Skriftlig prøve, den: 18. december 2019 *Kursus nr* : 02405

Kursus navn: Sandsynlighedsregning *Varighed* : 4 timer

Tilladte hjælpemidler: Alle

Dette sæt er besvaret af:

(navn) (underskrift) (bord nr)

Der er i alt 30 spørgsmål fordelt på 30 opgaver, benævnt opgave 1,2,. . . , 30 i teksten. De enkelte spørgsmål er ligeledes nummereret og angivet som spørgsmål 1,2,. . . ,30 i teksten. Svarene skal uploades via campusnet, ved brug af filen “answers.txt”. I filen anføres studienummer på første linie, spørgsmålsnummer og svar anføres på de følgende linier med en linie for hvert spørgsmål. Nedenstående skema kan eventuelt afleveres som et supplement til den elektroniske aflevering. Ved uoverensstemmelse vil den elektroniske aflevering være gældende.

Spørgsmål	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Svar															

Spørgsmål	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Svar															

Svarmulighederne for hvert spørgsmål er nummereret fra 1 til 6.

Der gives 5 point for et korrekt svar og -1 for et ukorrekt svar. Ubesvarede spørgsmål eller et 6-tal (svarende til “ved ikke”) giver 0 point. Det antal point, der kræves for, at et sæt anses for tilfredsstillende besvaret, afgøres endeligt ved censureringen af sættene.

Der gøres opmærksom på, at ideen med opgaverne er, at der er ét og kun ét rigtigt svar på de enkelte spørgsmål. Endvidere er det ikke givet, at alle de anførte alternative svarmuligheder er meningsfulde. Sættets sidste side er nr 16; blad lige om og se, at den er der.

I teksten benyttes betegnelsen $\log(\cdot)$ for naturlige logaritmer, dvs. logaritmer med grundtal e, medens Φ betegner fordelingsfunktionen for en standardiseret normalfordelt variabel.

Opgave 1

I et geografisk område bor der 1 million mennesker, hvor 5% af disse tilhører en bestemt etnisk gruppe. En gruppe på 100 mennesker udvælges tilfældigt til en stikprøveundersøgelse.

Spørgsmål 1

Sandsynligheden for, at der er udvalgt mindst 7 personer fra den etniske gruppe til stikprøven, findes til

1 ☐ $1-\Phi\left(\frac{2}{\sqrt{19}}\right)$

2 ☐ $1-\Phi\left(\frac{3}{\sqrt{18}}\right)$

3 ☐ $\frac{1}{12}$

4 ☐ $1-\sum_{i=0}^{6}\binom{100}{i}(0,05)^i(1-0,05)^{100-i}$

5 ☐ $1-\sum_{i=0}^{6}\frac{e^{-5}5^i}{i!}$

6 ☐ Ved ikke

Opgave 2

Betragt et polært koordinatsystem med et bombemål placeret i centrum. Et bombefly kaster en bombe, der rammer afstanden R fra centrum med tætheden $f_R(r) = re^{-\frac{1}{2}r^2}$. Sandsynligheden for, at bombemålet bliver ødelagt, er e^{-r^2}, givet bomben rammer afstanden r fra centrum.

Spørgsmål 2

Hvad er sandsynligheden for, at bombemålet bliver ødelagt?

1 ☐ $\frac{1}{4}$

2 ☐ $\frac{1}{3}$

3 ☐ $\frac{1}{2}$

4 ☐ $\frac{2}{3}$

5 ☐ $\frac{3}{4}$

6 ☐ Ved ikke

Fortsæt på side 3

Opgave 3

En svømmeforening har en basistrup bestående af 18 svømmere. Heraf er 2 bedst til rygcrawl, 7 bedst til brystcrawl, 5 bedst til butterfly og 4 bedst til medley. Til en holdstafet udtages 4 af de 18 svømmere tilfældigt.

Spørgsmål 3

Sandsynligheden for, at der er netop 2, der er bedst til butterfly, blandt de 4, er

1 ☐ $\binom{4}{2}\left(\frac{5}{18}\right)^2\left(\frac{13}{18}\right)^2$

2 ☐ $\frac{5}{18}\frac{4}{17}$

3 ☐ $2 \cdot \frac{5}{18}\frac{4}{17}$

4 ☐ $\dfrac{\binom{5}{2}\binom{13}{2}}{\binom{18}{4}}$

5 ☐ $\frac{5}{18}\frac{4}{18}$

6 ☐ Ved ikke

Opgave 4

Et materiale udsender partikler, således at tiderne mellem partiklerne kan beskrives ved uafhængige og eksponentialfordelte stokastiske variable med en middelværdi på 2 minutter.

