	0.9280	0.9144
300	0.9788	0.9289	1.0144
400	0.9405	0.9759	0.9788
500	0.9397	0.9786	0.9397





6.1 Objekt I

Det første objekt, som de adaptive reguleringsalgoritmer skal afprøves på, er givet ved:

$$A(q^{-1}) = 1 - 1.5 q^{-1} + 0.7q^{-2}$$

$$B(q^{-1}) = 1 + 0.5q^{-1} \quad k = 1$$

$$C(q^{-1}) = 1 \quad d = 0$$

Støjsignalet har en varians på 0.1. Objektet har poler i

$$\begin{aligned} q_p &= -0.75 \pm 0.371 j \\ &= 0.837 \angle 26.3^\circ \end{aligned}$$

og et enkelt nulpunkt i

$$q_n = -0.5$$

Polerne er ret udæmpede og nulpunktet ligger i venstre halvplan og uden for det område, hvor regulatorer med nulpunktsplombering kan forventes at give gode resultater.

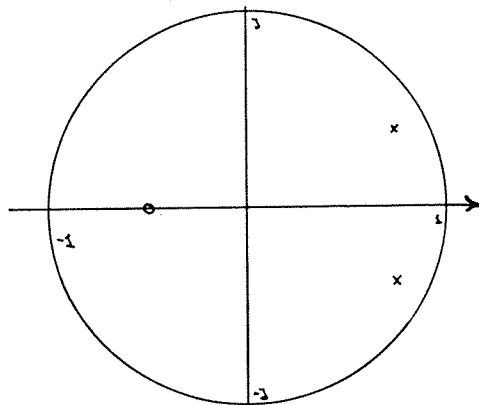
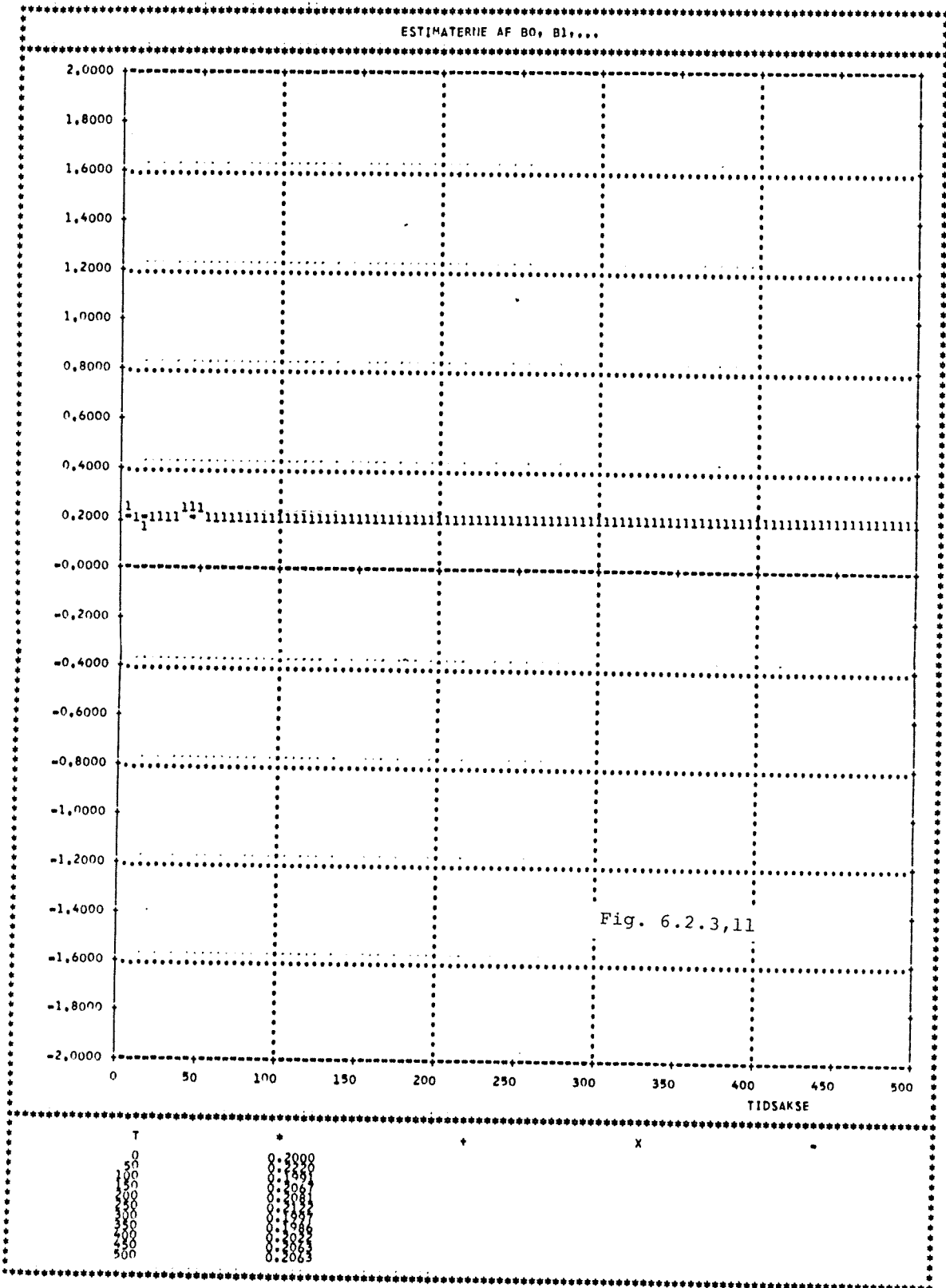


Fig. 1: Enhedscirklen med objektet poler og nulpunkt.



6.2.4 Deadbeatregulering 2 (DB1)

For at reducere den store styreeffekt, der er forbundet med MVo - regulering, blev der med polplaceringsregulatoren indført en pol i overføringsfunktionen fra referencesignalet til udgangen. Med en DB1 regulator indføres et ekstra nulpunkt i omtalte overføringsfunktion, der for dette simple objekt er identisk for DBo - og MVo - regulatorene. Frihedsgraden, der giver sig til udtryk i valget af tuningparameteren β , vil her blive udnyttet fuldt ud. Sættes denne parameter, β , til 1, vil DBo - typen og den hermed valgte DB1 - type udgøre yderpunkterne for valg - mulighederne.

Det ekstra indførte nulpunkt, α , vil med dette valg blive placeret diametral modsat af den estimerede pol, det vil sige at:

$$(1) \quad \alpha = \hat{a}$$

når modellen af objektet er

$$(2) \quad \begin{aligned} A(q^{-1}) &= 1 + \hat{a}q^{-1} \\ B(q^{-1}) &= \hat{b} \end{aligned}$$

På grundlag af disse estimater udregnes regulatorparameterne:

$$(3) \quad D(q^{-1}) = \frac{1 - \alpha^2 q^{-2}}{\hat{b} (1 - \alpha) - q^{-1} + \alpha q^{-2}}$$

som for korrekte estimater er ansvarlig for overføringsfunktionerne

$$(4) \quad H_{Y,W} = 0.56 + 0.44q^{-1}$$

$$\begin{aligned} (5) \quad H_{u,w} &= \frac{2.78 - 1.78q^{-2}}{1 - 0.56q^{-1} - 0.44q^{-2}} \\ (6) \quad H_{y,e} &= \frac{2.78 - 1.78q^{-2}}{1 - 0.8q^{-1}} \\ (7) \quad H_{u,e} &= 2.78 + 2.22q^{-1} \end{aligned}$$

Sammenholdes overføringsfunktionerne til styresignalet med de tilsvarende for DBo - regulatoren, ses at styringen er blevet mere moderat. Påvirkes systemet bestående af objekt med DB1 - regulator kun af hvid støj, vil denne styring give anledning til varianserne:

$$\text{Var}(y) = 0.123$$

$$\text{Var}(u) = 1.26$$

I forhold til DBo - regulatoren bevirker denne styring en reduktion af styrevariansen på 49%. Denne sænkning modsvares af en stigning i variansen på udgangen med 11%. Sammenlignet med MYo - reguleringen er de samme tal 20.9% og 23% for henholdsvis reduktion af styrevariens og stigning i udgangssignalets varians.

I appendix 6 er overføringsfunktionerne angivet (A6,28-34) som funktion af de estimerede parameter. Her er følsomheden af $H_{y,w}$ og $H_{u,e}$ også ens. Kvalitativt er der ikke stor forskel mellem tabsfladerne i fig. 1 - 5 og de tilsvarende for DBo - tilfældet. Tabsfladerne for $H_{e,e}$ og $H_{e,w}$ er fladere omkring minimaet end i det foregående tilfælde. Da tabsfladen for $H_{y,e}$ næsten er uændret, vil man forvente en dårligere konvergens for denne overføring. At man rent faktisk ser det modsatte ved simulering skyldes at belastningsestimatet og DC-følsomheden ikke er inkluderet i analysen.

Servoegenskaberne.

Fig. 6 viser signalerne fra en støjfri simulation med regu -

lator og objekt, når referencen er en firkantbølge. Man ser en meget god konvergens efterfulgt af et forløb, der er beskrevet ved (4) og (5). Igen ser man regulatortypens regulerings - egenskaber demonstreret ved den måde hvorpå den fjerner den fejl, der er opstået under opstarten.

Reguleringsegenskaber.

Forholdene, som er afbildet i fig. 7 og 8 for det stokastiske tilfælde med $w(t) = 1$, er med en ubetydelighed dårligere end i DBo - tilfældet. Man ser her, at tabskurverne meget hurtigt får den forudsagte hældning. Udregnes hældningen over de sidste 400 trin findes, at variansen for $y(t)$ ligger 2.1% lavere end forventet. For styresignalet er det samme tal 3%. I fig 8 er tidsforløbet af de målte varianser vist.

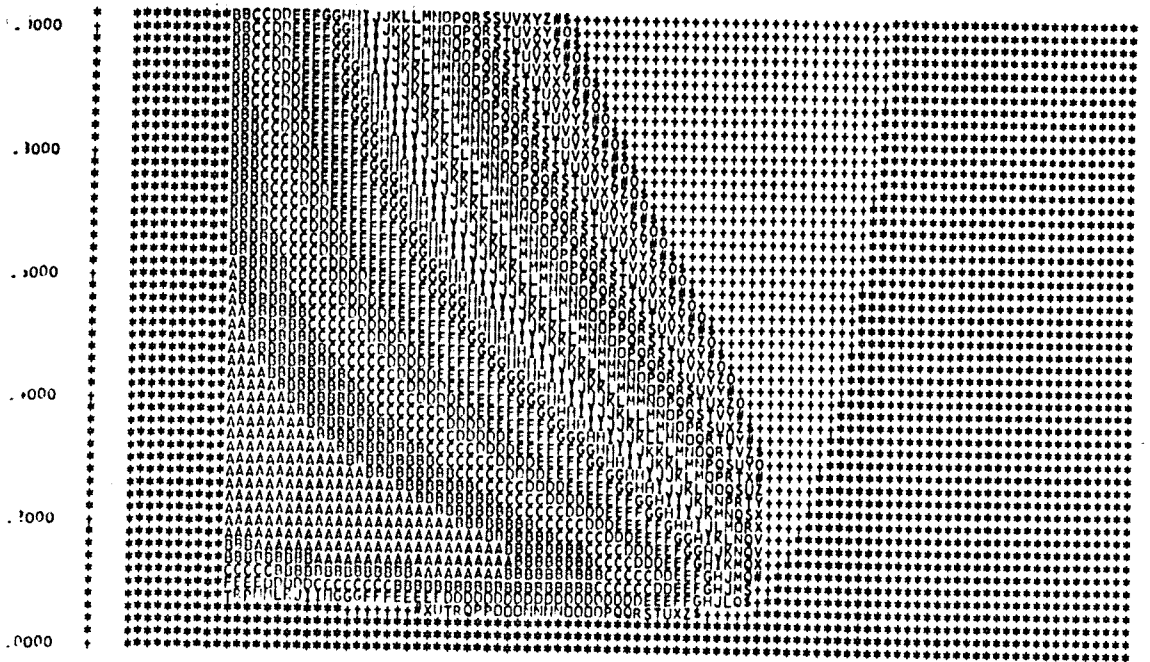
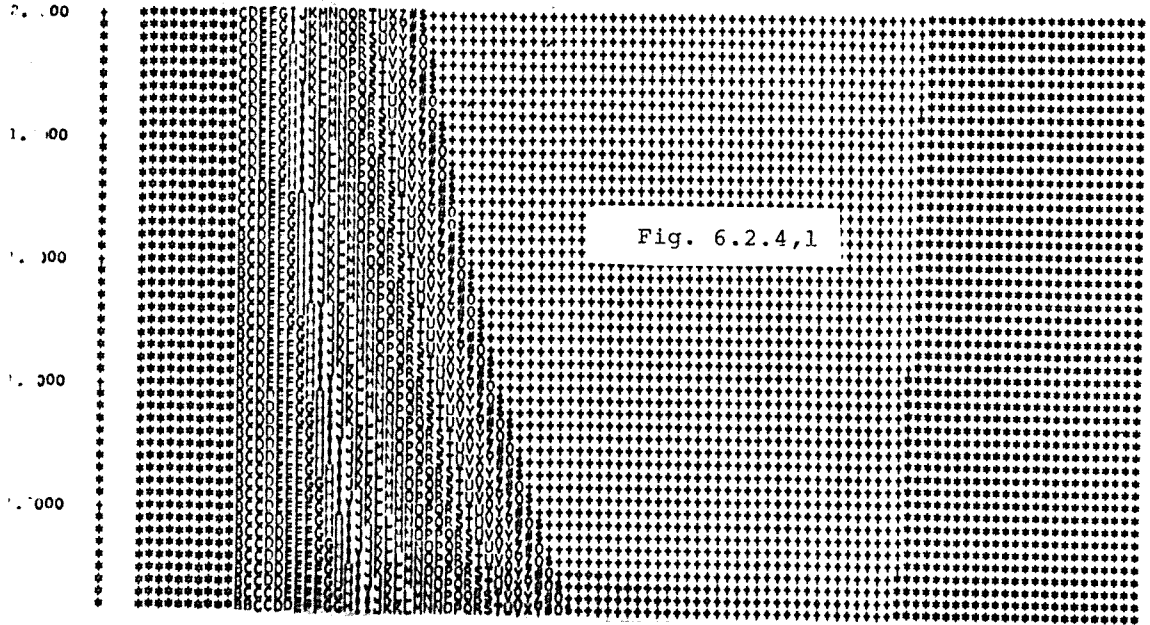
Konvergenssegenskaber.

