

Løsning til opgave 49**Spørgsmål 1**

Der er tale om et partielt konfunderet faktorforsøg. Ved den angivne blokning kan alle effekter estimeres.

Opskrives udbytternes afhængighed af de to faktorer:

$$Y_{ijk} = \mu + A_i + B_j + AB_{ij} + E_{ijk}$$

eller vha. Kempthornes metode

$$Y_{ijk} = \mu + A_i + B_j + AB_{i+j} + AB_{i+2j}^2 + E_{ijk}$$

da er AB_{i+j} konfunderet med blokke i forsøg 2, og AB_{i+2j}^2 konfunderet med blokke i forsøg 1.

I det forsøg, hvor de ikke er konfunderet, kan de to andele af vekselvirkningen testes og estimeres, dvs. AB_{i+j} i forsøg 1 og AB_{i+2j}^2 i forsøg 2.

Spørgsmål 2

Vi skal yderligere bruge:

$$\text{Sak}(AB_{i+j}) \begin{array}{c|ccc} & i & & \\ & 0 & 1 & 2 \\ \hline (i+j)_3 & 0 & 1 & 2 \\ j & 1 & 1 & 2 & 0 \\ & 2 & 2 & 0 & 1 \end{array}$$

1. forsøg:

$$(54 + 39 + 47)^2/3 + (58 + 65 + 38)^2/3 + (94 + 80 + 64)^2/3 - 539^2/9 = 1774.89$$

2. forsøg:

$$(32 + 39 + 55)^2/3 + (64 + 87 + 35)^2/3 + (120 + 93 + 100)^2/3 - 625^2/9 = 6077.55; f = 2$$

$$\text{Sak}(AB_{i+2j}^2) \begin{array}{c|ccc} & i & & \\ & 0 & 1 & 2 \\ \hline (i+2j)_3 & 0 & 1 & 2 \\ j & 1 & 2 & 0 & 1 \\ & 2 & 1 & 2 & 0 \end{array}$$

1. forsøg:

$$(54 + 80 + 38)^2/3 + (58 + 39 + 94)^2/3 + (64 + 65 + 47)^2/3 - 539^2/9 = 66.89; f = 2$$

2. forsøg:

$$(32 + 93 + 35)^2/3 + (64 + 39 + 120)^2/3 + (100 + 87 + 55)^2/3 - 625^2/9 = 1228.22; f = 2$$

Variation mellem de to hele forsøg:

$$\begin{aligned} 539^2/9 + 625^2/9 - (539 + 625)^2/18 &= 410.89 & ; f = 1 \\ \text{Sak}_{A,tot} &= 1584.33 & ; f = 2 \\ \text{Sak}_{A,usik} &= 878.22 + 710.89 - 1584.33 = 4.78 & ; f = 2 \\ \text{Sak}_{B,tot} &= 80.33 & ; f = 2 \\ \text{Sak}_{B,usik} &= 10.89 + 89.56 - 80.33 = 20.12 & ; f = 2 \end{aligned}$$

Variansanalysekema

Effekt		Sak	f	s^2
A_i		1584.33	2	797.17
B_j		80.33	2	40.17
AB_{i+j}	1.f.	1774.89	2	887.45
AB_{i+j}	2.f.	6077.55	2	
AB_{i+2j}^2	1.f.	66.89	2	614.11
AB_{i+2j}^2	2.f.	1228.22	2	
A-usik.		4.78	2	6.22
B-usik.		+ 20.12	+ 2 = samlet	
Tot ₁ - Tot ₂		410.89	1	blokke
I alt		11248.00	17	

$$s_{rest}^2 = (4.78 + 20.12)/4 = 6.22; f = 4$$

Kontrol: $35011 + 51509 - (539 + 625)^2/18 = 11248$

Sak_{blokke} = $6077.55 + 66.89 + 410.89 = 6555.33; f = 5$

Med $s_{rest}^2 = 6.22$ med 4 frihedsgrader bliver samtlige effekter i modellen signifikante:

$$Y_{ijk} = \mu + A_i + B_j + AB_{i+j} + AB_{i+2j}^2 + E_{ijk} + \text{blokeffekter}$$

Spørgsmål 3

$$\begin{aligned} \hat{A}_0 &= \frac{213+239}{6} - \frac{539+625}{18} = 10.67 \quad (\text{Begge forsøg}) \\ \hat{A}_1 &= 1.50 \\ \hat{A}_2 &= -12.17 \\ \hat{B}_0 &= \frac{176+196}{6} - \frac{539+625}{18} = -2.67 \quad (\text{Begge forsøg}) \\ \hat{B}_1 &= 2.50 \\ \hat{B}_2 &= 0.17 \\ \widehat{AB}_0 &= \frac{54+39+47}{3} - \frac{539}{9} = -13.22 \quad (\text{Forsøg 1}) \\ \widehat{AB}_1 &= \frac{58+65+38}{3} - \frac{539}{9} = -6.22 \\ \widehat{AB}_2 &= \frac{94+80+64}{3} - \frac{539}{9} = 19.44 \\ \widehat{AB}^2_0 &= \frac{32+93+35}{3} - \frac{625}{9} = -16.11 \quad (\text{Forsøg 2}) \\ \widehat{AB}^2_1 &= \frac{64+39+120}{3} - \frac{625}{9} = 4.89 \\ \widehat{AB}^2_2 &= \frac{100+87+55}{3} - \frac{625}{9} = 11.22 \\ \hat{\mu} &= \frac{539+625}{18} = 64.67 \\ \widehat{AB}_{i,j} &= \widehat{AB}_{i+j} + \widehat{AB}^2_{i+2j} \end{aligned}$$

Hvis man ønsker *cellestimer* findes de ved følgende skema, hvor AB_{i+j} og AB_{i+2j}^2 er placeret inde i skemaet, mens hovedeffekterne A_i og B_j er placeret ud for søjlerne hhv. rækkerne.

	A=0	A=1	A=2	
B=0	-13.22	-6.22	19.44	-2.67
	-16.11	4.89	11.22	
B=1	-6.22	19.44	-13.22	2.50
	11.22	-16.11	4.89	
B=2	19.44	-13.22	-6.22	0.17
	4.89	11.22	-16.11	
	10.67	1.50	-12.17	64.67

Det maksimale forventede udbytte opnås i nederste venstre 'celle', dvs. ved kombinationen $(A_0, B_2) \sim$ (ingen katalysator, høj glycosekonzentration).

Forventet udbytte ved optimal kombination beregnes:

$$\begin{aligned} \widehat{\mu} + \widehat{A}_0 + \widehat{B}_2 + \widehat{AB}_{(0+2)_3} + \widehat{AB^2}_{(0+2\cdot2)_3} &= \widehat{\mu} + \widehat{A}_0 + \widehat{B}_2 + \widehat{AB}_2 + \widehat{AB^2}_1 \\ &= 64.67 + 10.67 + 0.17 + 19.44 + 4.89 = 99.84 \end{aligned}$$

Endvidere er $\widehat{s}^2 = 2.5^2$.

Der er tilsyneladende store blokeffekter i forsøget, jf. variationsanalysekemaet.

. o O o .