Spørgsmål 4

Hvad er sandsynligheden for, at den tredje partikel udsendes netop mellem 3 og 4 minutter efter, at registrering er påbegyndt?

1 ☐ $\left(e^{-\frac{3}{2}} - e^{-2}\right)^3$

2 ☐ $\frac{29}{8}e^{-\frac{3}{2}} - 5e^{-2}$

3 ☐ $\frac{4}{3}e^{-2} - \frac{9}{16}e^{-\frac{3}{2}}$

4 ☐ $\Phi(2)^3 - \Phi(1)^3$

5 ☐ $(\Phi(2) - \Phi(1))^3$

6 ☐ Ved ikke

Fortsæt på side 4

Opgave 5

Idet X_1 og X_2 er to uafhængige eksponentialfordelte variable danner man $X = \min(X_1, X_2)$ og $Y = \max(X_1, X_2)$ med simultan tæthedsfunktion $f(x,y) = 2\lambda^2 e^{-\lambda(x+y)}$.

Spørgsmål 5

Tæthedsfunktionen $f_Z(z)$ for $Z = \frac{X}{Y}$ findes til

1 ☐ $\frac{2}{(z+1)^2}$, $\quad 0 \leq z \leq 1$

2 ☐ $\lambda e^{-\lambda z}$, $\quad 0 \leq z$

3 ☐ $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\lambda} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{z-\frac{1}{\lambda}}{\sqrt{\frac{1}{\lambda}}}\right)^2\right)$, $\quad 0 \leq z \leq 1$

4 ☐ 1 , $\quad 0 \leq z \leq 1$

5 ☐ $\frac{1}{(z+1)^2}$, $\quad 0 \leq z$

6 ☐ Ved ikke

Opgave 6

Givet hændelserne A og B er det oplyst, at $\mathsf{P}(A \cap B) = \mathsf{P}(A)\mathsf{P}(B)$.

Spørgsmål 6

Hvilket af nedendstående udsagn er da korrekt:

1 ☐ $\mathsf{P}(A \cup B) = \mathsf{P}(A) + \mathsf{P}(B)$.

2 ☐ $\mathsf{P}(A|B) = \mathsf{P}(A \cap B)$

3 ☐ $\mathsf{P}(A|B) = \mathsf{P}(A)$

4 ☐ $\mathsf{P}(A|B) = \mathsf{P}(B|A)$

5 ☐ Ingen af ovenstående er korrekte.

6 ☐ Ved ikke

Fortsæt på side 5

Opgave 7

Den ligefordelte diskrete stokastiske variabel X antager en af værdierne $\{-2, -1, 1, 2\}$. Man danner en ny stokastisk variabel $Y = X^2$.

Spørgsmål 7

Kovariansen $\mathsf{Cov}(X, Y)$ mellem X og Y bestemmes til

1 ☐ -1

2 ☐ 0

3 ☐ $\frac{1}{2}$

4 ☐ 1

5 ☐ Kovariansen kan ikke bestemmes ud fra de foreliggende oplysninger

6 ☐ Ved ikke

Opgave 8

Man ved, at 20% af flypassagererne på en bestemt rute medbringer håndbagage med en vægt, der klart overskrider den tilladte grænse. Man antager, at det, at den enkelte passager medbringer overvægt, ikke influerer på sandsynligheden for, at andre også gør det.

Spørgsmål 8

På en afgang med 400 passagerer er et rimeligt bud på sandsynligheden for, at højest 60 passagerer medbringer overvægtig håndbagage.

1 ☐ $\binom{400}{60} \left(\frac{1}{5}\right)^{60} \left(\frac{4}{5}\right)^{340}$

2 ☐ $\sum_{i=61}^{400} \frac{80^i}{i!} e^{-80}$

3 ☐ $\sum_{i=0}^{60} \frac{\binom{80}{i}\binom{320}{100-i}}{\binom{400}{100}}$

4 ☐ $\Phi(2,2) - \Phi(-1,96)$

5 ☐ $\Phi(-2,4)$

6 ☐ Ved ikke

Fortsæt på side 6

Opgave 9

Parret (X, Y) er standardiseret bivariat normalfordelt med korrelation $\rho = \frac{3}{5}$.

