Løsning til opgave 40

Spørgsmål 1
Der ønskes udført et konfunderet blokforsøg, hvor én effekt konfunderes med blokvariationen. Denne effekt kan være en højere ordens vekselvirkning, men naturligvis ikke en hovedeffekt. Man kan fx vælge:

Definitionsrelation: $I = ABCDE$

Man kan nu benytte lige/ulige reglen (da det er et 2^5 faktorforsøg) og placere de behandlinger, som har et lige antal bogstaver fælles med $ABCDE$ i den ene blok og resten i den anden.

Benyttes den mere generelle metode kan bloknummeret for en behandling direkte bestemmes af indeks for denne effekt. Den principale blok er da givet ved

$$i + j + k + l + m = 0 \text{ (modulo 2)}$$

Denne blok består af $\frac{1}{2} \cdot 2^5 = 2^4$ behandlinger. Dvs. at der skal findes 4 lineært uafhængige løsninger til ovenstående. Vi kan fx vælge

løsning	i	j	k	l	m	behandling
1	1	0	0	0	$\Rightarrow 1$	$ae = x$
2	0	1	0	0	$\Rightarrow 1$	$be = y$
3	0	0	1	0	$\Rightarrow 1$	$ce = z$
4	0	0	0	1	$\Rightarrow 1$	$de = v$

Derved kan den principale blok bestemmes som samtlige kombinationer af disse løsninger:

(1)	x	y	xy
z	xz	yz	xyz
v	xv	yv	xyv
zv	xzv	yzv	$xyzv$

dvs

(1)	ae	be	ab
ce	ac	bc	$abce$
de	ad	bd	$abde$
cd	$acde$	$bcde$	$abcd$

Den anden blok bliver (ved fx at gange med 'a' og reducere eksponenterne modulo 2):

(1)	e	abe	b
ace	c	abc	bce
ade	d	abd	bde
acd	cde	$abcde$	bcd

Spørgsmål 2
Der ønskes et 3^4-faktorforsøg i 3^2 blokke á $\frac{1}{3^2} \cdot 3^4 = 3^2$ behandlinger.

For at opnå en deling i $3 \cdot 3$ blokke vælges 2 definitionsrelationer (som muligvis kunne vælges bedre?), fx

$$I_1 = ABC, \qquad I_2 = ACD$$

Derved bliver følgende effekter konfunderet med blokke

$$I_1, I_2 \text{ og } I_1 \times I_2 = I_1 I_2 + I_1 I_2^2$$

Dvs. $I = ABC = ACD = A^2BC^2D = A^3BC^3D^2$ som reduceres og omformes til led fra standardrækkefølgen. Vi finder herefter:

$$I = ABC = ACD = AB^2CD^2 = BD^2$$

Det noteres, at *ingen hovedvirkninger konfunderes* med blokke ved dette valg, så valget er rimeligt.

Den 9 blokke (numrene $0-8$) er givet ved ligningerne, hhv

Blok nr	=	0	1	2	3	4	5	6	7	8
i+j+k	=	0	1	2	0	1	2	0	1	2
i+k+l	=	0	0	0	1	1	1	2	2	2

Da den principale blok består af 3^2 behandlinger, skal der findes 2 løsninger til $(i+j+k)_3 = 0$ og $(i+k+l)_3 = 0$:

løsning	i	j	k	l	behandling
1	1	0	$\Rightarrow 2$	$\Rightarrow 0$	$ac^2 = x$
2	0	1	$\Rightarrow 2$	$\Rightarrow 1$	$bc^2d = y$

Den principale blok kan skrives:

$$\boxed{\begin{array}{lll} (1) & x & x^2 \\ y & xy & x^2y \\ y^2 & xy^2 & x^2y^2 \end{array}}$$

som bliver

$$\boxed{\begin{array}{lll} (1) & ac^2 & a^2c \\ bc^2d & abcd & a^2bd \\ b^2cd^2 & ab^2d^2 & a^2b^2c^2d^2 \end{array}}$$

En alternativ blok findes ved at finde en extra løsning svarende til blokkens indexligning. Blokken, som indeholder eksempelvis behandlingen 'a' (som er blok nr 4), bliver:

$$\boxed{\begin{array}{lll} a & a^2c^2 & c \\ abc^2d & a^2bcd & bd \\ ab^2cd^2 & a^2b^2d^2 & b^2c^2d^2 \end{array}}$$

Spørgsmål 3

Der ønskes $\frac{1}{3} \cdot 3^4$-forsøg i 3 blokke á 9. Til at dele forsøget vælges en generatorligning, som lægger faktoren D ind i den fuldstændige faktorstruktur for faktorerne A, B og C. Et rimeligt valg kunne være (hvorfor?):

$$D_l = ABC^2_{i+j+2k} \Longrightarrow I_1 = ABC^2D^2$$

Vælges udført den principale fraktion, måles derfor kun de værdier for hvilke $i + j + 2k + 2l = 0$.

Derefter skal vælges er kriterium for blokinddeling. Vi kan fx vælge $I_2 = ABC$, hvorved $i + j + k$ angiver bloknummeret.

Aliasrelationer:

$$\begin{array}{rcllllrcll}
I & = & ABC^2D^2 & & & & & & & \\
A & = & A^2BC^2D^2 & = & A^3BC^2D^2 & \Rightarrow & A & = & AB^2CD & = & BC^2D^2 \\
B & = & AB^2C^2D^2 & = & AB^3C^2D^2 & \Rightarrow & B & = & AB^2C^2D^2 & = & AC^2D^2 \\
AB & = & A^2B^2C^2D^2 & = & A^3B^3C^2D^2 & \Rightarrow & AB & = & ABCD & = & CD \\
AB^2 & = & A^2B^3C^2D^2 & = & A^3B^5C^2D^2 & \Rightarrow & AB^2 & = & ACD & = & BCD \\
C & = & ABC^3D^2 & = & ABC^4D^2 & \Rightarrow & C & = & ABD^2 & = & ABCD^2 \\
AC & = & \text{Prøv selv} & & & & & & & \\
AC^2 & = & \text{Prøv selv} & & & & & & & \\
\vdots & & & & & & & & & \\
AB^2C^2 & = & \text{Prøv selv} & & & & & & &
\end{array}$$

For blokeffekten fås: $ABC = ABD = CD^2 =$ blokke.

Den principal blok er givet ved $(i + j + 2k + 2l = 0,\ i + j + k = 0$, modulo 3)

(1)	ac^2d^2	a^2cd
bc^2d^2	$abcd$	a^2b
b^2cd	ab^2	$a^2b^2c^2d^2$

$(1, 0, 2, 2) \sim ac^2d^2$
$(0, 1, 2, 2) \sim bc^2d^2$

En ny blok findes ved $(i + j + 2k + 2l = 0, i + j + k = 1)$. Bestem én løsning hertil og gang igennem i den principale blok. $(i, j, k, l) = (1, 0, 0, 1) \sim ad$.

ad	a^2c^2	cd^2
abc^2	a^2bcd^2	bd
ab^2cd^2	a^2b^2d	b^2c^2

Sidste blok fås ved $(i + j + 2k + 2l = 0, i + j + k = 2)$. Find én løsning og gang igennem i den principale blok. $(1, 0, 1, 0) \sim ac$ er en sådan løsning. Prøv selv at finde den sidste blok.

. o O o .