DANMARKS TEKNISKE UNIVERSITET *Side* 1 *af* 18 *sider*

Skriftlig prøve, den: 16. december 2003 *Kursus nr* : 02405

Kursus navn: Sandsynlighedsregning *Varighed* : 4 timer

Tilladte hjælpemidler: Alle

Dette sæt er besvaret af:

_____ _____ _____

(navn) (underskrift) (bord nr)

Der er i alt 30 spørgsmål fordelt på 30 opgaver, benævnt opgave 1,2,..., 30 i teksten. De enkelte spørgsmål er ligeledes nummereret og angivet som spørgsmål 1,2,...,30 i teksten. Svarene skal uploades via campusnet, ved brug af filen "answers.txt" eller en lignende fil. I filen anføres studienummer på første linie, spœrgsmålsnummer og svar anføres på de følgende linier med en linie for hvert spœrgsmål. Nedenstående skema kan eventuelt afleveres som et supplement til den elektroniske aflevering. Ved uoverensstemmelse vil den elektroniske aflevering være gældende.

Spørgsmål	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Svar															

Spørgsmål	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Svar															

Svarmulighederne for hvert spørgsmål er nummereret fra 1 til 6. Indføres et forkert nummer i skemaet, kan dette rettes ved at "sværte" det forkerte nummer over og anføre det rigtige nedenunder. Er der tvivl om meningen med en rettelse, betragtes spørgsmålet som ubesvaret.

Kladde, mellemregninger og bemærkninger tillægges **ingen** betydning, kun tallene indført ovenfor registreres.

Der gives 5 point for et korrekt svar og -1 for et ukorrekt svar. Ubesvarede spørgsmål eller et 6-tal (svarende til "ved ikke") giver 0 point. Det antal point, der kræves for, at et sæt anses for tilfredstillende besvaret, afgøres endeligt ved censureringen af sættene.

Der gøres opmærksom på, at ideen med opgaverne er, at der er ét og kun ét rigtigt svar på de enkelte spørgsmål. Endvidere er det ikke givet, at alle de anførte alternative svarmuligheder er meningsfulde. Sættets sidste side er nr 18; blad lige om og se, at den er der.

I teksten benyttes betegnelsen $\log(\cdot)$ for naturlige logaritmer, dvs. logaritmer med grundtal e, medens Φ betegner fordelingsfunktionen for en standardiseret normalfordelt variabel.

Opgave 1

En grønthandler har gennem længere tid observeret, at antallet af solgte blomkålshoveder med rimelighed kan beskrives ved en Poissonfordeling med middelværdi 8.4. Blomkålene koster ham 35 kr. i indkøb pr. dag. Han sælger blomkål for 12.50 kr.pr stk.

Spørgsmål 1

Idet man kan se bort fra den mulighed, at blomkål bliver udsolgt, findes standardafvigelsen af en dags fortjeneste til:

1 ☐ $\sqrt{12.50 \cdot 8.4}$

2 ☐ $12.50 \cdot \sqrt{8.4}$

3 ☐ $\sqrt{12.50 \cdot 8.4 - 35}$

4 ☐ $12.50 \cdot 8.4$

5 ☐ $\sqrt{(12.50)^2 \cdot 8.4 + 35}$

6 ☐ Ved ikke

Opgave 2

En telefoncentral har 8 ledninger. Sandsynligheden P_i for, at i af disse er optaget til et givet tidspunkt, er givet ved

$$P_i = \frac{1}{c}\frac{A^i}{i!}e^{-A}, \qquad i = 0, 1, 2, \ldots, 8$$

hvor A er et mål for trafikbelastningen.

Spørgsmål 2

Konstanten c er

1 ☐ 1

2 ☐ e^A

3 ☐ $\frac{1-A^9}{1-A}\Gamma(8)$

4 ☐ $\sum_{i=0}^{8} \frac{A^i}{i!}$

5 ☐ $\sum_{i=0}^{8} \frac{A^i}{i!}e^{-A}$

6 ☐ Ved ikke

hvor $\Gamma(8)$ er gammafunktionen $\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1}e^{-t}\mathrm{d}t$ evalueret i punktet $x = 8$.

Opgave 3

Sandsynligheden for, at en dims holder længere end t tidsenheder, er 0.2. Dimsen er kritisk for funktionen af et givet apparat. Man installerer 25 dimser parallelt således, at apparatet fungerer sålænge mindst een af de 25 dimser fungerer. Man kan regne med, at apparatets levetid ikke afhænger af andre komponenter.