Spørgsmål 9

Man finder $\mathsf{P}\left(\frac{1}{2}X < Y < 2X\right)$ til

1 ☐ $\frac{2\pi - \text{Arctan}(\frac{7}{4})}{2\pi}$

2 ☐ $\frac{1}{6}$

3 ☐ $\frac{\text{Arctan}(\frac{15}{8})}{2\pi}$

4 ☐ $\frac{\text{Arctan}(\frac{7}{4}) + \text{Arctan}(\frac{1}{8})}{2\pi}$

5 ☐ $\frac{\text{Arctan}(\frac{7}{8}) + \text{Arctan}(\frac{1}{8})}{\pi}$

6 ☐ Ved ikke

Opgave 10

Man har $X_i \sim \exp(\lambda), i = 1, 2, 3$ uafhængige. Man danner $Y = X_1 + X_2 + X_3$.

Spørgsmål 10

Den simultane tæthed $f(x, y)$ af X_1 og Y findes til

1 ☐ $f(x, y) = \lambda e^{-\lambda x} \lambda(\lambda y) e^{-\lambda y} = \lambda^3 y e^{-\lambda(x+y)}$

2 ☐ $f(x, y) = \lambda e^{-\lambda x} \lambda \frac{(\lambda y)^2}{2} e^{-\lambda y} = \lambda^4 \frac{y^2}{2} e^{-\lambda(x+y)}$

3 ☐ $f(x, y) = \lambda e^{-\lambda x} \lambda(\lambda(y - x)) e^{-\lambda(y-x)} = \lambda^3 (y - x) e^{-\lambda y}$

4 ☐ $f(x, y) = \lambda e^{-\lambda x} \lambda \frac{(\lambda(y-x))^2}{2} e^{-\lambda y} = \lambda^4 \frac{(y-x)^2}{2} e^{-\lambda y}$

5 ☐ $f(x, y) = \lambda \frac{(\lambda y)^2}{2} e^{-\lambda y} \cdot \frac{1}{3} = \lambda^3 \frac{y^2}{6} e^{-\lambda y}$

6 ☐ Ved ikke

Fortsæt på side 7

Opgave 11

Man kan antage, at hjertestopspatienter ankommer til en skadestue uafhængigt af hinanden og med en gennemsnitlig hyppighed af 24 i døgnet. Som en første tilnærmelse antages, at denne hyppighed er konstant henover døgnet.

Spørgsmål 11

Sandsynligheden for, at der højest ankommer 2 hjertestopspatienter i en 4 timers periode, er

1 ☐ $\dfrac{\binom{12}{2}^2}{\binom{24}{4}}$

2 ☐ $\left(\frac{5}{6}\right)^2 + 2 \cdot \frac{5}{6}\frac{1}{6}$

3 ☐ $\sum_{i=0}^{2} \binom{4}{i} \frac{1}{16}$

4 ☐ $\Phi(-1)$

5 ☐ $\left(1 + 4 + \frac{4^2}{2!}\right) e^{-4}$

6 ☐ Ved ikke

Opgave 12

Lad X og Y være to uafhængige stokastiske variable, med $\mathsf{E}(X) = \mu_X, \mathsf{E}(Y) = \mu_Y, \mathsf{Var}(X) = \sigma_X^2$ og $\mathsf{Var}(Y) = \sigma_Y^2$.

Spørgsmål 12

Man finder

1 ☐ $\mathsf{Var}(XY) = \sigma_X^2\sigma_Y^2 + \mu_X^2\sigma_Y^2 + \mu_Y^2\sigma_X^2 - \mu_X^2\mu_Y^2$

2 ☐ $\mathsf{Var}(XY) = \sigma_X^2\sigma_Y^2$

3 ☐ $\mathsf{Var}(XY) = \sigma_X^2\sigma_Y^2 - \mu_X^2\mu_Y^2$

4 ☐ $\mathsf{Var}(XY) = \sigma_X^2\sigma_Y^2 + \mu_X^2\sigma_Y^2 + \mu_Y^2\sigma_X^2$

5 ☐ $\mathsf{Var}(XY) = \sigma_X^2\sigma_Y^2 + \mu_X^2\mu_Y^2$

6 ☐ Ved ikke

Fortsæt på side 8

Opgave 13

Man har frekvensfunktionen $f(x, y) = 6(x - y)$ for den simultane fordeling af maximum (X) og minimum (Y) af 3 uafhængige $uniformt(0, 1)$ fordelte stokastiske variable.

