

7. Andre LP-algoritmer

7.1. Dualsimplex

7.2. Parametrisk programmering

7.3. Øvre grænser

Henrik Juel

OR, DTU Management

7. Andre LP-algoritmer – p.1/11

7.1. Dualsimplex

$$\min. Z = 4x_1 + 12x_2 + 18x_3$$

$$\text{uht.} \quad x_1 + 3x_3 \geq 3$$

$$2x_2 + 2x_3 \geq 5$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

$$\max. -Z = -4x_1 - 12x_2 - 18x_3$$

$$\text{uht.} \quad -x_1 - 3x_3 \leq -3$$

$$-2x_2 - 2x_3 \leq -5$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

7. Andre LP-algoritmer – p.2/11

Dualsimplexmetoden

Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
-1	4	12	18			0
	-1	0	-3	1		-3
	0	$\Rightarrow -2$	-2		1	-5
-1	4		6		6	-30
	-1		$\Rightarrow -3$	1	0	-3
	0	1	1		-1/2	5/2
-1	2			2	6	-36
	1/3		1	-1/3	0	1
	-1/3	1		1/3	-1/2	3/2

$$x_1^* = 0, x_2^* = 3/2, x_3^* = 1, Z^* = 36$$

7. Andre LP-algoritmer – p.3/11

7.2. Parametrisk programm.

Målfunktionen

$$\max. (3 + 2\theta)x_1 + (5 - \theta)x_2 \quad \text{for } \theta \geq 0$$

$$\text{uht.} \quad x_1 \leq 4$$

$$2x_2 \leq 12$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 18$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

7. Andre LP-algoritmer – p.4/11

Målfunktionen: Iterationer

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
			3/2	1	36
-2	1				θ
		1	1/3	-1/3	2
	$\rightarrow 1$		1/2	0	6
$\rightarrow 1$			-1/3	1/3	2
			3/2	1	36
			-7/6	2/3	-2
		1	$\Rightarrow 1/3$	-1/3	2
	1		1/2	0	6
1			-1/3	1/3	2

$\theta \quad 0 \leq \theta \leq 9/7$

7. Andre LP-algoritmer – p.5/11

Målfunktionen: Sidste iteration

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
		-9/2		5/2	27
		7/2		-1/2	5
		3	1	-1	6
	1	-3/2		$\Rightarrow 1/2$	3
1		1		0	4
	-5	3			12
	1	2			8
	2	0	1		12
	2	-3		1	6
1	0	1			4

$\theta \quad 9/7 \leq \theta \leq 5$
 $\theta \quad 5 \leq \theta < \infty$

7. Andre LP-algoritmer – p.6/11

Parametr. progr. af højresiden

max. $3x_1 + 5x_2$ for $\theta \geq 0$

uht. $x_1 \leq 4 + 0\theta$

$2x_2 \leq 12 - 2\theta$

$3x_1 + 2x_2 \leq 18 + 1\theta$

$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

$$y^*b' = \begin{bmatrix} 0 & 3/2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix} = -2$$

$$S^*b' = \begin{bmatrix} 1 & 1/3 & -1/3 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & -1/3 & 1/3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

7. Andre LP-algoritmer – p.7/11

Højresiden: Iterationer

Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	θ
1				3/2	1	36
			1	1/3	$\Rightarrow -1/3$	2
		1		1/2	0	6
	1			-1/3	1/3	2
1			3	5/2		42
			-3	-1	1	-6
		1	0	1/2		6
	1		1	0		4

$0 \leq \theta \leq 2$
 $2 \leq \theta \leq 6$

Ingen mulig løsning for $6 < \theta$

7. Andre LP-algoritmer – p.8/11

7.3. Øvre grænser

$$\begin{array}{ll} \text{max.} & 2x_1 + x_2 + 2x_3 \\ \text{uht.} & 4x_1 + x_2 = 12 \\ & -2x_1 + x_3 = 4 \\ & 0 \leq x_1 \leq 4, 0 \leq x_2 \leq 15, 0 \leq x_3 \leq 6 \end{array}$$

$$x_3 = 6 \iff y_3 = 6 - x_3 = 0$$

x_3 ude af basis på sin øvre grænse

Øvre grænser: Iterationer

Z	x_1	x_2	x_3	
1	-2	-1	-2	0
	4	$\rightarrow$ 1		12
	-2		$\rightarrow$ 1	4
1	-2			20
	4	1		12
	-2		$\rightarrow$ 1	4

x_3 går ud af basis på sin øvre grænse

I række (2) substitueres $x_3 = 6 - y_3$:
 $-2x_1 + x_3 = 4 \rightarrow 2x_1 + y_3 = 2$

Øvre grænser: Sidste iteration

Z	x_1	x_2	y_3	$(y_3 = 6 - x_3)$
1	-2			20
	4	1		12
	$\Rightarrow$ 2		1	2
1			1	22
		1	-2	8
	1		1/2	1

$$\begin{array}{l} x_1^* = 1, x_2^* = 8, x_3^* = 6 - y_3^* = 6 \\ Z^* = 22 \end{array}$$