Tabenes forløb afspejler også konvergenssegenskaberne. AC - forstærkningerne er afbildet i fig. 9, hvor det fremgår at $H_{y,e}$ er ret stabil mens $H_{y,w}$ og $H_{u,e}$ har forstærkninger, der fluktuerer en del. Man ser ikke en forringelse af konvergens - egenskaberne for $H_{y,e}$ i forhold til DBo - tilfældet. Ved sammenligning mellem fig. 9 og fig. 6.2.3,9 ses faktisk det modsatte. Det skal erindres, at den foretagne betragtning er baseret på beregninger for regulatoren med konstante parameter. Desuden er DC - forholdene og estimatet af belastningen i særdeleshed ikke inkluderet i analysen. Det kan i fig. 10 - 12 ses, at parameterestimerne ligger forholdsvis rolige.

FOELSOEMHEDEN AF OVERFOERINGER EPS/E

REG. TYPE : DB1
ADVIS_E : A1
YDUNIT : B0

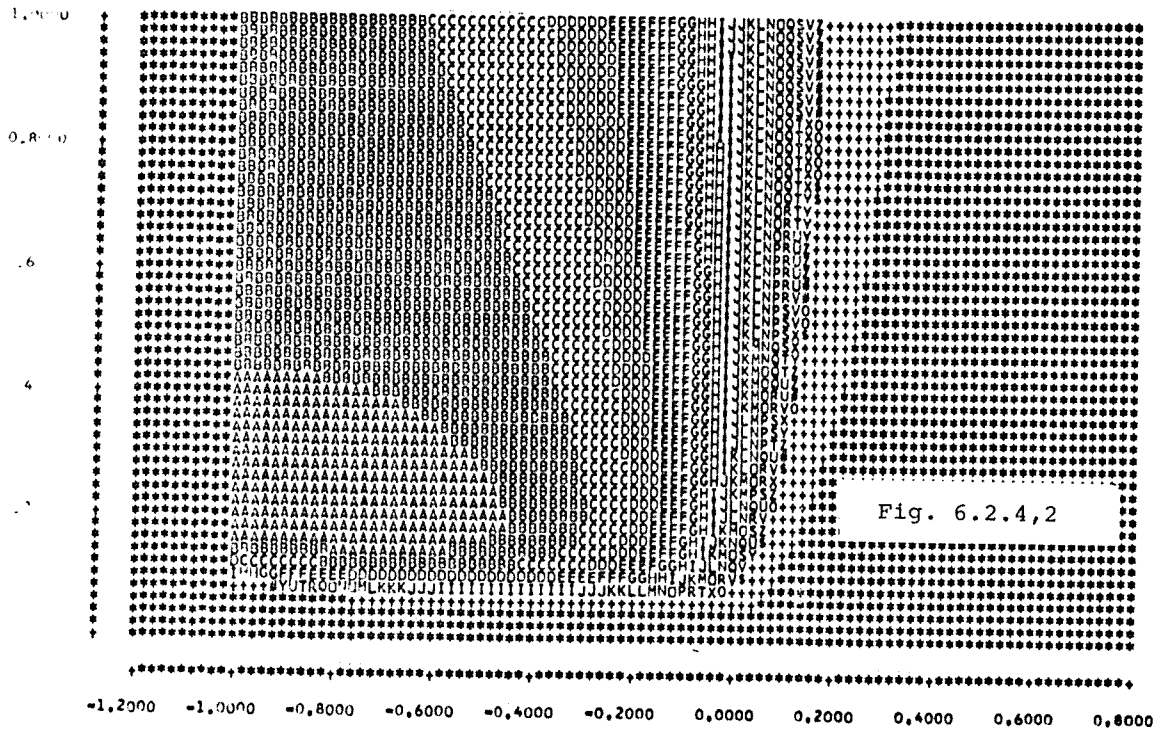
TAB(=0.8+0.2) = 1,0000
SKALERINGSFAKTOR : 5,0000
AKSEFORHOLD : 1,0000



FJELSMIENEN AF OVERFØRINGEREN EPS/W

DB1
A1
B0

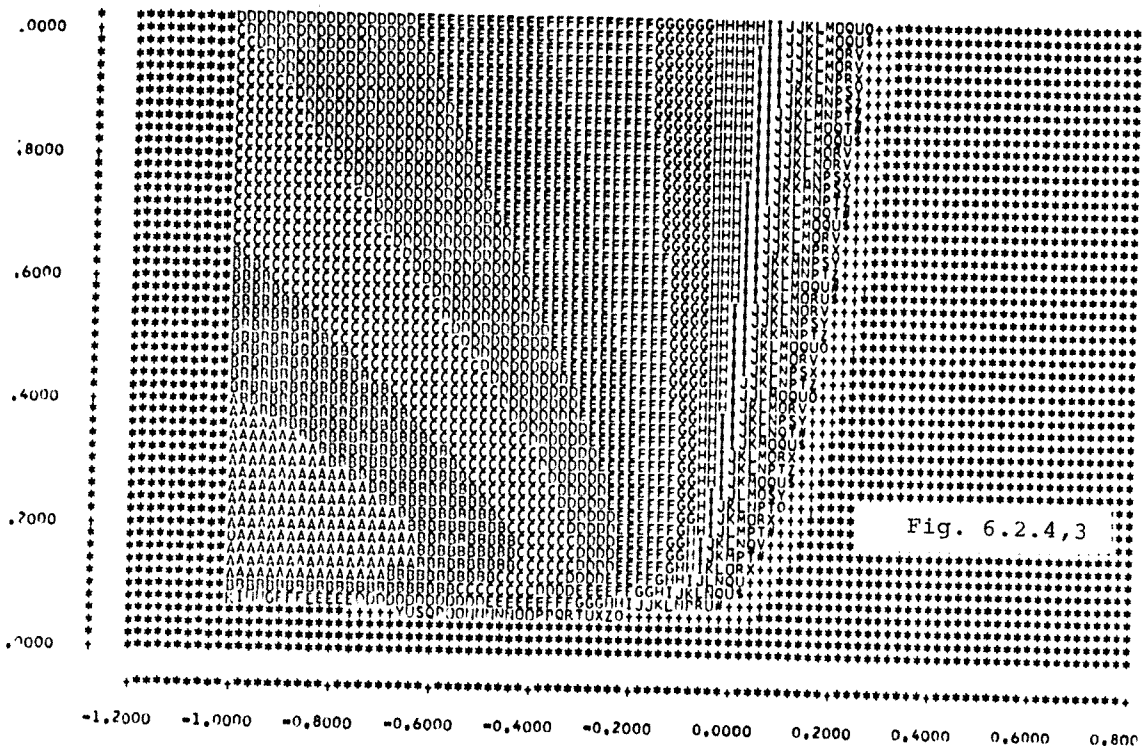
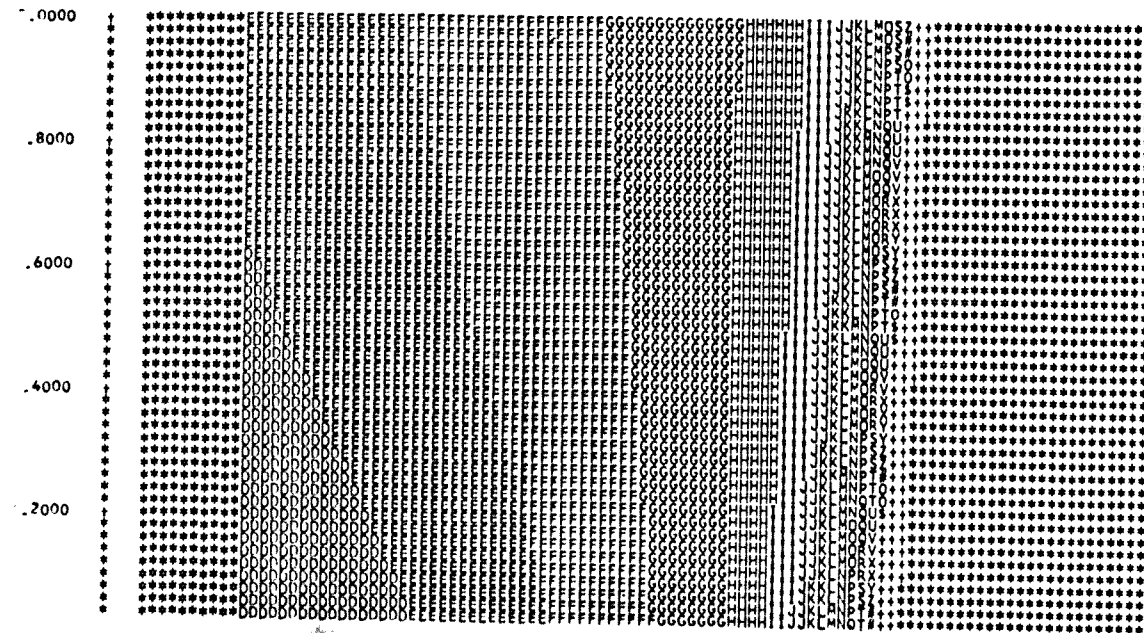
TAB(-0.8+0.2) = 0,0000
SKALERINGSFAKTOR I 5,0000
AKSEFORHOLD I 1,0000



