IMM - DTU Statistical Design and Analysis of Experiments
H. Spliid, October 20, 2010

## Løsning til opgave 19

Forsøget er et $\frac{1}{4} \cdot 2^5$-faktorforsøg.

Man kan bemærke, at der for de tre faktorer A, B og C's vedkommende er tale om et almindeligt $2^3$-faktorforsøg. De tre faktorer udgør en fuldstændig, underliggende, faktorstruktur. Herpå anvendes Yates' algoritme.

Vi har de definerende kontraster BCDE og ACD, hvorved aliasrelationerne bliver:

| | | | |
|---|---|---|---|
| I | = ACD | = BCDE | = (ACD×BCDE =)ABE: definitionsrelation |
| A | = $\underline{\text{CD}}$ | = $\underline{\text{ABCDE}}$ | = $\underline{\text{BE}}$ |
| B | = $\underline{\text{ABCD}}$ | = $\underline{\text{CDE}}$ | = $\underline{\text{AE}}$ |
| AB | = $\underline{\text{BCD}}$ | = $\underline{\text{ACDE}}$ | = E |
| C | = $\underline{\text{AD}}$ | = $\underline{\text{BDE}}$ | = $\underline{\text{ABCE}}$ |
| AC | = D | = $\underline{\text{ABDE}}$ | = $\underline{\text{BCE}}$ |
| BC | = $\underline{\text{ABD}}$ | = $\underline{\text{DE}}$ | = $\underline{\text{ACE}}$ |
| ABC | = $\underline{\text{BD}}$ | = $\underline{\text{ADE}}$ | = $\underline{\text{CE}}$ |

De <u>understregede</u> kontraster svarer til effekter, som a priori antages forsvindende. Man ser, at de to hoved effekter D og E er konfunderet med AB og AC henholdsvis.

Kun hvis man *antager* AB og AC forsvindende, kan man slutte noget entydigt om D og E!

Vi foretager en Yates' analyse på de givne tal med hensyn til faktorerne A, B og C:

| | Respons | 1 | 2 | 3 | SAK | Skøn over effekt | Skøn over parameter |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| (1) | 67.6 | 136.1 | 278.6 | 613.5 | – | – | 76.69 |
| a | 68.5 | 142.5 | 334.9 | 5.3 | 3.51 | 1.33 | 0.66 |
| b | 70.1 | 158.8 | 3.2 | 23.7 | 70.21 | 5.93 | 2.96 |
| ab | 72.4 | 176.1 | 2.1 | 0.7 | 0.06 | 0.18 | 0.09 |
| c | 78.7 | 0.9 | 6.4 | 56.3 | 396.21 | 14.09 | 7.04 |
| ac | 80.1 | 2.3 | 17.3 | -1.1 | 0.15 | -0.28 | -0.14 |
| bc | 87.7 | 1.4 | 1.4 | 10.9 | 14.85 | 2.73 | 1.36 |
| abc | 88.4 | 0.7 | -0.7 | -2.1 | 0.55 | -0.53 | -0.26 |

Jf. opgaveteksten kan man antage, at $\sigma$ =melllem 1% og 1.5%, dvs. $\sigma^2$ er mellem $1^2 = 1.00$ og $1.5^2 = 2.25$.

De fundne kvadratafvigelsessummer følger, hvis effekterne er forsvindende, $\sigma^2\chi^2(1)$-fordelinger. Da $\chi^2(1)_{0.05} = 3.84$, kan vi for at teste på 5%-niveau sammenligne SAK'erne med vort $\sigma^2 \cdot \chi^2(1)_{0.05} = 1.00 \cdot 3.84$ til $2.25 \cdot 3.84 = 3.84$ til 8.64.

Man kan også opfatte $\sigma^2 = 1^2 - 1.5^2 = 1.0 - 2.25$ som et $s^2_{rest}$ med $\infty$ mange frihedsgrader, og så finde f.eks. $F_A = (3.51/1)/s^2_{rest}$ og så prøve for $s^2_{rest} = 1^2$ og $s^2_{rest} = 1.5^2$ og teste i en F(1,$\infty$) fordeling. Det giver det samme!

Man ser, at B- og C-hovedeffekterne er stærkt signifikante og ligeledes BC-vekselvirkningen. Vedrørende A-hovedvirkningen er denne lidt tvivlsom, men man kan måske konkludere, at – idet det er udbyttet i forhold til det teoretisk set højeste, der er nået – de absolutte mængder reaktant ikke har stor betydning for, hvor langt processen løber. Heraf følger videre, idet AB og AC ikke udviser nogen antydning af signifikans, at heller ikke D og E har større betydning, idet disses virkning ville give sig udtryk i disses SAK'er.