Spørgsmål 13

Sandsynligheden for at observere maximum mellem 0,9 og 0,91 samtidigt med, at minimum er mellem 0,1 og 0,11 findes (eventuelt approksimativt) til

1 ☐ $6 \cdot 0,8 \cdot 0,01^2$

2 ☐ $\int_0^{0,1} \int_0^{0,9} 6(x - y) \mathrm{d}x \mathrm{d}y$

3 ☐ $0,48$

4 ☐ $6(0,91 - 0,10) - 6(0,9 - 0,11)$

5 ☐ $6(0,9 - 0,1)$

6 ☐ Ved ikke

Opgave 14

En stokastisk variabel X er uniformt fordelt på intervallet fra $-\frac{1}{2}$ til $\frac{1}{2}$. Man danner en ny variabel $Y = X^2$ med tæthedsfunktion $f_Y(y)$.

Spørgsmål 14

Tæthedsfunktionen $f_Y(y)$ er

1 ☐ $f_Y(y) = \frac{1}{2\sqrt{|y|}}$ for $y \in \left[0; \frac{1}{4}\right]$ og 0 ellers.

2 ☐ $f_Y(y) = \frac{1}{\sqrt{|y|}}$ for $y \in \left[0; \frac{1}{4}\right]$ og 0 ellers.

3 ☐ $f_Y(y) = \frac{1}{2\sqrt{|y|}}$ for $y \in \left[-\frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right]$ og 0 ellers.

4 ☐ $f_Y(y) = \frac{1}{\sqrt{|y|}}$ for $y \in \left[-\frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right]$ og 0 ellers.

5 ☐ $f_Y(y) = 4$ for $y \in \left[0; \frac{1}{4}\right]$

6 ☐ Ved ikke

Fortsæt på side 9

Opgave 15

De stokastiske variable (X, Y) er bivariat normalfordelt med $X \sim normal(1,4), Y \sim normal(2,9)$ og korrelationskoefficient $\rho = -\frac{1}{4}$.

Spørgsmål 15

Man finder $\mathsf{P}(X - Y \leq 0)$ til

1 ☐ $\Phi\left(\frac{1}{\sqrt{13}}\right)$

2 ☐ $\Phi\left(\frac{1}{3}\right)$

3 ☐ $\Phi\left(\frac{1}{\sqrt{12}}\right)$

4 ☐ $\Phi\left(\frac{1}{4}\right)$

5 ☐ $\Phi\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

6 ☐ Ved ikke

Opgave 16

For de tre hændelser A, B og C kendes $\mathsf{P}(A)$, $\mathsf{P}(B)$, $\mathsf{P}(C)$, $\mathsf{P}(A \cap B)$, $\mathsf{P}(A \cap C)$, $\mathsf{P}(A \cap B \cap C)$ og $\mathsf{P}(A \cup B \cup C)$. Man ønsker at bestemme $\mathsf{P}(B \cap C)$.

Spørgsmål 16

Man finder $\mathsf{P}(B \cap C)$ ved

1 ☐ $\mathsf{P}(B \cap C) = \mathsf{P}(A) + \mathsf{P}(B) + \mathsf{P}(C) - \mathsf{P}(A \cap B) - \mathsf{P}(A \cup B \cup C)$

2 ☐ $\mathsf{P}(B \cap C) = \mathsf{P}(A) + \mathsf{P}(B) + \mathsf{P}(C) - \mathsf{P}(A \cap B) + \mathsf{P}(A \cap B \cap C) - \mathsf{P}(A \cup B \cup C)$

3 ☐ $\mathsf{P}(B \cap C) = \mathsf{P}(A) + \mathsf{P}(B) + \mathsf{P}(C) - \mathsf{P}(A \cap B) - \mathsf{P}(A \cap C) + \mathsf{P}(A \cap B \cap C) - \mathsf{P}(A \cup B \cup C)$