FOELSOEMEDEN AF OVERFOERINGER Y/E

TYPE : DB1
KLASSE : A1
MATERIAL : B0

TAB(-0,8+0,2) = 1,2318
SKALERINGSFAKTOR : 5,0000
AKSEFORHOLD : 1,0000



FØLGSOMHEDEN AF OVERFØERINGER U/W

TYPE : DB1
KURVE : A1
PUNKT : B0

TAB(-0,8+0,2) = 10,8765
SKALERINGSFAKTOR : 5,0000
AKSEFORHOLD : 1,0000

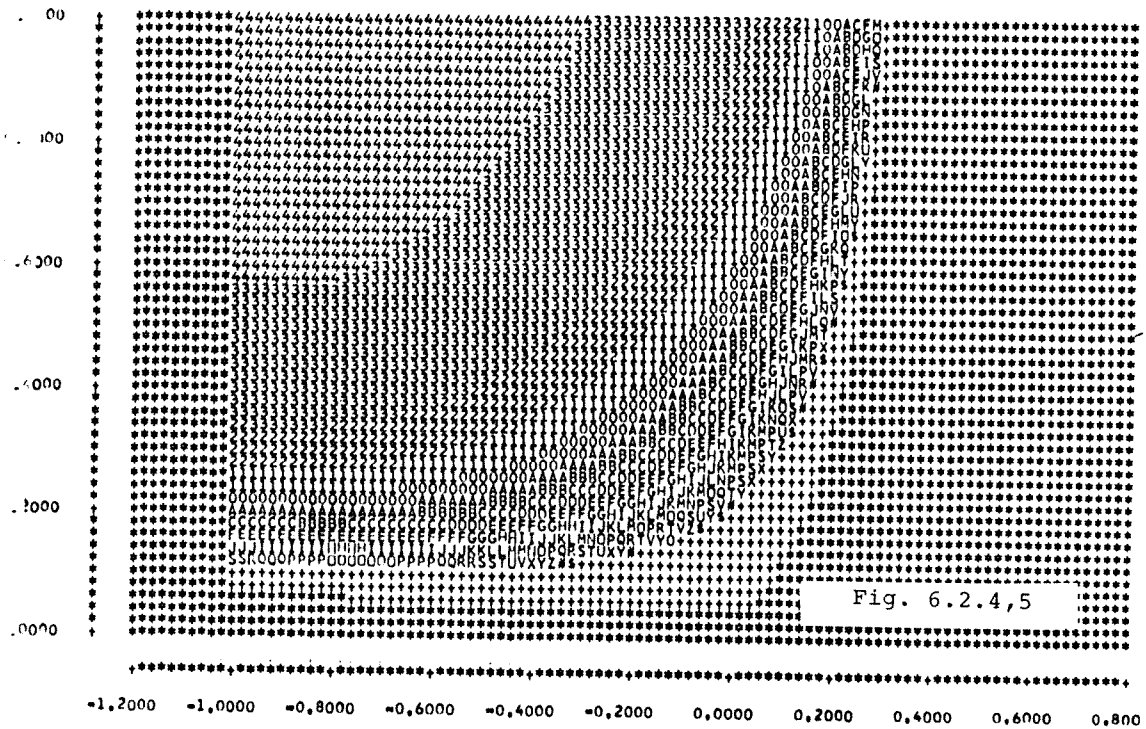
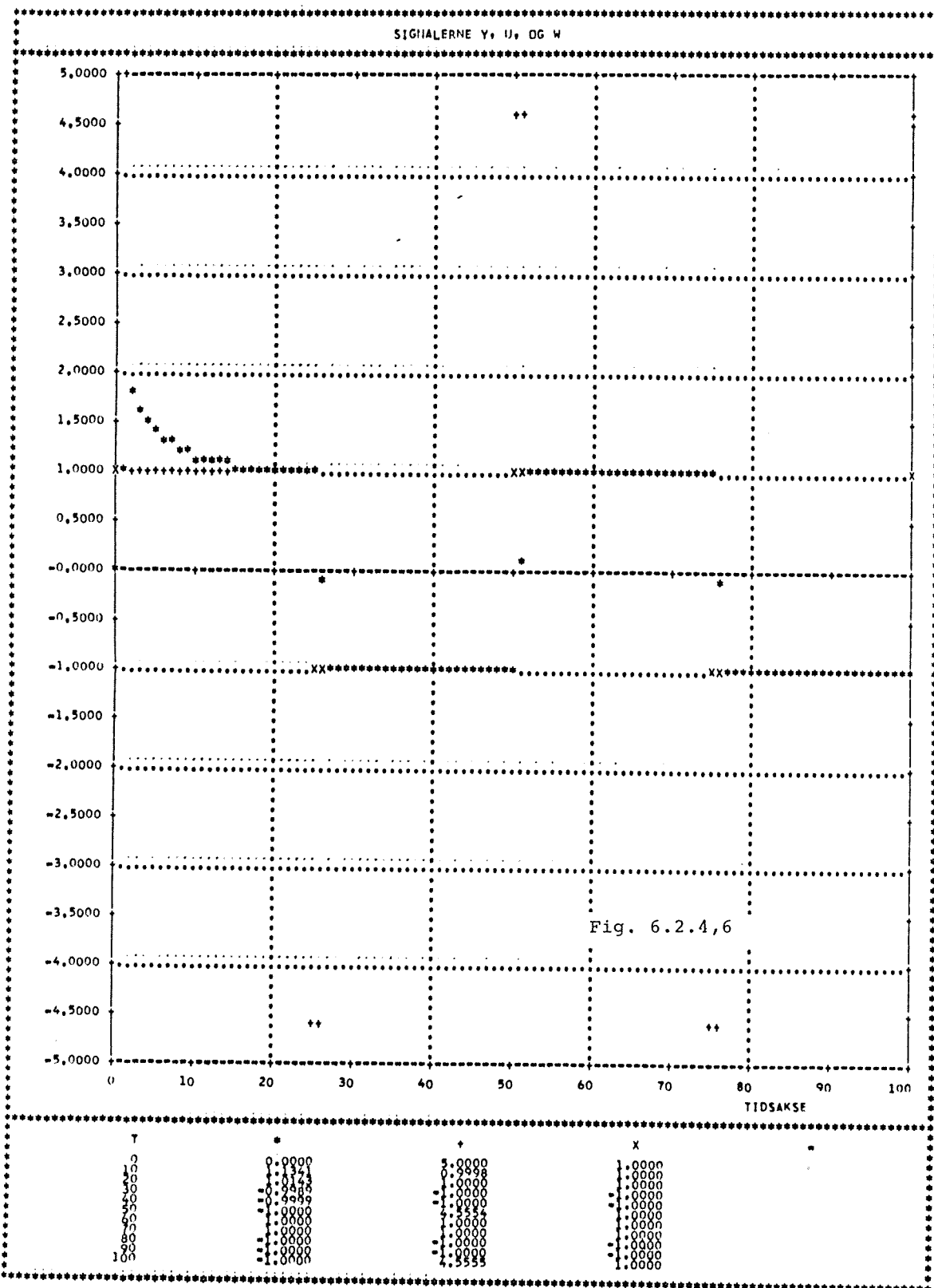
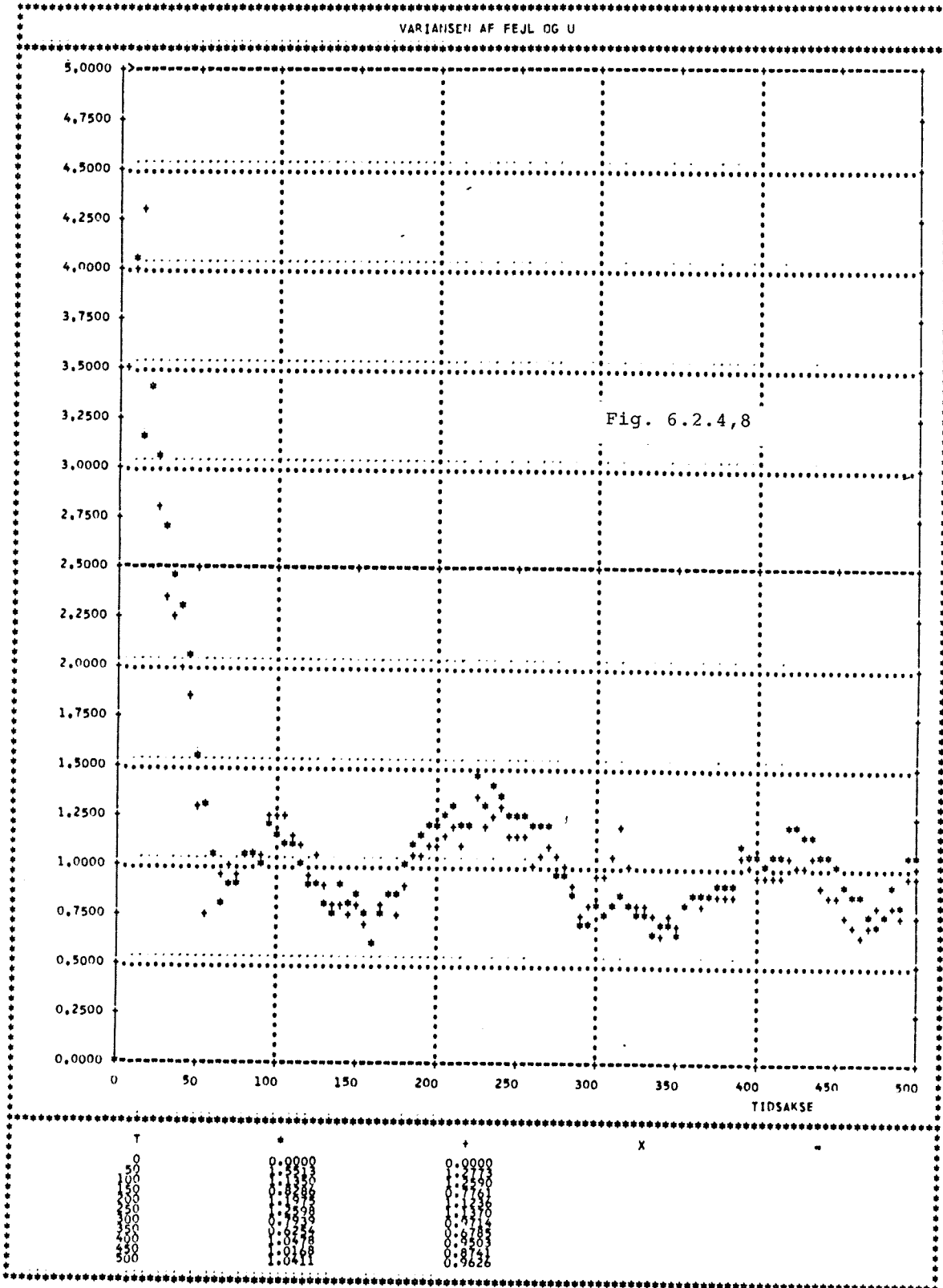
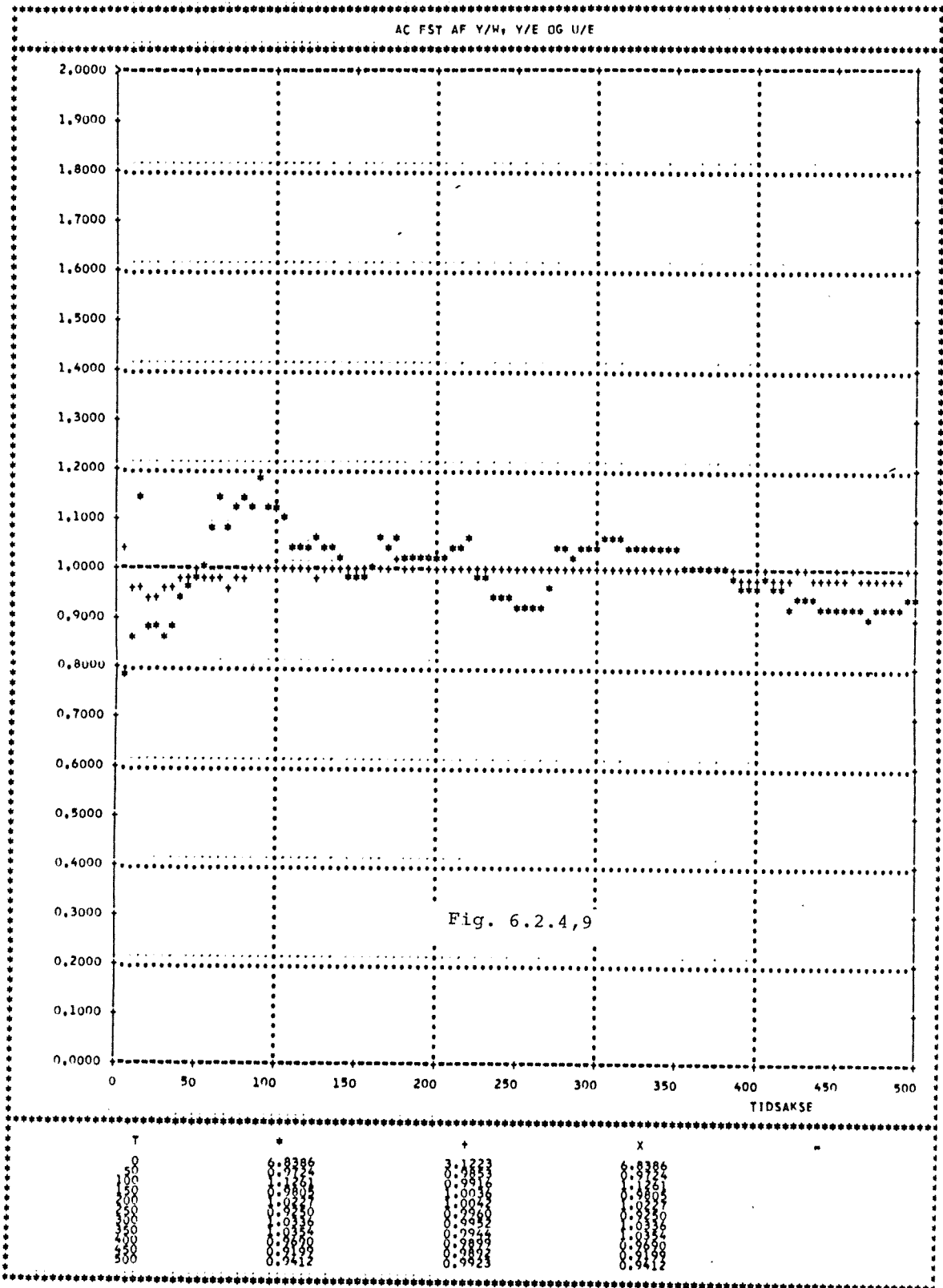
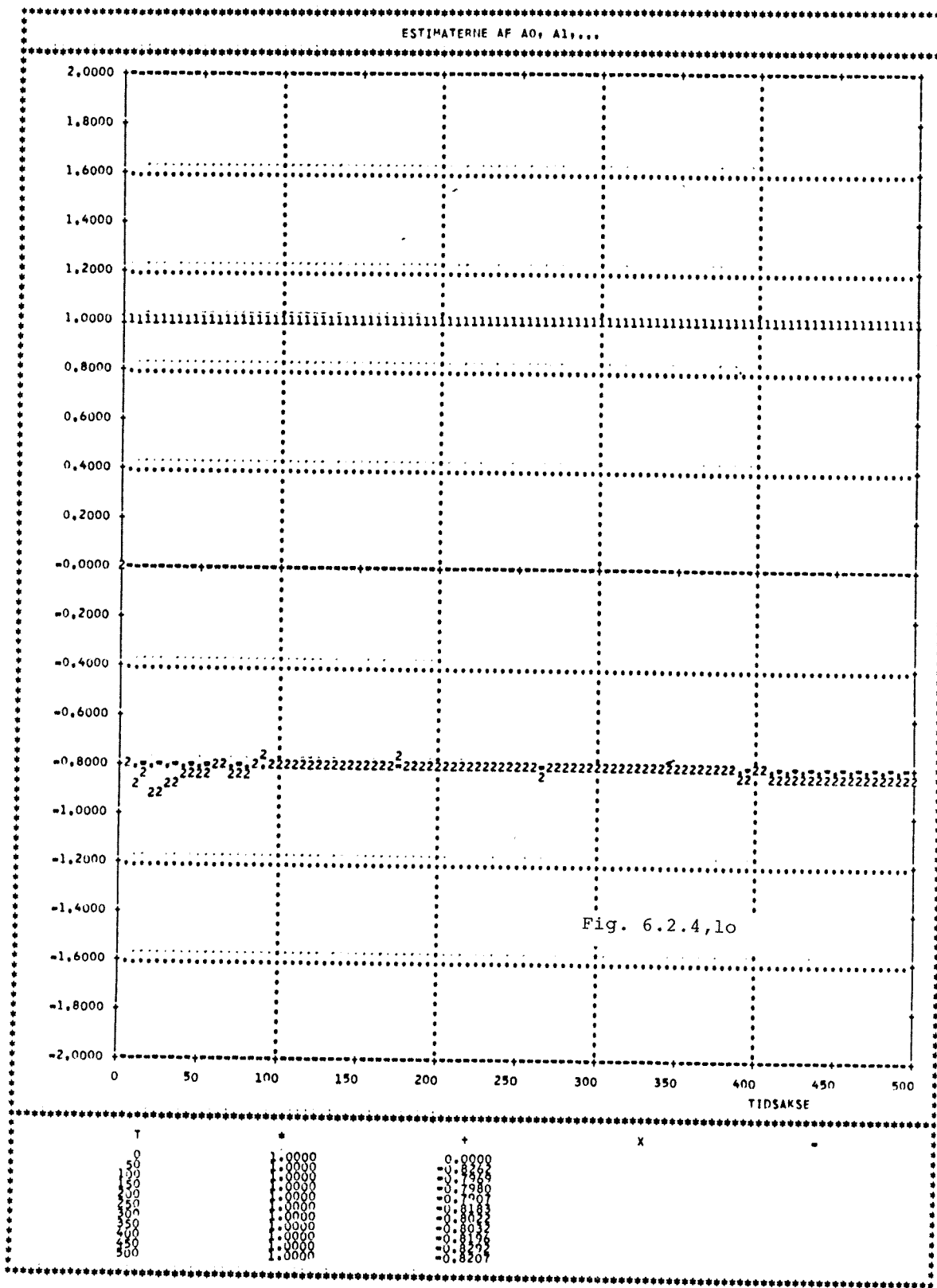