Spørgsmål 3

Sandsynligheden for, at apparatet har en levetid på mindst t er

1 ☐ $1 - \Phi\left(\frac{1}{5}\right)$
2 ☐ 0.8^{25}
3 ☐ $1 - 0.8^{25}$
4 ☐ $1 - 0.2^{25}$
5 ☐ 0.2^{25}
6 ☐ Ved ikke

Opgave 4

Belastningen af en bygningsdel består af tre komponenter. En trykpåvirkning, der kan beskrives med en $Normal(5, 2)$ normalfordeling med et passende valg af enheder, en konstant belastning på 3 enheder (vægt), samt en vridpåvirkning, der kan beskrives med en $Normal(8, 3)$ normalfordeling. Belastningerne antages at være additive og uafhængige.

Spørgsmål 4

Sandsynligheden for, at den samlede belastning af bygningsdelen ikke overstiger 25, findes til

1 ☐ $\Phi\left(\frac{25-16}{\sqrt{2+3}}\right)$
2 ☐ $\Phi\left(\frac{25-16}{\sqrt{2^2+3^2}}\right)$
3 ☐ $\Phi\left(\frac{22-16}{\sqrt{2+3}}\right)$
4 ☐ $\Phi\left(\frac{3}{2+3}\right)$
5 ☐ $\Phi\left(\frac{3}{\sqrt{2^2+3^2}}\right)$
6 ☐ Ved ikke

Hvor Φ som sædvanlig betegner fordelingsfunktionen for en standardiseret normalfordelt variabel.

Opgave 5

Man har hændelserne A, B og C med $P(A) = 0.3, P(B) = 0.2, P(C) = 0.1, P(A \cup B) = 0.5, P(A \cap C) = 0.08$ og $P(B \cap C) = 0.02$. Man kan eventuelt benytte $P(A \cap B \cap C) \leq P(A \cap B)$.

Spørgsmål 5

Sandsynligheden for $P(A \cup B \cup C)$ findes til

1 ☐ 0.1

2 ☐ 0.28

3 ☐ 0.4

4 ☐ 0.5

5 ☐ 0.6

6 ☐ Ved ikke

Opgave 6

Et flyselskab har efter lang tids erfaring konstateret, at vægten af en tilfældig flypassager kan beskrives ved en stokastisk variabel med middelværdi 72 kg. og standard afvigelse 12 kg. Man har ikke undersøgt fordelingen af denne stokastiske variabel nøjere.

Spørgsmål 6

Til en givet flyafgang er der 300 fremmødte passagerer. Man ønsker nu at bestemme sandsynligheden for, at den samlede vægt af passagererne ikke overstiger 22 ton. Sandsynligheden findes approksimativt til

1 ☐ $1 - \Phi\left(\frac{22000 - 300 \cdot 72}{12 \cdot 10\sqrt{3}}\right)$

2 ☐ $1 - \Phi\left(\frac{22000 - 300 \cdot 72}{12 \cdot 300}\right)$

3 ☐ $\Phi\left(\frac{22000 - 300 \cdot 72}{12 \cdot 300}\right)$

4 ☐ $\Phi\left(\frac{22000 - 300 \cdot 72}{12 \cdot 10\sqrt{3}}\right)$

5 ☐ Kan ikke løses uden oplysning om fordelingstype.

6 ☐ Ved ikke

Hvor Φ som sædvanlig betegner fordelingsfunktionen for en standardiseret normalfordelt variabel.

Opgave 7

Den stokastiske variabel X er standardiseret normalfordelt (middelværdi 0 og varians 1).

Spørgsmål 7

Forventningsværdien $E(|X|)$ findes til

1 ☐ 1

2 ☐ $\sqrt{\frac{2}{\pi}}$

3 ☐ $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$

4 ☐ 0

5 ☐ Ingen af de ovenstående

6 ☐ Ved ikke

Opgave 8

En type af radioaktivt materiale udsender betapartikler med en intensitet på 3.5 partikler pr. sekund pr. g.

Spørgsmål 8

Sandsynligheden for, at den fjerde betapartikel, der udsendes fra en klump på 2g, kommer inden 1 sekund, er givet ved

1 ☐ $(1 - e^{-3.5})^2$

2 ☐ $1 - e^{-7}$

3 ☐ $\Phi\left(\frac{1-\frac{4}{7}}{\frac{4}{7}}\right)$

4 ☐ $e^{-7} \sum_{i=4}^{\infty} \frac{7^i}{i!}$

5 ☐ $e^{-3.5} + e^{-7}$

6 ☐ Ved ikke

Opgave 9

Weibullfordelingen med parametrene (α, λ) har overlevelsesfunktionen $G(t) = e^{-\lambda t^{\alpha}}$.

