CIVILINGENIØREKSAMEN *Side* 1 *af* 3 *sider*

Skriftlig prøve, den: 16. december 2004 *Kursus nr* : 02405

Kursus navn: Sandsynlighedsregning

Tilladte hjælpemidler: Alle

Dette sæt er besvaret af:

____________________ (navn) ____________________ (underskrift) ________ (bord nr)

Der er i alt 30 spørgsmål fordelt på 30 opgaver, benævnt opgave 1,2,. . . , 30 i teksten. De enkelte spørgsmål er ligeledes nummereret og angivet som spørgsmål 1,2,. . . ,30 i teksten. Bevarelserne af de 30 spørgsmål føres ind i nedenstående skema.

Spørgsmål	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Svar															

Spørgsmål	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Svar															

Svarmulighederne for hvert spørgsmål er nummereret fra 1 til 6. Indføres et forkert nummer i skemaet, kan dette rettes ved at "sværte" det forkerte nummer over og anføre det rigtige nedenunder. Er der tvivl om meningen med en rettelse, betragtes spørgsmålet som ubesvaret.

Kun forsiden skal afleveres. Afleveres blankt eller forlades eksamen i utide, skal forsiden alligevel afleveres. Kladde, mellemregninger og bemærkninger tillægges **ingen** betydning, kun tallene indført ovenfor registreres.

Der gives 5 point for et korrekt svar og -1 for et ukorrekt svar. Ubesvarede spørgsmål eller et 6-tal (svarende til "ved ikke") giver 0 point. Det antal point, der kræves for, at et sæt anses for tilfredstillende besvaret, afgøres endeligt ved censureringen af sættene.

Husk at forsyne opgaveteksten med navn, underskrift og bordnummer. *Der gøres opmærksom på, at ideen med opgaverne er, at der er ét og kun ét rigtigt svar på de enkelte spørgsmål. Endvidere er det ikke givet, at alle de anførte alternative svarmuligheder er meningsfulde. Sættets sidste side er nr 3; blad lige om og se, at den er der.*

I teksten benyttes betegnelsen $\log(\cdot)$ for naturlige logaritmer, dvs. logaritmer med grundtal e.

Opgave 7

Lad X_i, $i = 1, \ldots, n$ være uafhængige identisk fordelte stokastiske variable på $[0, \pi]$ med tæthedsfunktion $\frac{1}{2} \sin x$.

Lad $Y = \max\{X_i \ : \ i = 1, \ldots, n\}$.

Spørgsmål 7

Bestem fordelingsfunktionen for Y.

1 ☐ $1 - \frac{1}{2^n}(1 + \cos x)^n$

2 ☐ $\frac{1}{2^n}(1 - \cos x)^n$

3 ☐ $\frac{n}{2^n}(1 - \cos x)^{n-1} \sin x$

4 ☐ $\frac{1}{2^n} \sin^n x$

5 ☐ $\frac{1}{2}(1 - \cos^n x)$

6 ☐ Ved ikke

Man kan eventuelt benytte at $\int_0^x \sin t dt = 1 - \cos x$.

Opgave 21

Lad X_i, $i = 1, \ldots, n$ være uafhængige identisk fordelte stokastiske variable med kontinuert og voksende fordelingsfunktion $F(x)$.

Lad $Y = \max\{X_i \;:\; i = 1, \ldots, n\}$.

Spørgsmål 21

Bestem medianen for Y.

1 ☐ $F^{-1}(\frac{1}{2^{1/n}})$

2 ☐ $F^{-1}(\frac{1}{2^n})$

3 ☐ $(F^{-1}(\frac{1}{2}))^n$

4 ☐ $F^{-1}(\frac{1}{2})$

5 ☐ Kan ikke bestemmes ud fra det oplyste.

6 ☐ Ved ikke

Opgave 24

Lad der være givet n uafhængige variable $X_1, \ldots, X_n$, der alle er normalfordelte med middelværdi 0 og spredning 1.

Spørgsmål 24

Bestem sandsynligheden for, at den næststørste af X_i'erne ligger i intervallet $[0, dx]$, hvor $dx > 0$ er en infinitesemal størrelse.

1 ☐ $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\ dx$

2 ☐ $\frac{1}{2^{n(n-1)}\sqrt{2\pi}}\ dx$

3 ☐ $\frac{n(n-1)}{2^{n-1}\sqrt{2\pi}}\ dx$

4 ☐ $\frac{n(n-1)}{2^{n-1}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{n}{2}}\ dx$

5 ☐ $\frac{3}{4}$

6 ☐ Ved ikke

Slut på opgavesættet.