

02405 Sandsynlighedsregning

Jeg har lavet dette skrift for at give lidt uddybende motivation til kurset og for at give en beskrivelse af det praktiske kursusforløb. Hensigten med det sidste er at forsøge at lette jeres tilgang til kurset, der af mange opfattes som noget krævende. Vurderet ud fra de tilbagemeldinger jeg får, er der også mange studerende, der får en god og ikke mindst udbytterig oplevelse. Sandsynlighedsregning er et naturvidenskabeligt grundfag på DTU, der er et vigtigt baggrundsfag for mange kurser i flere bachelorlinier.

Baggrund for faget

Sandsynlighedsregning er den matematiske disciplin, der muliggør en præcis behandling af fænomener med tilfældige elementer. De klassiske eksempler er beskrivelse af kortspil og terningspil. Selvom disse eksempler nu virker teoretiske og fjernet fra virkeligheden, var de meget relevante og praktisk begrundede i deres oprindelse. Spil var en udbredt hobby i overklassen, og for datidens spillere kunne en korrekt forståelse af sandsynlighedsteoretiske elementer betyde forskellen mellem tab og gevinst. Disse helt klassiske anvendelser er ikke gået helt af mode. For nogle år siden, kort efter at det var blevet lovligt at drive et casino i Danmark, lavede et par studerende et projekt om strategier til Blackjack og jeg vejledte nogle studerende, der i deres bachelorprojekt (egl. midtvejsprojekt) undersøgte forskellige strategier i Texas Hold'em poker. Udover at have fulgt kurset i sandsynlighedsregning havde de fulgt et kursus i stokastisk simulation - 02443 - og kurset i stokastiske processer 02407.

Anvendelsen af sandsynlighedsregning har imidlertid bevæget sig langt ud over hazardspil, og sandsynlighedsregning er nu et meget vigtigt redskab i teknik og videnskab. Sandsynlighedsregning anvendes eksempelvis til design af konstruktioner for ekstreme miljøpåvirkninger såsom vind strøm og bølger, som et grundlæggende element i statistisk mekanik, samt til analyse og design af telekommunikationssystemer. Atter andre anvendelser findes indenfor genetisk forskning og mange andre steder. Endelig benyttes sandsynlighedsregning også indenfor lidt blødere discipliner som sociologi og psykologi.

Ovennævnte er alle eksempler på direkte anvendelse af sandsynlighedsregning. Sandsynlighedsregning har imidlertid en yderligere og måske endnu vigtigere rolle som fundament for den matematiske statistik med alle dens anvendelsesområder, indbefattet men ikke begrænset

til moderne stærkt beregningskrævende problemstillinger som mønster-genkendelse og machine learning.

Endelig er sandsynlighedsregning et vigtigt måske endda essentielt fag til generel samfunds- og videnskabsforståelse idet en lang række fænomener netop er karakteriseret ved tilfældighed eller en vis grad af uforudsigelighed.

Kursets mål er at bibringe kursusedtagerne en teknisk viden, der gør dem istand til at foretage sandsynlighedstekniske beregninger samt at tilegne sig og forstå en række af de grundlæggende modeller og variationsformer, der forekommer i praksis.

Tekster fra Studiehåndbogen (Kursusbasen)

Kursusmål:

At give deltagerne en intuitiv og samtidig stringent forståelse af sandsynlighedsteoretiske begreber. I kurset diskuteres forskellige former for variabilitet, der forekommer hyppigt inden for tekniske områder samt natur- og samfundsvidenskaberne. Dette sker blandt andet gennem introduktion til en række meget benyttede basale modeller. De studerende bliver i stand til at foretage sandsynlighedstekniske beregninger gennem indførelse i vigtige standardmetoder. Der gives en matematisk baggrund for kurser i statistik samt for kurser inden for tekniske områder, der beskæftiger sig med tilfældigt varierende fænomener. Eksempler er modellering af pålidelighed, kødannelse, trafik, signalanalyse, DNA-sekvenser mm.

Kursusindhold:

Sandsynlighedsbegrebet, grundlæggende sandsynlighedsteori, fundamental kombinatorik, betinget sandsynlighed, uafhængighed, stokastiske variable, fordelingsfunktioner, eksempler på fordelinger: binomial, Poisson, exponential, normal, multidimensionale stokastiske variable, funktioner af stokastiske variable, momenter, middelværdi, varians, kovarians, store tals lov, central grænseværdisætning, Markovs og Chebychevs uligheder, fordeling af ordnede stokastiske variable, betingede fordelinger, betinget forventning og den bivariate normalfordeling.

Praktiske oplysninger

Kommunikation omkring kurset foregår primært gennem kursushjemmesiden.

<http://www2.imm.dtu.dk/courses/02405/>

hvor blandt andet det materiale, der benyttes ved forelæsningerne er tilgængeligt.

Jeg vil forsøge at lægge ændringer op i rimelig god tid inden forelæsningen. Mit mål er senest torsdag middag. Det vil dog ikke altid lykkes for mig. Det er imidlertid overvejende sandsynligt, at der kun vil forekomme mindre ændringer i forelæsningsmaterialet i forhold til det, der blev brugt sidste gang, kurset blev afviklet.

For hver uge er der et ugebrev med en kortfattet læsevejledning og til tider lidt supplerende information til lærebogen.