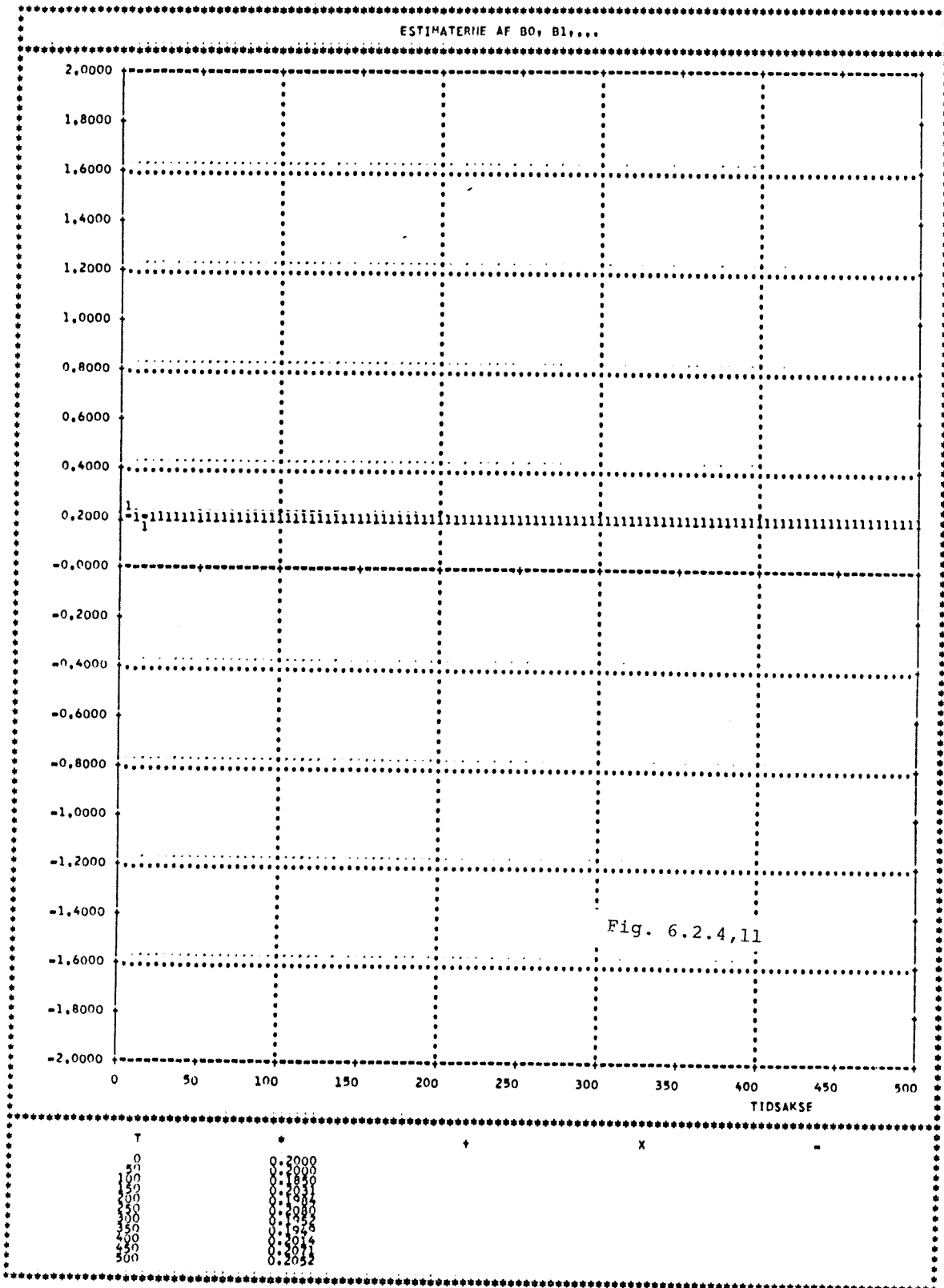
Fig. 6.2.4,5

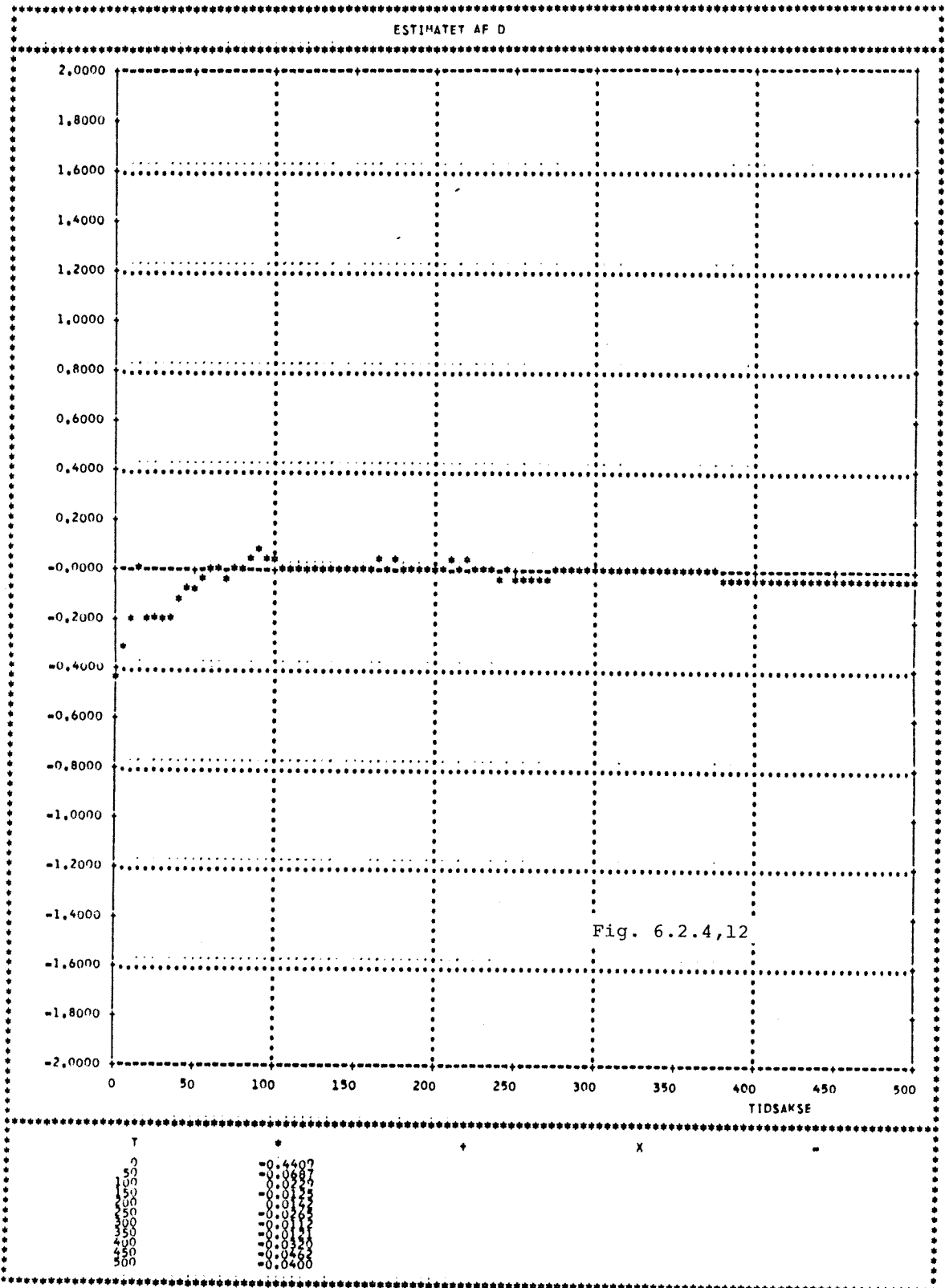












6.2.5 MV2 - regulering.

Den model, der ved polplaceringsreguleringen blev anvendt overfor referencesignalet, har ingen nulpunkter. Hvis denne model også anvendes i en MV2 regulator, vil der ikke være nogen forskel mellem denne og POL - regulatoren. Modellen udvides derfor med et nulpunkt i 0.2.

$$\begin{aligned} A^e(q^{-1}) &= A^m(q^{-1}) = 1 - 0.4q^{-1} \\ (1) \quad B^m(q^{-1}) &= 0.75 - 0.15q^{-1} \\ B^e(q^{-1}) &= 1 - 0.2q^{-1} \end{aligned}$$

Der anvendes samme nulpunkter og poler overfor støj og reference, hvilket som i afsnit 5.1.3.3 ikke er en nødvendighed.

Modellerne fremkommer i den generelliserede minimalvariansstruktur ved, at vælge kriterie polynomierne som følger:

$$\begin{aligned} P_1 &= A^e = 1 - 0.4q^{-1} & P_2 &= B^e = 1 - 0.2q^{-1} \\ R_1 &= 0.75 & R_2 &= 1 \\ Q_1 &= 0 & Q_2 &= 1 \end{aligned}$$

De korrekte regulatorparameter er i dette tilfælde bestemt af

$$(3) \quad A^e = B^e A + q^{-1} F$$

der giver at

$$\begin{aligned} F(q^{-1}) &= 0.6 - 0.16q^{-1} & \gamma &= 0 \\ G(q^{-1}) &= B^e + Q_1 C = 0.2 \end{aligned}$$

$$H(q^{-1}) = -C = -1$$

I den selvindstillende regulator bliver kun f_0 , f_1 og γ estimeret ud fra modellen:

$$\begin{aligned} (5) \quad \Phi(t) &= (\hat{f}_0 + \hat{f}_1 q^{-1})y(t-1) + g_0 u(t-1) + \hat{\gamma} + \varepsilon(t) \\ &= \frac{A^e(q^{-1})}{B^e(q^{-1})} y(t) - w(t-k) \end{aligned}$$

Der skal estimeres en ekstra parameter i forhold til MVo - og POL - regulering, som er en følge af det indførte nulpunkt. Dette giver regulatoren et handicap i forhold til de øvrige. Styre - signalet bestemmes på grundlag af de estimerede parameter efter

$$u(t) = \frac{1}{g_0} (0.75w(t) - (\hat{f}_0 + \hat{f}_1 q^{-1})y(t) - \hat{\gamma})$$

og giver for korrekte estimater anledning til:

$$\text{Var}(y) = 0.1048$$

$$\text{Var}(u) = 0.919$$

når systemet kun påvirkes af hvid støj med varians 0.1. I relation til POL - reguleringen er der med indførelsen af nulpunktet opnået en reduktion af udgangssignalet varians på 12%. Samtidigt er styrevariansen steget med 93%. Ved regulering af objekt I, der havde et ret udæmpet nulpunkt, var det den modsatte effekt der kunne iagttages. En konklusion, der hviler på et ret spinkelt eksperimentielt grundlag er, at indlæggelse af nulpunkter kan være en fordel, hvis de kan lægges i nærheden af objektets. Det kan øjensynligt ikke betale sig at indføre nulpunkter i modellen, hvis objektet ikke har nogle. Ønskes lavere varians af udgangssignalet, kan dette opnås ved at ændre modellens båndbredde. Dette kan også udledes af udtrykkene (5.1.3.3,6) og (5.1.3.3,10).

Servoegenskaber.

Signalerne for en simulation, hvor systemet kun påvirkes af et referencesignal, der er en firkantbølge med en amplitude på 1 og en periodetid på 50, er vist i fig. 1. Man ser, at den ret hurtige model kræver en hård styring. Til sammenligning er der i nedenstående tabel anført tabene over de sidste 60 trin for nogle andre regulatorer.

	T_Y	T_u
MVo	8.0	128.0
POL	9.53	38.1
MV2	8.60	62.9

Man ser, at POL - regulatoren kræver langt mindre styreeffekt, men så til gengæld følger referensen dårligere end MV2.

Reguleringssegenskaber.

Hvis objektet nu også påvirkes af hvid støj og hvis referen -
cen er konstant fremkommer kurverne for tab og varians, der er
afbildet i fig. 2 og 3. Det ses tydeligt, at variansen af styre-
signalet er lidt mindre end forventet. Dette bekræftes ved at
udregne hældningen af tabskurven for dette signal. Hældningen
er målt over de sidste 400 trin 10% lavere end beregnet. Denne
tendens er bemærket ved alle de implicitte regulator typer,
hvilket hænger sammen med deres relationer til den basale mini -
malvariensregulator. Hældningen af udgangssignalet tabsfunk -
tion er 1.5% under forventet. Sammenholdes dette med kurverne
over AC - forstærkningerne (fig. 4) ses, at den lavere målte
variens må skyldes den anvendte støjsekvens.

Konvegensegenskaber.

Kurverne over AC - forstærkningerne udviser et meget pænt forløb, som dog ikke kan sammenlignes med de samme for MVo - regulatoren. Forløbet er ret typisk for de her anvendte implicitte algoritmer. AC - forstærkningen til udgangen har et relativt roligt forløb, der asymptotisk nærmer sig til den beregnede værdi fra oven. I de fleste tilfælde har AC - forstærkningen af $H_{u,e}$ nærmet sig den korrekt nedefra. En undtagelse herfra er MVo - regulering af dette objekt. Fælles for de 7 fortagne simulationer er, at for de implicitte algoritmer har AC - forstærkningen haft en temmelig fluktuerende karakter. Dette kan j.v.f følsomhedsanalysen forklares ved at $H_{u,e}$ er følsom overfor estimationsfejl. Fig. 4 viser samstemmende med følsomhedsanalyserne, der er foretaget med POL - og MVo - regulering, at $H_{u,w}$ ikke er ligeså følsom som den tilsvarende overføringsfunktion fra støjen. Iøvrigt er konvergenen for $H_{u,e}$ bedre i dette tilfælde end i de øvrige. DC - fejlen (fig. 5) har også her et ret typisk forløb. De to bidrag til denne fejl ophæver næsten hinanden, hvilket skyldes, at det kun er det samlede bidrag der indgår i estimationen. Fig. 6 og 7 viser de estimerede paramater. Sammenholdes de fejlagtige estimater af F - parameterne med AC - forstærkningerne iagt - tages, at overføringsfunktionerne til udgangen er temmelig ufølsomme overfor disse fejl.

---ooo0ooo---

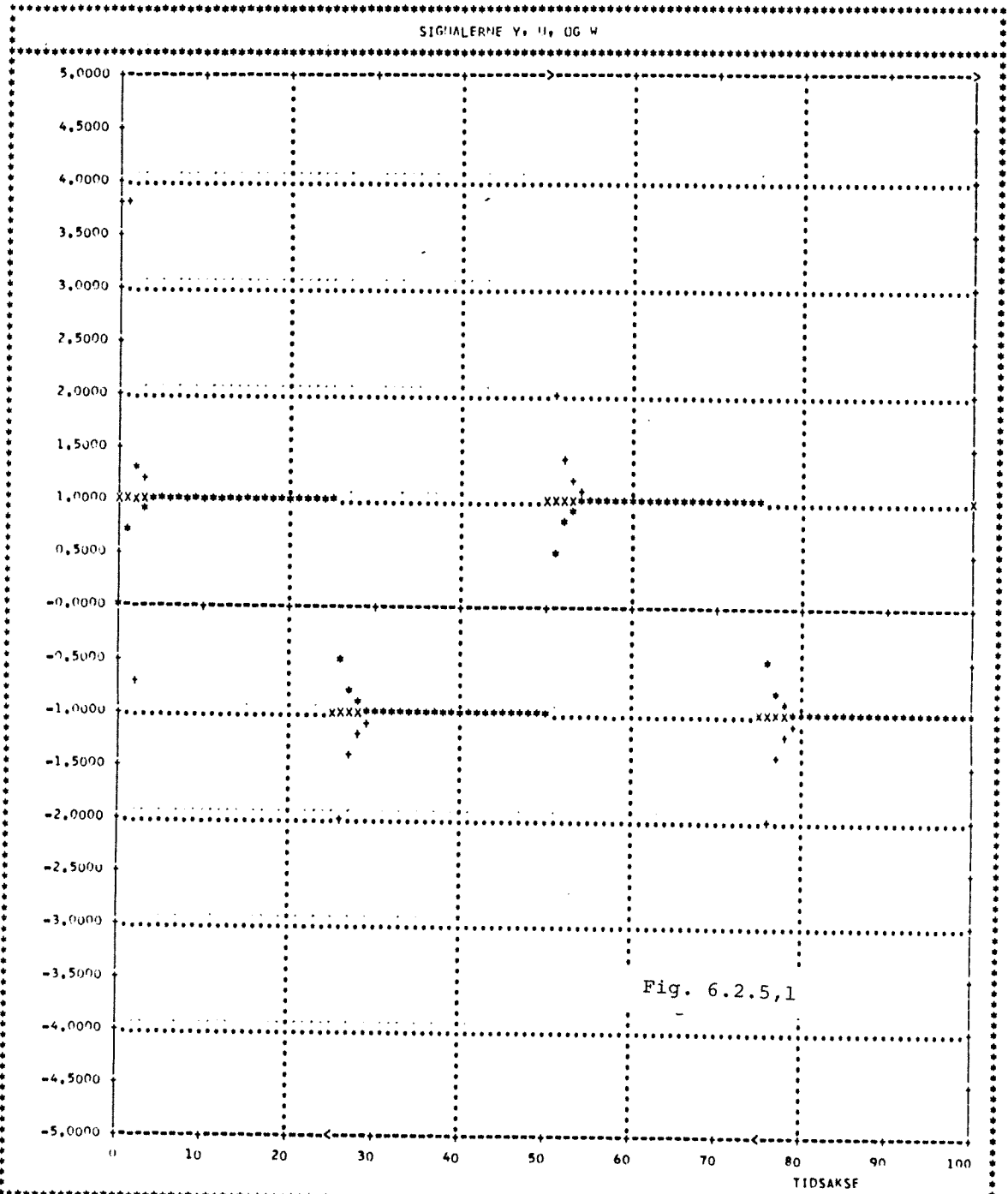


Fig. 6.2.5,1

T	*	+	X
0	0.0000	3.7500	1.0000
10	0.7770	1.0000	1.0000
20	1.0000	1.0000	1.0000
30	-1.2873	1.0000	1.0000
40	-1.0000	-1.0254	1.0000
50	-1.0000	0.0000	1.0000
60	0.0000	0.5000	1.0000
70	0.0000	1.0000	1.0000
80	-1.0000	1.0000	1.0000
90	-1.0000	-1.0256	1.0000
100	-1.0000	0.0000	1.0000