4 ☐ $\mathsf{P}(B \cap C) = \mathsf{P}(A \cup B \cup C) - \mathsf{P}(A) - \mathsf{P}(B) - \mathsf{P}(C) + \mathsf{P}(A \cap B) - \mathsf{P}(A \cap B \cap C)$

5 ☐ $\mathsf{P}(B \cap C) = \mathsf{P}(B) + \mathsf{P}(C) - \mathsf{P}(A \cup B \cup C)$

6 ☐ Ved ikke

Fortsæt på side 10

Opgave 17

Antallet af fejl i et materiale kan beskrives ved en Poissonfordeling med middelværdi γ. Man kan benytte en model, hvor F_i angiver hændelsen, at der er i fejl i materialet. Alternativt kunne man benytte en model med en stokastisk variabel N, hvor N beskriver antallet af fejl i materialet. Man ønsker at udtrykke sandsynligheden for hændelsen $H = (F_0 \cup F_1 \cup F_2)$ ved brug af N.

Spørgsmål 17

$P(H)$ kan alternativt udtrykkes som

1 ☐ $\mathsf{P}(H) = \mathsf{P}(N \leq 2)$

2 ☐ $\mathsf{P}(H) = \mathsf{P}(N_0) + \mathsf{P}(N_1) + \mathsf{P}(N_2)$

3 ☐ $\mathsf{P}(H) = \mathsf{P}(F_i \leq 2)$

4 ☐ $\mathsf{P}(H) = \mathsf{P}(N = 0, N = 1, N = 2)$

5 ☐ Man kan ikke på det foreliggende grundlag udtrykke $\mathsf{P}(H)$ ved brug af N.

6 ☐ Ved ikke

Opgave 18

En bestemt fiskeart lægger et antal æg, der kan beskrives ved en Poisson fordelt stokastisk variabel med middelværdi μ. Hvert æg vil med sandsynligheden p give en fiskelarve af hunkøn og med sandsynligheden $1 - p$ give en fiskelarve af hankøn.

Spørgsmål 18

Det forventede antal æg fra en fisk fra denne fiskeart, der giver en fiskelarve af hunkøn, er

1 ☐ $\frac{\mu}{p}$

2 ☐ μp

3 ☐ $\mu(1 - p)$

4 ☐ $\mu(p + p^2)$

5 ☐ $\mu p(1 - p)$

6 ☐ Ved ikke

Fortsæt på side 11

Opgave 19

I et fysisk eksperiment sendes elektroner i høj hastighed mod en plade, der i denne sammenhæng kan antages at være af uendelig udstrækning. Elektronerne skydes mod et bestemt punkt på pladen. Grundet tilfældigheder rammer elektronerne ikke præcist i dette punkt. Det punkt, hvor en elektron rammer, kan beskrives ved koordinatsættet (X, Y), hvor X og Y er uafhængige standard normalfordelte variable. Det er af særlig interesse, om de rammer mellem 1 og 2 længdeenheder fra sigtepunktet (koordinatsystemets nulpunkt).

Spørgsmål 19

Sandsynligheden for, at en elektron rammer mellem 1 og 2 længdeenheder fra sigtepunktet, findes til

1 ☐ $\Phi(2) - \Phi(1)$
2 ☐ $2\left(\Phi(2) - \Phi(1)\right)$
3 ☐ $\exp\left(-\frac{1}{2}\right) - \exp\left(-2\right)$
4 ☐ $1 - \sum_{r=0}^{1} \frac{x^r}{r!} e^{-x}$
5 ☐ e^{-2}
6 ☐ Ved ikke

Opgave 20

Et radiokommunikationssystem til brug for jernbanedrift har en kritisk tidsgrænse for en signalvej - den såkaldte round trip time. Man kender både middelværdi og standardafvigelse for denne, der er henholdsvis 12ms og 6ms. Man ønsker at bestemme en værdi for roundtrip time, der maksimalt overskrides med sandsynligheden $\frac{1}{9}$.