Arbejdsbelastning

Det er mit indtryk, at mange studerende oplever et knæk på indlæringskurven i løbet af kurset, og, at en del studerende ikke når at skifte gear. Til og med kapitel 2 og i nogen grad kapitel 3 forekommer kurset rimeligt nemt og sikkert let tilgængeligt for mange. Dels er der noget overlap og gentagelser med emner fra gymnasiet, dels og måske mest derfor er kravene til evner i og aktiv brug af matematisk analyse ikke så store i disse afsnit. Erfaringsmæssigt er der en del studerende, der får vanskeligheder med den sidste halvdel af kurset d.v.s, kapitlerne 4-6. Der kan som nævnt være flere grunde til dette. Dels trækkes der på begreber og resultater fra kapitel 1 til 3 i en sådan grad, at man er nødt til at have en rimelig fortrolighed med disse for at kunne forstå teorien i kap 4-6 og for at kunne regne opgaver nogenlunde komfortabelt. Dels er mange resultater, udledninger og opgaver snævert koblet til den matematiske analyse og det er nødvendigt at have en rimelig fortrolighed med denne. Følgende tabel er anført til støtte for en langsigtet læseplanlægning.

Kort oversigt over afsnit og sideantal:

Uge	afsnit	sideantal	skønnet sværhedsgrad
1	1.1-1.6	61	middel
2	2.1,2.2 2.5	39	under middel
3	3.1,3.2	40	middel
4	3.3-3.4	39	middel
5	3.5-4.1	30	middel
6	4.2,4.3,4.4	28	middel
7	4.5,4.6	18	over middel
8	5.1,5.2	14	under middel
9	5.3,5.4	23	over middel
10	6.1-6.2	11	middel
11	6.3-6.4	30	middel
12	6.5	13	over middel

Om lærebogsforfatteren

Jim Pitman er professor ved University of California Berkeley. Et ældre mere informativt men ikke vedligeholdet link er:

<http://www.stat.berkeley.edu/users/pitman/>

er professor ved University of California Berkeley.

Om lærebogen

Lærebogen er skrevet for studerende i ingeniør- og naturvidenskab. Bogen lægger vægt på en intuitiv og praktisk forståelse af sandsynlighedsregningen med en rimelig grad af stringens. Bogen benyttes blandt andet ved grundkursus i sandsynlighedsregning ved UC Berkeley.

Hvert kapitel afsluttes med en oversigt over de vigtigste resultater. Bogen indeholder et - synes jeg udmærket - resume af de vigtigste matematiske analytiske resultater i appendix 1-4.

Supplerende litteratur

For de studerende, der ikke er tilfredse med grundigheden af lærebogen, kan jeg anbefale Ole G. Jørsboe, *Sandsynlighedsregning*, Matematisk Institut DTU, der har været brugt som lærebog i mange år ved DTU. En anden reference er Grimmett & Stirzaker, *Probability and Random Processes*, Oxford University Press, 2001. Denne er tidligere blevet benyttet i kursus 02407 Stokastiske Processer, der er det videregående kursus i sandsynlighedsregning, der pt. tilbydes på DTU. Den klassiske reference til sandsynlighedsregning er tobindsværket af William Feller, *An Introduction to Probability Theory and its Applications*, Wiley. En meget grundig og stringent indføring til sandsynlighedsregning er Patrick Billingsley, *Probability and Measure*, Wiley. Endelig kan nævnes et dansksproget alternativ, der benyttes på Københavns Universitet Michael Sørensen "En Introduktion til Sandsynlighedsregning".

Opgaver

Opgaverne, der hører til hvert delafsnit, er ordnet efter stigende sværhedsgrad. Studerende, der har en særlig interesse for faget eller som på anden måde har overskud til at sætte sig yderligere ind i stoffet, kan med fordel og stort udbytte regne opgaver med lidt højere numre. Der er kortfattede løsninger bag i lærebogen til alle opgaver med ulige numre, medens der er mere udførlige løsninger til udvalgte opgaver på kursushjemmesiden under

<http://www2.imm.dtu.dk/courses/02405/solutions.html>

Øvelsesopgaver

Der stilles 6-8 øvelsesopgaver, der typisk ikke alle kan regnes indenfor de 2 timer, der er afsat til øvelserne. Jeg vil anbefale, at I bruger tiden til øvelsestimerne på at forstå og diskutere de grundlæggende problemer. Fra tid til anden kan der opstå regnetekniske problemer. Jeg

tror, øvelsestiden bruges bedst ved at koncentrere sig om de principielle forståelsesproblemer og udskyde eventuelle regnetekniske problemer til færdiggørelse hjemme.

Opgaver til selvstudium

Disse er supplerende opgaver til hjemmestudium. De fleste løsninger findes i en pdf-udgave, hvor man kan se løsningen trinvis. Dette er tænkt som et hjælpemiddel, således at man kan få hjælp og henvisninger til relevante steder i lærebogen uden nødvendigvis at se hele løsningen.

Eksamen

Eksamen er multiple choice. Der er typisk 30 spørgsmål, der dækker pensum bredt. Et antal tidligere eksamenssæt med løsninger kan ses nederst på kursushjemmesiden. Jeg har taget nogle enkeltopgaver fra et eksamenssæt og delt det ud på de forskellige uger, så I har en mulighed for løbende at teste jeres eksamensparathed i de pågældende emner. Jeg forestiller mig, at ugens arbejde med kurset afsluttes med at regne disse opgaver.

Afslutning

I er altid velkomne til at henvende jer med problemer med kurset, spørgsmål og kommentarer enten til øvelseslederne eller til mig. Til sidst er blot at udtrykke, at jeg håber, at I får et godt og udbytterigt forløb med kurset.

Bo Friis Nielsen

1. september 2024