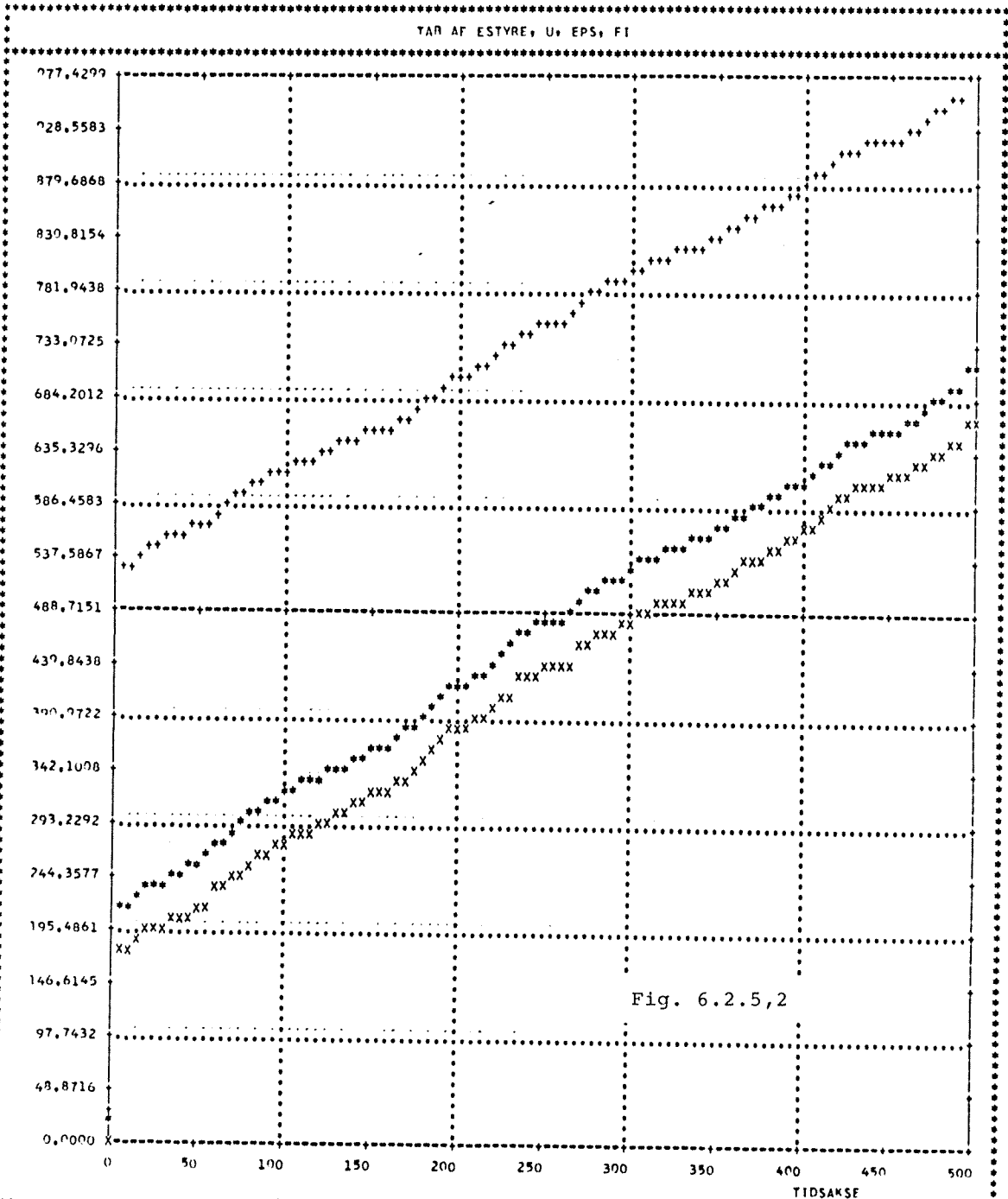
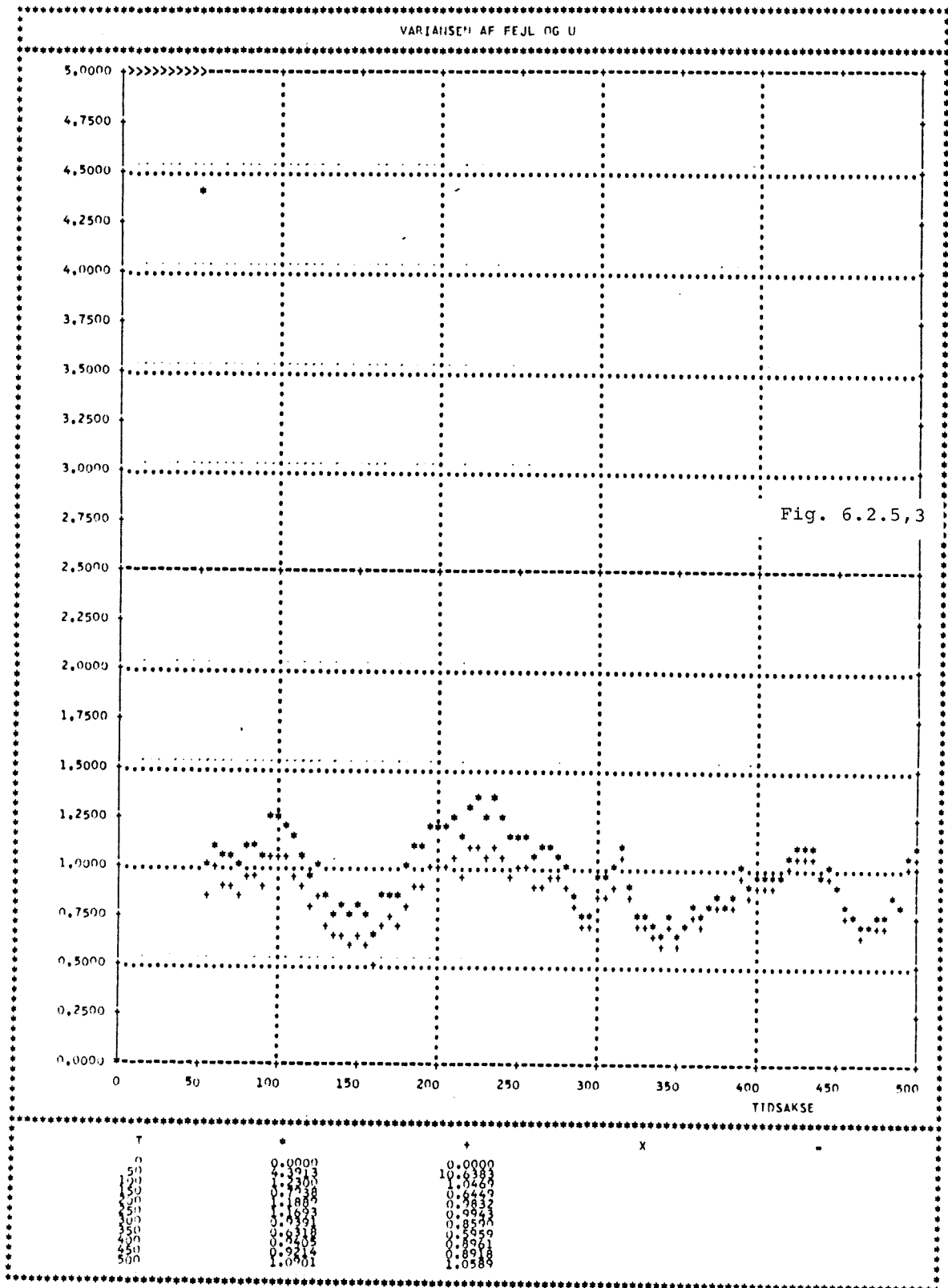
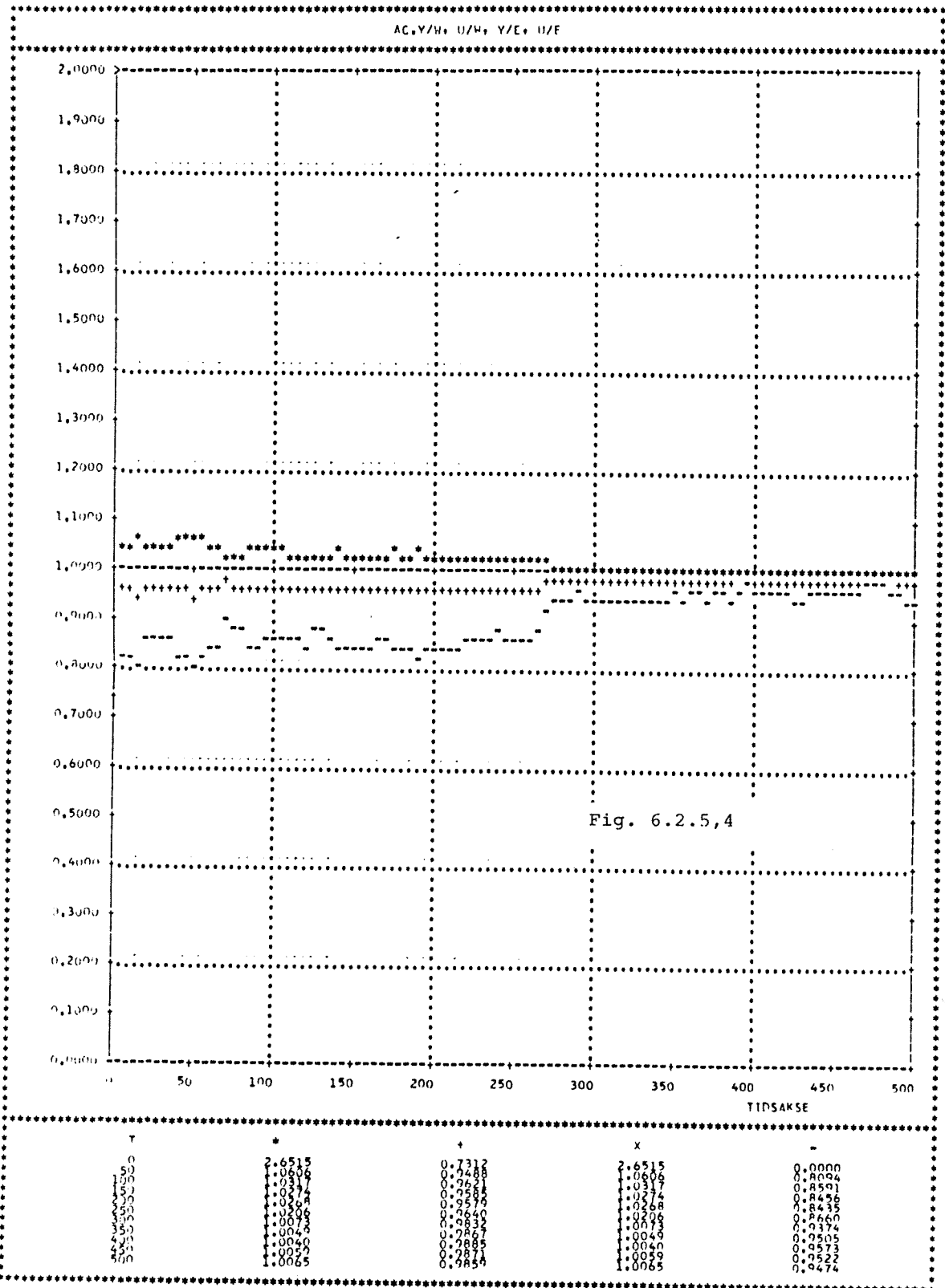


Fig. 6.2.5,2

T	*	+	x	-
0	10,8316	26,7117	21,9482	21,9482
50	254,9808	619,2056	672,3965	274,3965
100	338,5300	652,8318	517,7082	317,7082
150	250,8772	703,3618	378,9087	378,9087
200	420,8402	822,9136	437,9963	437,9963
250	531,0186	877,9051	483,7283	483,7283
300	562,0201	877,9051	514,8630	514,8630
350	647,1874	877,9051	562,9331	562,9331
400	647,1874	774,4299	611,6836	611,6836
450	712,3430		668,2583	668,2583
500				