Spørgsmål 20

Den ønskede grænse bestemmes til

1 ☐ 30ms
2 ☐ 66ms
3 ☐ 120ms
4 ☐ $\left(12 + 6\Phi^{-1}\left(\frac{17}{18}\right)\right)$ms
5 ☐ $\left(12 + 6\Phi^{-1}\left(\frac{8}{9}\right)\right)$ms
6 ☐ Ved ikke

hvor Φ^{-1} angiver den omvendte funktion til fordelingsfunktionen for en standard normalfordelt variabel.

Fortsæt på side 12

Opgave 21

Levetiden af en elektronisk komponent kan med god tilnærmelse beskrives ved en *eksponential*(λ) fordelt stokastisk variabel. Man ved, at komponenten har opnået alderen t.

Spørgsmål 21

Under de givne oplysninger, hvad er da sandsynligheden for, at komponenten fejler netop i intervallet $[t, t + \mathrm{d}t]$. Svaret kan eventuelt angives approksimativt

1 ☐ $\lambda \mathrm{d}t$

2 ☐ $\lambda e^{-\lambda t} \mathrm{d}t$

3 ☐ $e^{-\lambda t} - e^{-\lambda(t+\mathrm{d}t)}$

4 ☐ $\frac{\lambda e^{-\lambda t}}{1-e^{-\lambda t}} \mathrm{d}t$

5 ☐ $\lambda e^{-\lambda t}$

6 ☐ Ved ikke

Opgave 22

Lad X være en positiv stokastisk variabel, således at $\mathsf{P}(X \leq x) = 1 - e^{-\lambda x}$. Man danner nu $Y = \frac{1}{X}$.

Spørgsmål 22

Man finder $\mathsf{P}(Y \leq y)$ til

1 ☐ $\mathsf{P}(Y \leq y) = 1 - e^{-\frac{\lambda}{y}}$

2 ☐ $\mathsf{P}(Y \leq y) = 1 - e^{-\frac{y}{\lambda}}$

3 ☐ $\mathsf{P}(Y \leq y) = e^{-\frac{y}{\lambda}}$

4 ☐ $\mathsf{P}(Y \leq y) = e^{-\frac{1}{\lambda y}}$

5 ☐ $\mathsf{P}(Y \leq y) = e^{-\frac{\lambda}{y}}$

6 ☐ Ved ikke

Fortsæt på side 13

Opgave 23

I et terningespil med seks almindelige sekssidede terninger gælder det om at få flest mulige seksere. Der kastes højest 2 omgange, idet alle de seksere, der opnåes i første kast, tages fra, hvorefter andet kast foretages med de terninger, der ikke viste seks ved første kast.

Spørgsmål 23

Antag, at man i første kast opnår v seksere. Man finder da sandsynligheden for i alt at opnå w seksere til

1 ☐ $\binom{6}{w}\left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{5}{6}\right)$

2 ☐ $\frac{1}{6-v}$

3 ☐ $\binom{6-v}{w-v}\left(\frac{1}{6}\right)^{w-v}\left(\frac{5}{6}\right)^{6+v-w}$

4 ☐ $\frac{1}{6}$

5 ☐ $\binom{6-v}{w-v}\left(\frac{1}{6}\right)^{w-v}\left(\frac{5}{6}\right)^{6-w}$

6 ☐ Ved ikke

Opgave 24

Et punkt vælges tilfældigt i en cirkelskive. En ret linie tegnes gennem punktet og cirklens centrum.

Spørgsmål 24

Sandsynligheden for, at den numeriske værdi af liniens hældning er mindre end 1, er

1 ☐ $\frac{\mathrm{Arctan}(\frac{2}{5})}{\pi}$

2 ☐ $\frac{1}{\pi}$

3 ☐ $\frac{1}{4}$

4 ☐ $\frac{1}{3}$

5 ☐ $\frac{1}{2}$

6 ☐ Ved ikke

Fortsæt på side 14

Opgave 25

Årsagen til flystyrt kan meget groft kategoriseres som enten a. menneskelig fejl, b. mekanisk fejl, c. terrorhandling. Sandsynligheden for, at der sker en menneskelig fejl ved en flyafgang, er $\frac{1}{50}$, medens sandsynligheden for, at der sker en mekanisk fejl, er $\frac{1}{500}$, og endelig er sandsynligheden for, at en flyafgang udsættes for en terrorhandling, $\frac{1}{500000}$. Sker en menneskelig fejl, er sandsynligheden for, at der indtræffer et flystyrt, $\frac{1}{10000}$, medens sandsynligheden for, at der indtræffer et flystyrt ved en mekanisk fejl er $\frac{1}{1000}$, og endelig er sandsynligheden for, at der sker et flystyrt ved en terrorhandling, $\frac{2}{3}$. Man kan antage, at højst en af de tre årsager kan indtræffe og at et flystyrt altid kan tilskrives en af de tre årsager.

