

TEST 2:

- **Aids:** All aids allowed
- **Time allocated:** 1 hour and 30 minutes
- **Character scale:** 13-scale
- **The test is evaluated as a whole**

SEPARATION OF VARIABLES (estimated time $\sim$ 20 min):

- 1) Consider the two-dimensional Schrödinger equation

$$-\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2}\right) = E\psi, \quad x \in [0, a], \quad y \in [0, b], \quad (1)$$

where $\psi = \psi(x, y)$ is a wavefunction, E is the energy, and a and b are the dimensions of the rectangle spanned by x and y . The wavefunction must satisfy the boundary conditions

$$\frac{\partial \psi(0, y)}{\partial x} = \frac{\partial \psi(a, y)}{\partial x} = 0, \quad \psi(x, 0) = \psi(x, b) = 0, \quad (2)$$

which imposes constraints on the separation constant and the energy E , for a non-trivial wavefunction to exist, i.e., a wavefunction which is not identically zero. Write $\psi(x, y) = F(x)G(y)$ and use separation of variables to determine the smallest energy $E_{\min}$, for which a non-trivial wavefunction can exist.

GREEN'S FUNCTION (estimated time $\sim$ 15 min.):

- 2) Consider the following equation

$$\frac{d^2 u}{dx^2} = f(x), \quad x \in [0, 1], \quad u(0) = u(1) = 0, \quad (3)$$

for the function $u=u(x)$. Find Green's function $G(x, x')$ for the problem (3).

DATAANALYSE (anslået tidsforbrug ~ 10 min.):

- 3) En fysisk størrelse Y er bestemt ved en anden fysisk størrelse X ved funktionsudtrykket

$$Y = f(X) = X^2 . \quad (4)$$

Y er en outputstørrelse og X er en inputstørrelse. Lad y og x betegne estimater af henholdsvis Y og X . Udlod en formel for standardusikkerheden $u(x)$ givet ved standardusikkerheden $u(y)$.

DATAANALYSE (anslået tidsforbrug ~ 5 min.):

- 4) For et eksperiment med n uafhængige målinger angiver s^2 estimatet på variansen af måleresultaterne. Det vides at standardusikkerheden $u(s^2)$ på s^2 er givet ved

$$u(s^2) = s^2 \sqrt{\frac{2}{n-1}} . \quad (5)$$

(Jvf. side 4 i *Målinger og usikkerhed af Lars Nielsen*). Benyt resultatet i spørgsmål **3** til at bestemme standardusikkerheden $u(s)$ af s . (Vink: x erstattes med s).