VAR 0,1048 0,9190 0,1000 0,1000





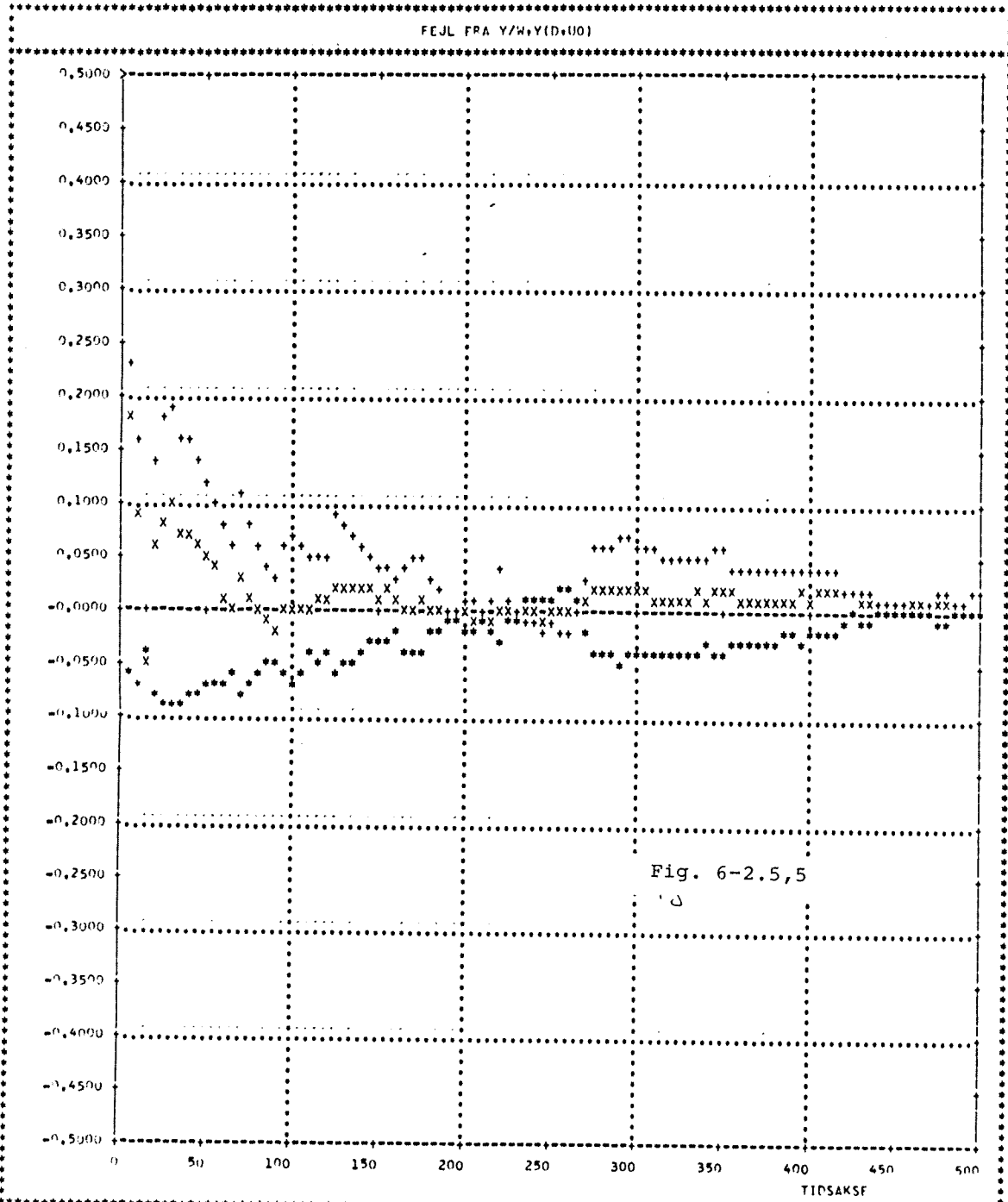
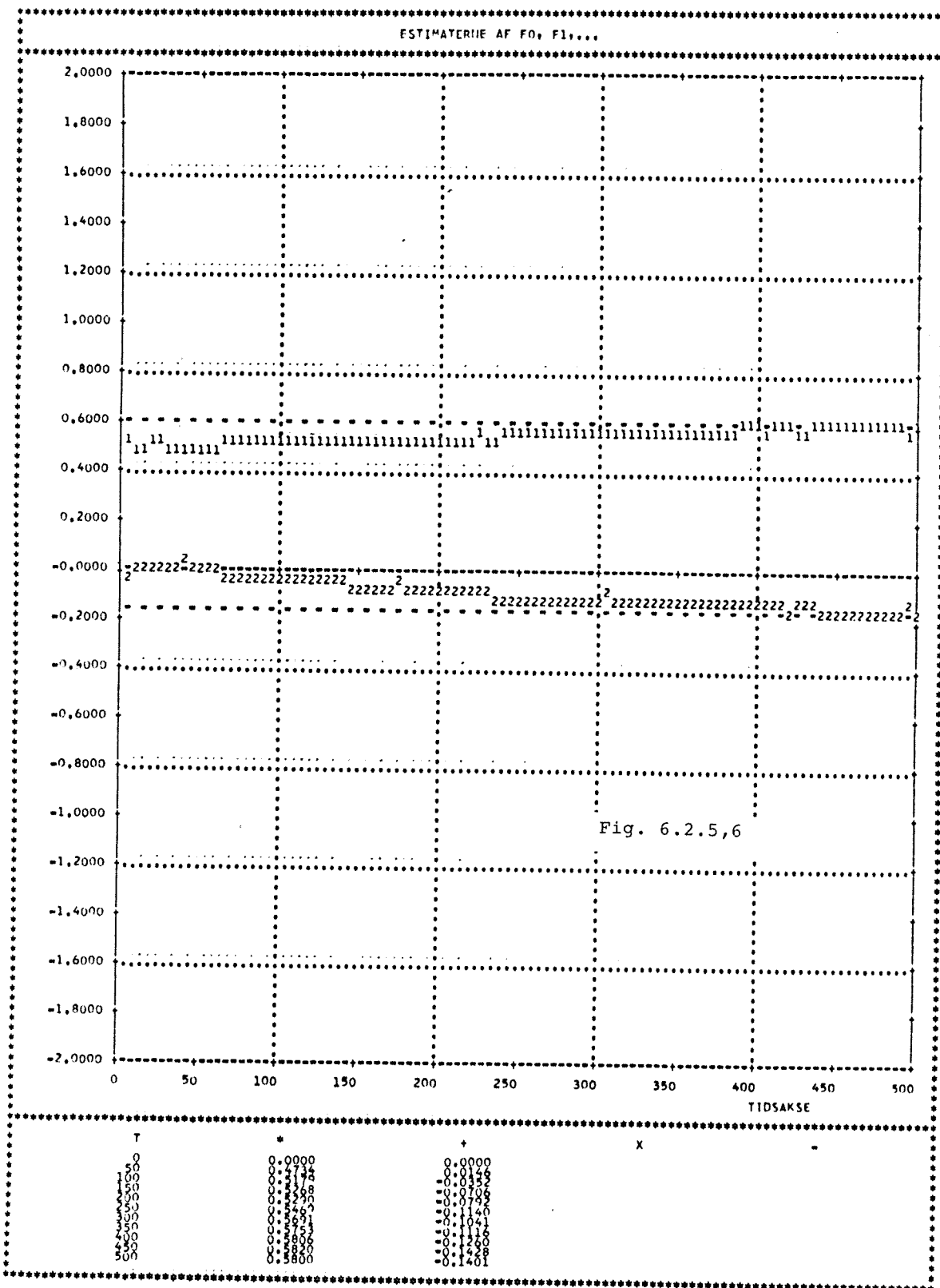
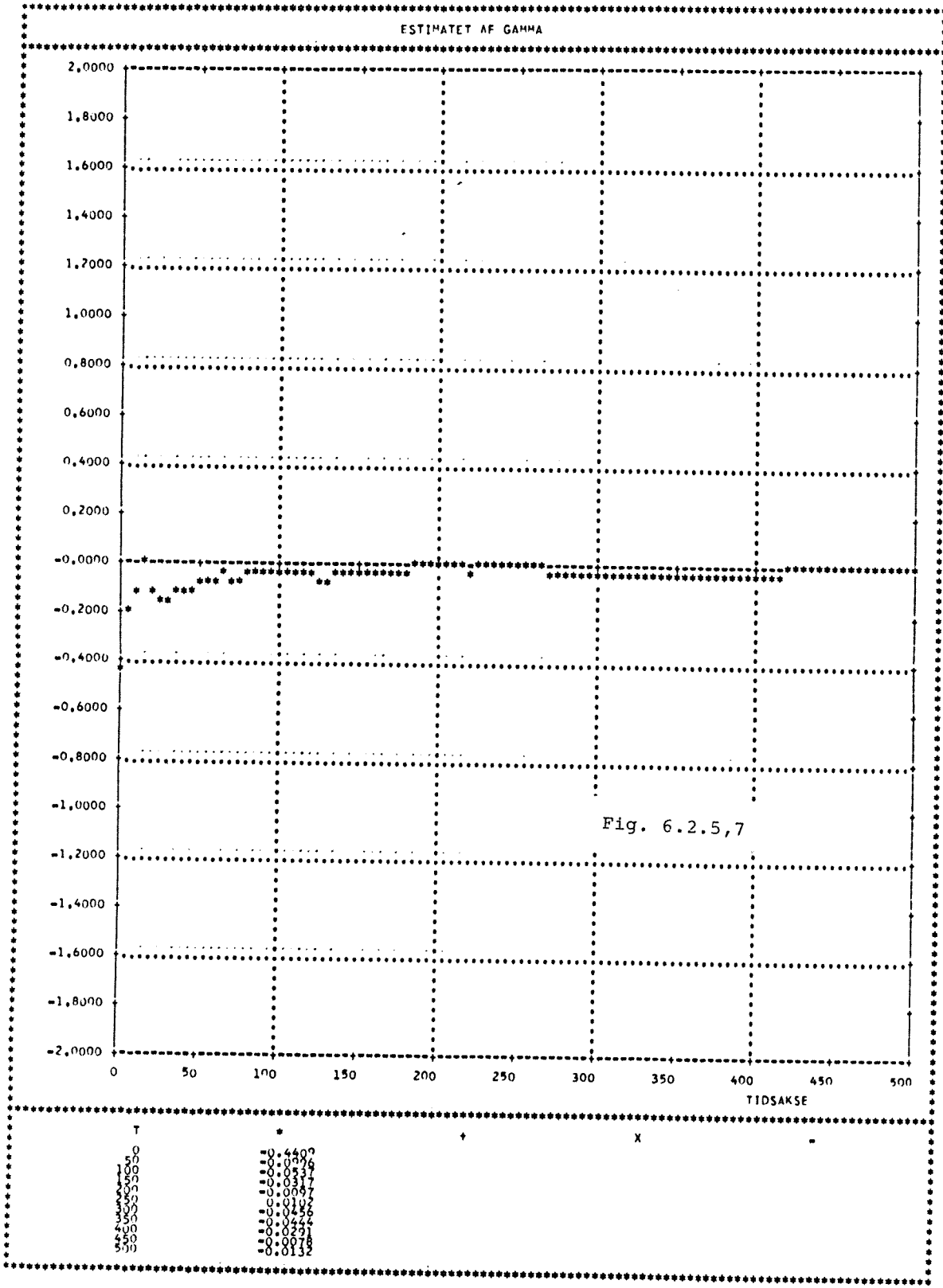


Fig. 6-2.5,5

T	*	+	x
0	2.7500	2.2047	4.9547
50	-0.0740	0.1229	0.0489
100	-0.0863	0.0668	0.0004
150	-0.0763	0.0512	0.0148
200	-0.0160	0.0142	-0.0034
250	0.0170	-0.0158	-0.0018
300	-0.0400	0.0584	0.0184
350	-0.0380	0.0570	0.0190
400	-0.0380	0.0378	0.0139
450	0.0013	0.0102	0.0117
500	0.0001	0.0176	0.0177





6.2.6 MVI - Regulering.

I dette afsnit vil MVI - regulatoren blive testet på objekt II. I MVI - regulatoren eksisterer en alternativ måde at begrænse styresignalerne på. Ved at lade styresignalet eller en filtreret version heraf indgå i kriteriefunktionen, vil objektets nulpunkter ikke blive plomberet. For at undgå stationære fejl er det nødvendigt at vælge kriteriepolynomiet Q_1 sådan, at det indeholder et nulpunkt i 1. MVI - reguleringen fremkommer af den generelliserede minimalvarinsregulator ved at sætte:

$$Q_1(q^{-1}) = \lambda(1 - q^{-1}) \quad Q_2(q^{-1}) = 1$$

$$P_1(q^{-1}) = P_2(q^{-1}) = R_1(q^{-1}) = R_2(q^{-1}) = 1$$

Problemet er blot at vælge λ på en passende måde. I fig. 1 er rodkurverne ($\lambda \geq 0$) for det samlede system tegnet. Det understreges, at man ikke i en praktisk situation har en sådan rodkurve til rådighed, fordi objektet ikke kendes. Den resulterende dynamik, som et givet valg af λ afstedkommer vil hovedsageligt være bestemt af objektets ukendte karakteristika.

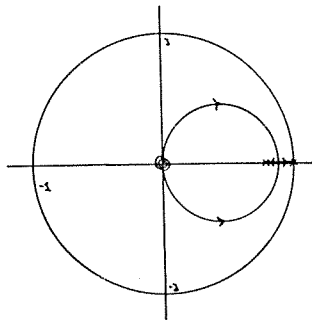


Fig. 1: Rodkurve for objekt II ved regulering med en MVI - regulator.

Hvis kendskabet til objektet øges, f. eks. hvis objektets parameter vides at ligge i et bestemt område, er problemet af mindre størrelsesorden. Her vælges λ til 0.1, hvorved det

karakteristiske polynomie, N_4 , er givet ved:

$$\begin{aligned} N_4 &= B + \lambda(1 - q^{-1})A \\ &= 0.2 + \lambda(1 - 0.8q^{-1})(1 - q^{-1}) \end{aligned}$$

Det ses, at det pægældende valg placerer lukket sløjfepolerne i

$$q_p = 0.3 \pm j 0.42$$

der svarer til et polpar i et kontinuert system med en dæmpning på 0.5 og en pollængde bestemt ved $\omega_r T_s = 1.1$ j.v.f fig.

5.2.1.2,1.

De korrekte regulatorparameter er givet ved:

$$F(q^{-1}) = f_0 = 0.8$$

$$G(q^{-1}) = BE + Q_1 C = g_0 + g_1 q^{-1} = 0.3 - 0.1q^{-1}$$

$$H(q^{-1}) = -1 \quad \gamma = 0$$

hvor det bemærkes, at g_1 er kendt ud fra valget af λ . I en praktisk anvendelse vil dette naturligvis blive anvendt. Her er g_1 dog estimeret i simulationerne ved modellen:

$$\begin{aligned} y(t) &= y(t) + (1 - q^{-1})u(t-1) - w(t-1) \\ &= \hat{f}_0 y(t-1) + (\hat{g}_0 + \hat{g}_1 q^{-1})u(t-1) - w(t-1) + \hat{\gamma} \\ &\quad + \varepsilon(t) \end{aligned}$$

mens styresignalet bestemmes af

$$(\hat{g}_0 + \hat{g}_1 q^{-1})u(t) = w(t) - \hat{f}_0 y(t) - \hat{\gamma}$$

Ved at inkludere styresignalet i kriteriefunktionen vil man forvente en reduktion af følsomheden i AC - forstærkningen for $H_{u,e}$. For korrekte estimater vil reguleringen resultere i, at:

$$\text{Var}(y) = 0.110$$

$$\text{Var}(u) = 0.987$$

når systemt kun påvirkes af støjen. Både variansen for styre - og udgangssignal er større i dette tilfælde end ved regulering med POL - eller MV2 - typen.

Servoegenskaber.

Signalerne for det tilfælde at systemet bestående af objekt af MV1 - regulator kun påvirkes af en firkantbølge i referencen er vist i fig.2. Det bemærkes, at udgangssignalet sammenlignet med de øvrige tilfælde har fået lidt oversving ved reference - ændringerne. Angående konvergens i dette deterministiske tilfælde er hastigheden, som det er set i de øvrige simulationer, meget høj. Kvadratsummen af residualerne over de viste 100 trin udgør kun 0.217. Tabene for signalerne over de sidste 60 tids - enheder er

$$T_y = 9.088$$

$$T_u = 67.78$$

Bedømt ud fra tabet på udgangssignalet er dette bedre end regulering med POL - og DB1 - typen.