Spørgsmål 25

Givet et flystyrt indtræffer, findes sandsynligheden for, at det skyldes en terrorhandling, til

1 ☐ $\frac{1}{4}$

2 ☐ $\frac{2}{3}$

3 ☐ $\frac{1}{3} \cdot 10^{-6}$

4 ☐ $\frac{20000}{20033}$

5 ☐ $\frac{1}{3}$

6 ☐ Ved ikke

Opgave 26

Man har 5 uafhængige $eksponential(\mu)$ fordelte variable.

Spørgsmål 26

Tætheden $g(x)$ for den næststørste af de 5 variable findes til

1 ☐ $g(x) = \mu \frac{(\mu x)^4}{4!} e^{-\mu x}$

2 ☐ $g(x) = \frac{\mu}{4} e^{-\frac{\mu}{4} x}$

3 ☐ $g(x) = \frac{5!}{3!} x^3 (1-x)$

4 ☐ $g(x) = 20\mu e^{-4\mu x} - 20\mu e^{-4\mu x}$

5 ☐ $g(x) = 20\mu e^{-2\mu x} - 60\mu e^{-3\mu x} + 60\mu e^{-4\mu x} - 20\mu e^{-5\mu x}$

6 ☐ Ved ikke

Fortsæt på side 15

Opgave 27

Eksponentialfordelingen svarer til den geometriske fordeling som gammafordelingen svarer til?

Spørgsmål 27

1 ☐ Binomialfordelingen

2 ☐ Den hypergeometriske fordeling

3 ☐ Den uniforme fordeling

4 ☐ Den negative binomialfordeling

5 ☐ Poissonfordelingen

6 ☐ Ved ikke

Opgave 28

Om de to stokastiske variable X og Y oplyses det, at $\mathsf{E}(X) = 4$, $\mathsf{E}(Y) = 7$, $\mathsf{SD}(X) = 10$, $\mathsf{SD}(Y) = 5$ og $\mathsf{Cov}(X, Y) = 0,5$. Endvidere indføres $U = 3X - 2Y + 1$.

Spørgsmål 28

$\mathsf{E}(U)$ bestemmes til

1 ☐ -2

2 ☐ -1

3 ☐ 26

4 ☐ $26,5$

5 ☐ 27

6 ☐ Ved ikke

Fortsæt på side 16

Opgave 29

Ved fiskeri efter tobis fås typisk en vis bifangst af sild. Fangsten af hver fiskeart ved et tilfældigt trawltræk kan beskrives rimeligt godt med en normalfordeling med middelværdi 10 ton (tobis) og 1 ton (sild) samt standardafvigelse 2 ton (tobis) og 0,3 ton (sild). Den simultane fordeling kan antages normal med korrelationskoefficient 0,7. I et trawltræk har man fanget 14 ton tobis.

Spørgsmål 29

Den forventede bifangst af sild findes til

1 ☐ 1 ton

2 ☐ 1,24 ton

3 ☐ 1,42 ton

4 ☐ 1,49 ton

5 ☐ 1,6 ton

6 ☐ Ved ikke

Opgave 30

Man har de to kontinuerte stokastiske variable X og Y med simultan frekvensfunktion $f(x,y) = K(y-x)(1-y), 0 < x < y < 1$, hvor K er normeringskonstant.

Spørgsmål 30

I Y's værdimængde finder man den marginale tæthed $f_Y(y)$ til

1 ☐ $f_Y(y) = \frac{K}{2}(1-y)^3$

2 ☐ $f_Y(y) = \frac{K}{2}y(1-y)^2$

3 ☐ $f_Y(y) = \frac{K}{2}y^2(1-y)$

4 ☐ $f_Y(y) = \frac{K}{4}(1-y)$

5 ☐ $f_Y(y) = 1$

6 ☐ Ved ikke

Slut på opgavesættet.