Reguleringsegenskaber.

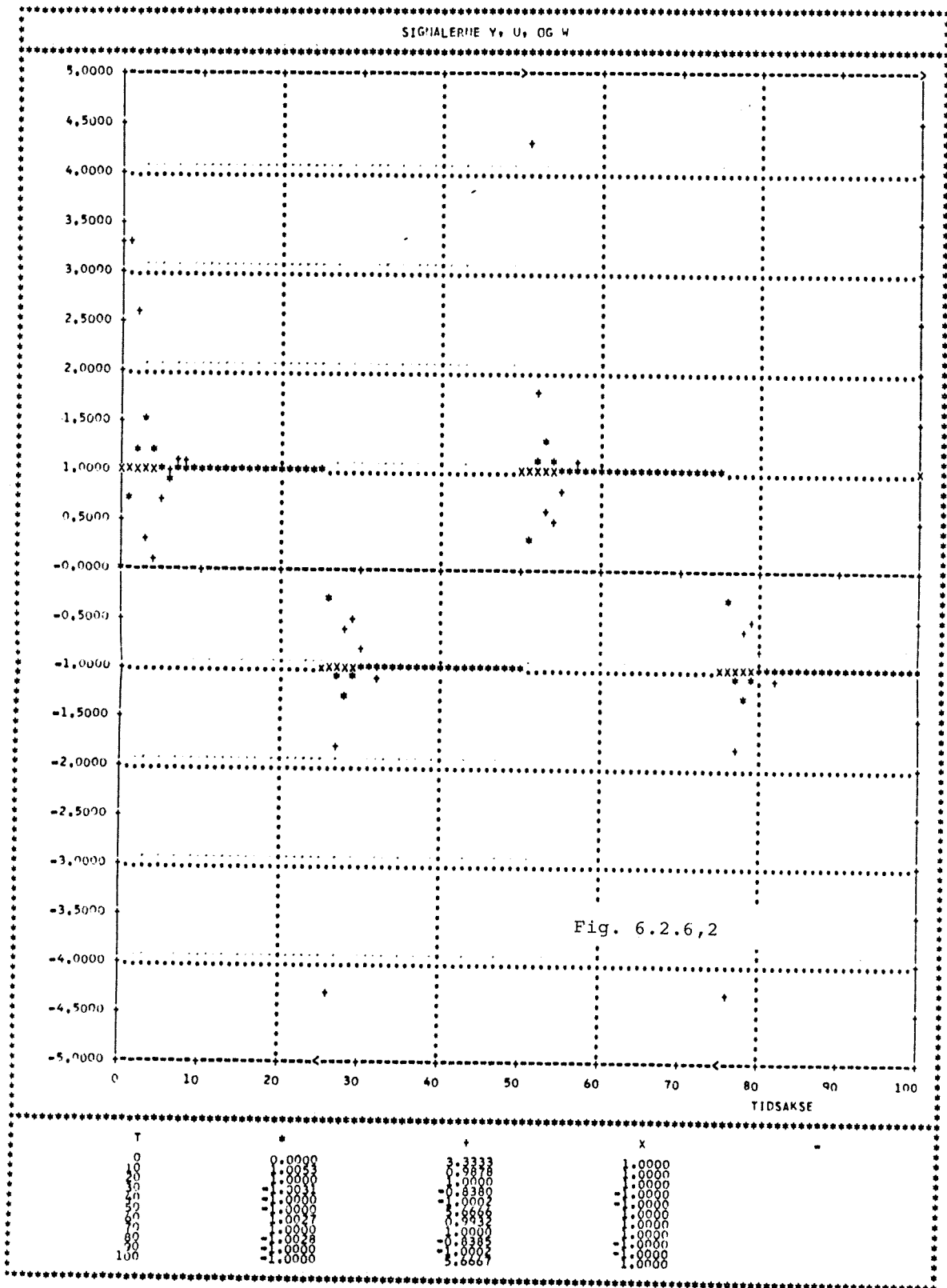
Denne regulator evne til støjreduktion er j.v.f. fig.3 og 4 lige så god som for en korrekt justeret. Dette fremgår specielt af fig. 3, hvis hældningen af tabsfunktionerne udregnes over de sidste 400 trin. Disse hældninger afviger mindre end 1% fra de

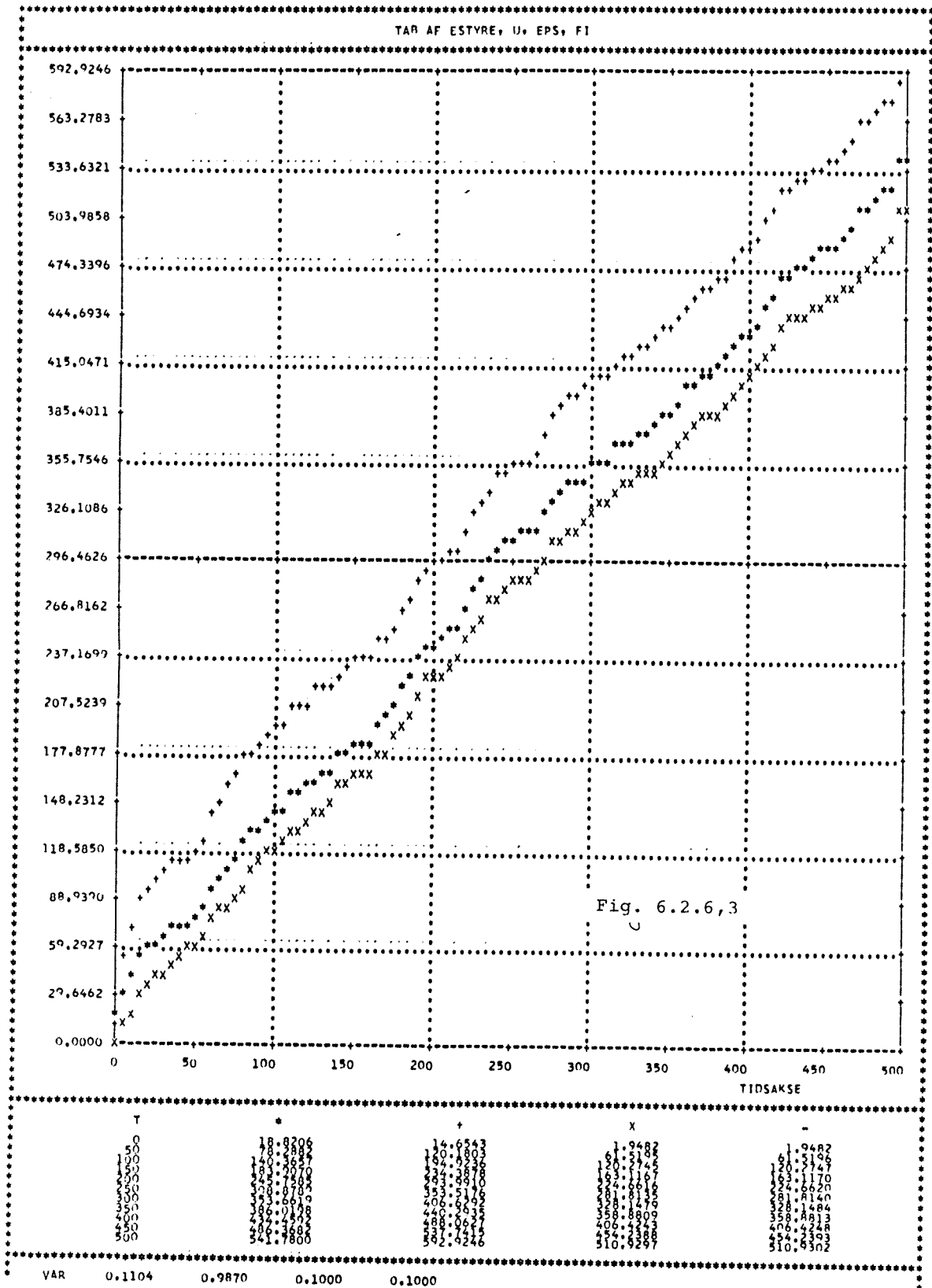
forventede værdier.

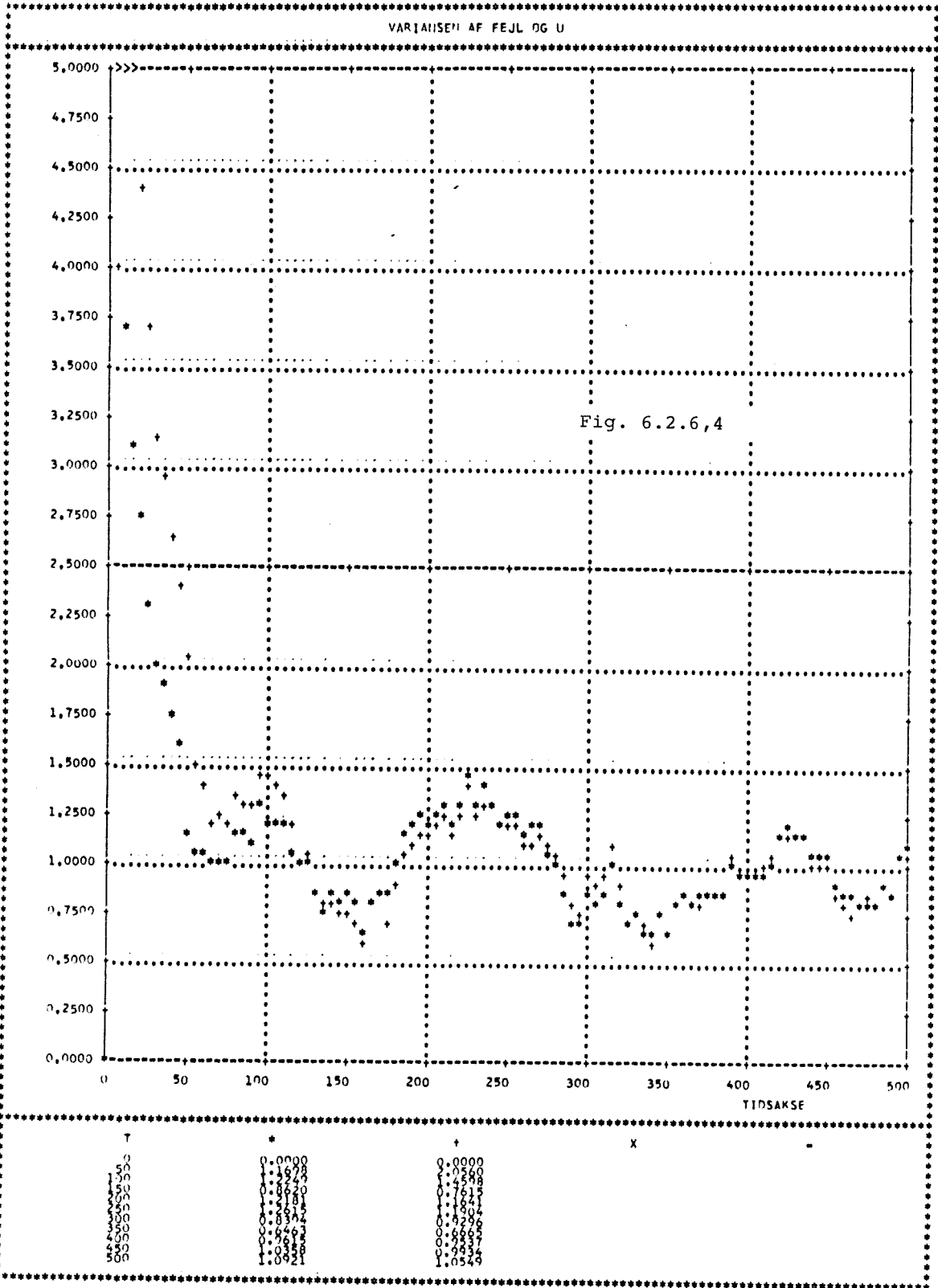
Konvergenssegenskaber.

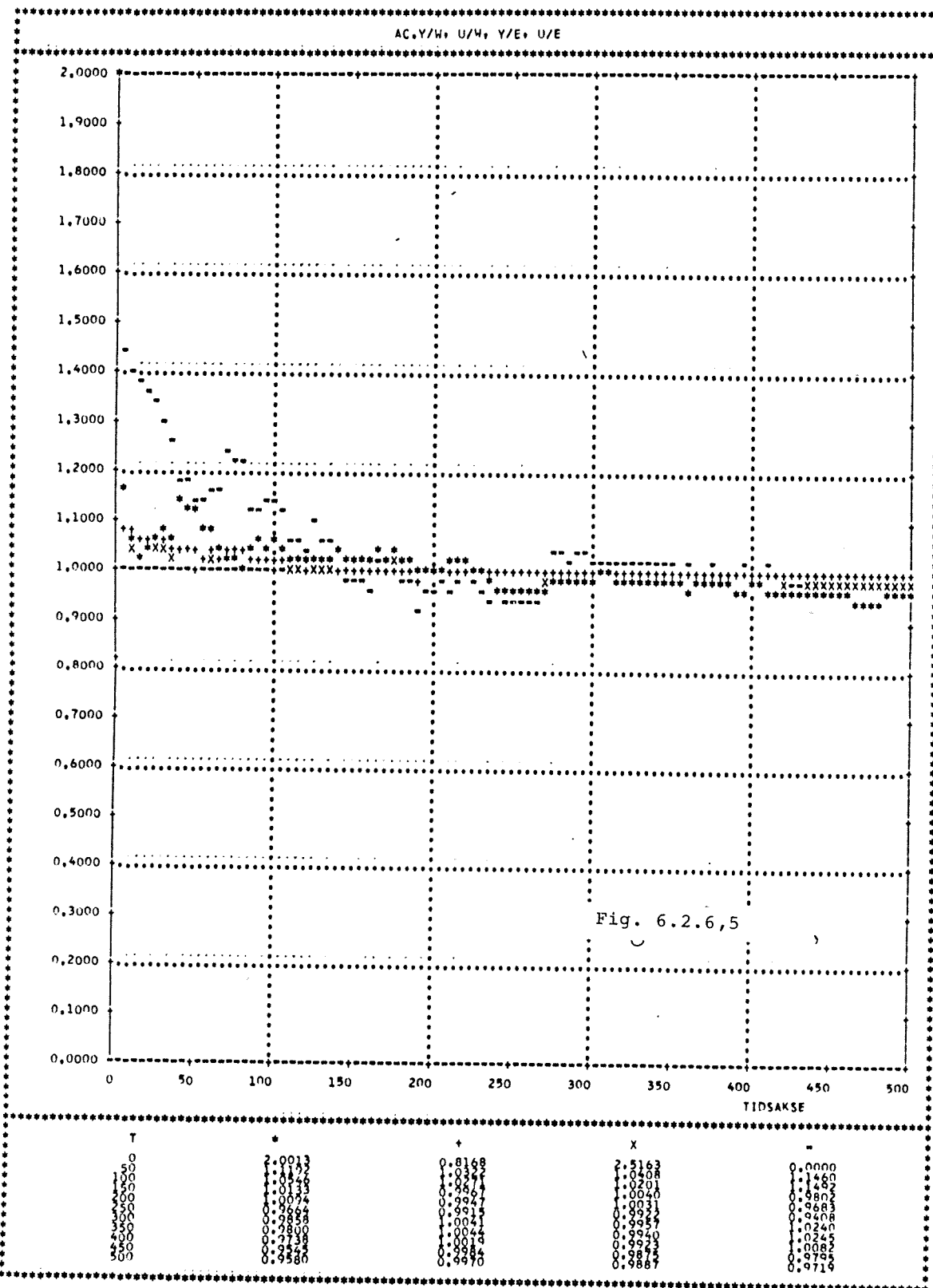
Tidsforløbet af DC - fejlen afviger kvalitativt kun lidt fra det tilsvarende for MVo - reguleringen (fig. 6.2.1,16). Man kan ikke på baggrund af kurverne i fig. 5 afgøre om der er opnået en reduktion i følsomheden for overføringsfunktionen $H_{u,e}$. Forholdene er for denne overføringsfunktions vedkommende sammenlignelige med MV2 - reguleringen. Man kan dog sige, at $H_{u,e}$ er den overføringsfunktion, der her varierer mest. Vægtningen af styrsignalet i kriteriefunktionen er ikke særlig stor. Det kan tænkes, at hvis denne vægt, λ , sættes op, vil følsomheden af $H_{u,e}$ sænkes. Spørgsmålet er om dette er ønskeligt, fordi det samtidig sænker båndbredden af det samlede system.

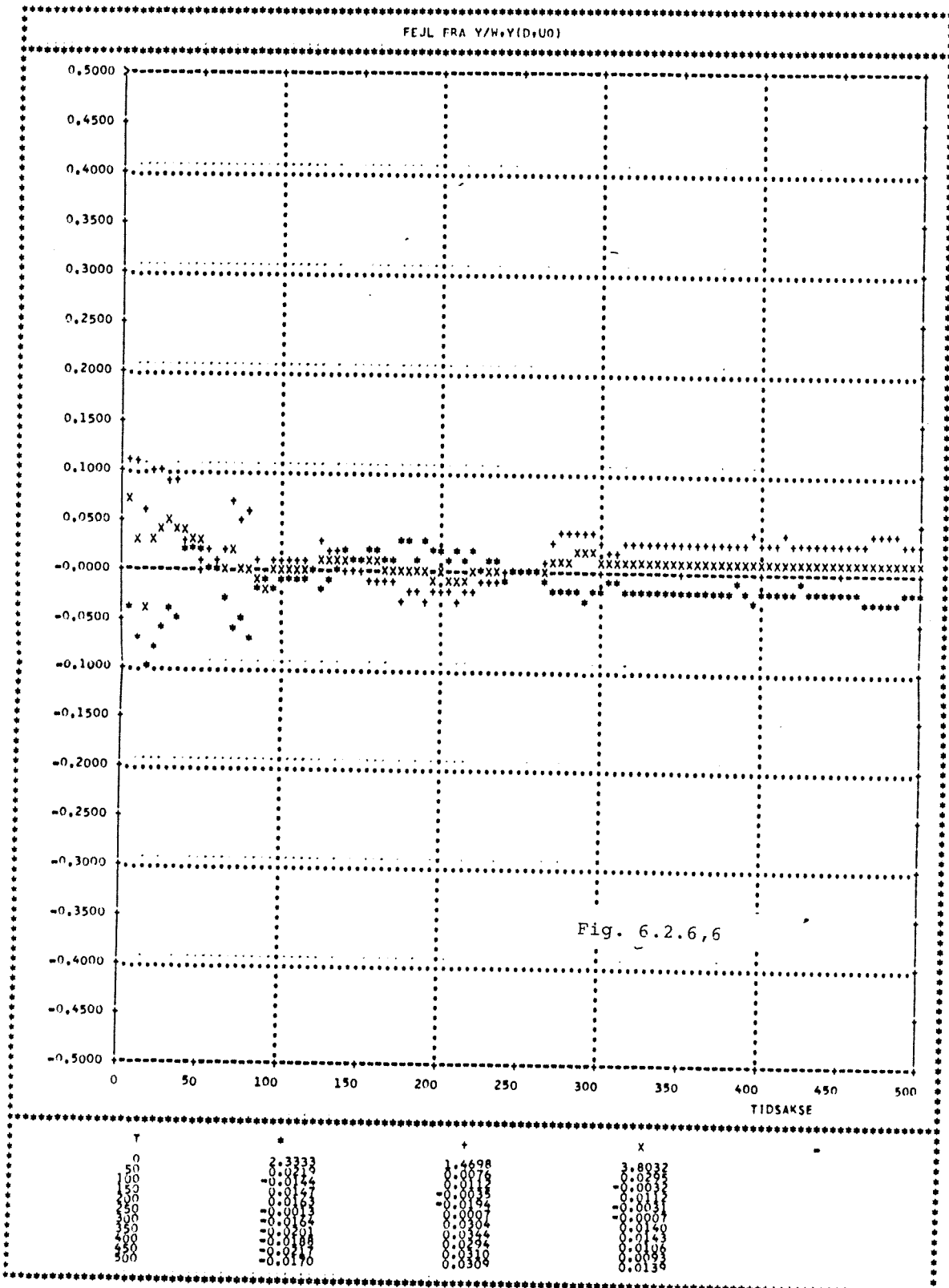
---ooo0ooo---











tab sammenlignet med objekt II. For objekt I, der har et nul - punkt i venstre halvplan, fremgår regulatorernes effektivitet af fig. 1. Her udgør MVo - og DBl - regulatorerne de to yder - tilfælde. De øvrige, der adskiller sig væsentligt fra disse, ligger forholdsvis samlet i effektivitetsdiagrammet. Den deterministisk dimensioneret DBo - regulator giver blandt disse det mindste tab. For objekt II, hvis effektivitetsdiagram er vist i fig.2, er variationerne i tabene for $y(t)$ meget mindre end for objekt I. Hvis der ses bort fra de to deadbeatreguleringer, DBo og MVo, giver MV2 det mindste tab for $y(t)$, hvilket skyldes, at modellen er mere højfrekvent end den, der anvendes i POL - reguleringen. Styretabet er følgelig større for MV2. Det er bemærkelsesværdigt, at de to deadbeatreguleringstyper, DBo og DBl, er næsten beliggende som to yderpunkter med hensyn til udgangstab. Dette svarer meget fint til, at disse er yderpunkter for dimensioneringen af deadbeattyperne. Begge effektivitetsdiagrammer viser, at POL - og MV2 - regulatorne giver rimeligt lave udgangstab med et tilsvarende moderat styrtab.

Når objektet også blev påvirket af hvid støj blev konvergenshastigheden nedsat en del. Ved at sammenligne tabene målt over de sidste 80 simulationstrin med en tilsvarende simulering med korrekt justeret regulator, fandt man, at disse tab kun var nogle få procent større. For DBo - regulatoren dog mindre end for korrekt justeret regulator.

Reguleringsegenskaber.

Når objekterne påvirkes af hvid støj med varians 0.1 ($w(t)=1$) fandt man, at reguleringsegenskaberne næsten blev identiske med de tilsvarende for korrekt justeret regulator. Varianserne for henholdsvis $y(t)$ og $u(t)$ er vist i omstående tabel. Samtidig er udgangsvariansen for ureguleret tilstand angivet.

	Objekt I		Objekt II	
	Var(y)	Var(u)	Var(y)	Var(u)
ureg.	0.88		0.278	
MVo	0.1	0.505	0.1	1.6
MV1	0.132	0.216	0.110	0.987
MV2	0.146	0.078	0.105	0.919
POL	0.116	0.172	0.119	0.476
DBo	0.315	0.044	0.111	2.500
DB1	0.565	0.023	0.123	1.265

Den grafiske fremstilling af denne tabel er fig. 3 og 4. Overfor objekt I giver de to deadbeatregulatorer, DBo og DB1, næsten ingen regulering, mens de overfor objekt II giver meget store styrevarianser. De øvrige regulatorer har nogenlunde samme effektivitet overfor de to objekter. Den indbyrdes placering i effektivitetsdiagrammerne er bortset fra MV2 - og POL - regulatorerne, der på grund af det ekstra indførte nulpunkt i MV2 - regulatoren er byttet om, uændret for de implicitte algoritmer. Med de valgte tuningparameter giver MV1 - regulatoren både i servo - og i reguleringstilfældet større styreeffekt end de to modelfølgere, POL og MV2.

Konvergenssegenskaber.

I simulationerne med de to objekter var det tydeligt, at den basale minimalvariansregulator (MVo) er i besiddelse af de bedste konvergenssegenskaber i forbindelse med overføringsfunktionen til udgangssignalet. Disse konvergerede meget hurtigt ved de foretagne simulationer med ukorreleret støj. Overføringsfunktionen til styresignalet var temmelig følsom overfor fejl i parameter estimerterne. Dette var specielt meget udpræget for $H_{u,e}$.

Når der indførtes en referencemodel overfor støjen ved regulering med POL - eller MV2 - typen, blev konvergensthastigheden af overføringsfunktionen til residualerne ikke ændret relativt til regulering med MVo. Dette står i modsætning til overføringsfunktionerne til udgangssignalet. Disse overføringsfunktioner fik deres konvergensthastighed nedsat. Dette kunne forudses både ud fra følsomhedsanalysen og ved at betragte kriteriefunktionen for reguleringen. Med andre ord vil en nedsættelse af styreeffekten øjensynligt være forbundet med en svækkelse af konvergensegenskaberne for modelfølgerne MV2 og POL. Det samme kunne iagttages, når reduktionen af styreeffekten blev foretaget med en MV1 - regulator. På grund af den svage vægt, hvormed styresignalet indgik i kriteriefunktionen, kunne der ikke med sikkerhed fastslås, at følsomheden af $H_{u,e}$ blev nedsat. Tendensen er dog antydnet.

Det fremgår som forventet af simulationerne, at a priori estimatet af b_0/G_0 ikke er kritisk for de implicitte regulatoralgoritmer. En fejl i estimatet af denne størrelse medførte kun en ringe stigning i de målte varianser ($w(t) = 1$). Følsomhedsanalysen viste endvidere, at ved rene regulerings - tilfælde vil overføringsfunktionerne fra støjen ikke være påvirket af en eventuel fejl, når blot a priori estimatet opfylder den angivne betingelse. Konvergensthastigheden vil dog være nedsat. Hvis der også er et referencesignal til stede, vil estimatoren (f. eks. RLS - algoritmen) placere parameter - estimaterne, sådan at varianserne er påvirket af dette. Årsagen til dette er, at a priori estimatet påvirker overføringsfunktionerne fra referencesignalet.

---ooo0ooo---

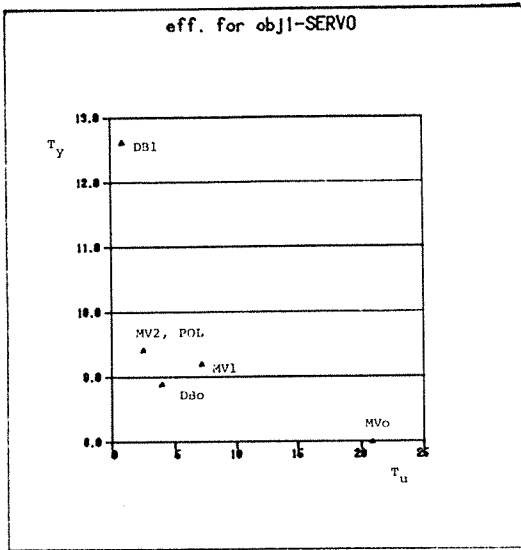


Fig. 1

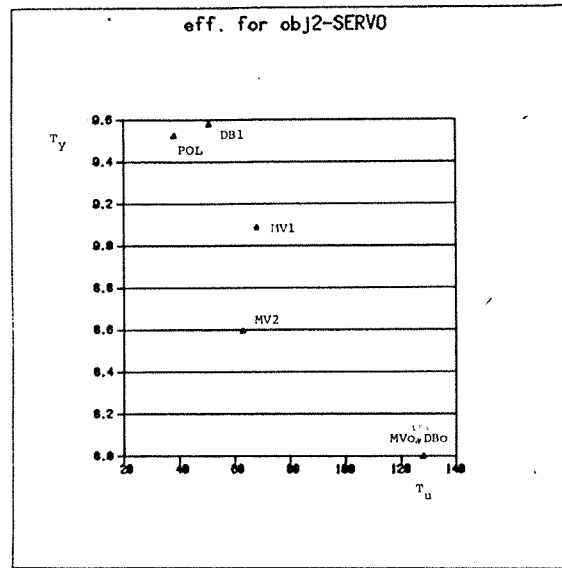


Fig. 2

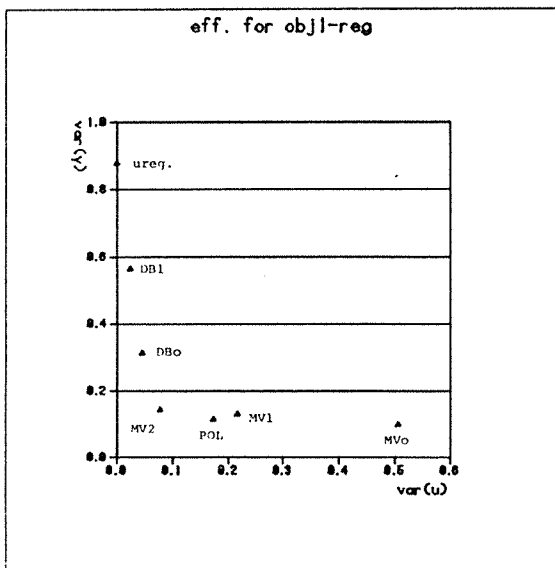


Fig. 3

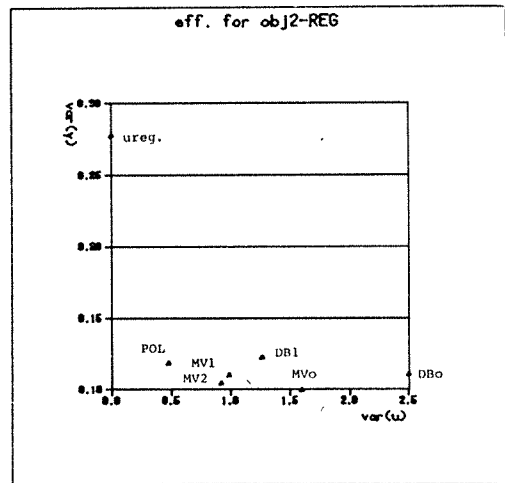


Fig. 4