Spørgsmål 9

Medianen i en Weibull($\lambda = 1.5$,$\alpha = 1.5$) fordeling findes til

1 ☐ 0.3333

2 ☐ 0.5445

3 ☐ 0.5978

4 ☐ 1.4539

5 ☐ 1.5000

6 ☐ Ved ikke

Opgave 10

Vi har $P(X \leq x) = 1 - e^{-x}, 0 < x < \infty$ og $P(U \leq u) = u, 0 < u < 1$, hvor X og U er uafhængige.

Spørgsmål 10

Sandsynligheden for, at X er større end U, findes til

1 ☐ $\frac{1}{2}$

2 ☐ $\int_0^{\infty} e^{-x} x \mathrm{d}x$

3 ☐ $1 - e^{-2}$

4 ☐ $\int_0^1 1 \cdot e^{-u} \mathrm{d}u$

5 ☐ $\frac{3}{4}$

6 ☐ Ved ikke

Opgave 11

Den stokastiske variabel X er eksponentialfordelt med tæthed $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$.

Spørgsmål 11

Tætheden for $Y = \sqrt{X}$ findes til

1 ☐ $\lambda e^{-\lambda y^2}, \quad 0 \leq y$

2 ☐ $\frac{\lambda}{y} e^{-\lambda y^2}, \quad 0 \leq y$

3 ☐ $\left(\frac{\lambda}{y}\right)^2 e^{-\lambda y^2}, \quad 0 \leq y$

4 ☐ $2\lambda y e^{-\lambda y^2}, \quad 0 \leq y$

5 ☐ $4\lambda y^3 e^{-\lambda y^2}, \quad 0 \leq y$

6 ☐ Ved ikke

Opgave 12

Vægten V af en smørpakke kan beskrives med en normalfordeling med middelværdi μ og varians σ_1^2. For en smørpakke med en givet vægt v kan mængden af vand X beskrives med en normalfordeling med en middelværdi, der er $0.1 \cdot v$. Variansen for mængden af vand antages uafhængigt af smørpakkens vægt til σ_0^2.

Spørgsmål 12

Middelværdien af vandindholdet i en smørpakke findes til

1 ☐ $\frac{\mu}{10}$

2 ☐ $\mu \frac{\frac{\sigma_0}{10}}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_0}{10}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_1}{10}\right)^2}}$

3 ☐ $\mu \frac{\left(\frac{\sigma_0}{10}\right)^2}{\left(\frac{\sigma_0}{10}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_1}{10}\right)^2}$

4 ☐ $\frac{\mu}{10} \frac{\sigma_0^2}{\sigma_0^2 + \sigma_1^2}$

5 ☐ $\frac{\mu}{10} \frac{\frac{\sigma_0}{10}}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_0}{10}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_1}{10}\right)^2}}$

6 ☐ Ved ikke

Opgave 13

En sædvanlig terning kastes indtil man første gang får en 3'er. Herefter tælles antal efterfølgende terningekast, indtil der næste gang fås en 3'er. Dette tal betegnes med Z.

Spørgsmål 13

Den stokastiske variabel Z følger en

1 ☐ Binomialfordeling

2 ☐ Eksponentialfordeling

3 ☐ Geometrisk fordeling

4 ☐ Normalfordeling

5 ☐ Poissonfordeling

6 ☐ Ved ikke

Opgave 14

For hændelserne A og B gælder $P(B) = 0.75$, $P(A|B) = \frac{2}{3}$.

Spørgsmål 14

Man finder $P(A \cap B)$ til

1 ☐ $\frac{1}{2}$

2 ☐ $\frac{2}{3}$

3 ☐ $\frac{3}{4}$

4 ☐ $\frac{5}{6}$

5 ☐ $\frac{8}{9}$

6 ☐ Ved ikke

Opgave 15

I en gymnasieklasse er der 14 piger og 11 drenge. Der udtages tilfældigt en gruppe på 5 elever.

Spørgsmål 15

Sandsynligheden for, at der er netop 3 piger ud af de 5, er

1 ☐ $\dfrac{\binom{14}{3}\binom{11}{2}}{\binom{25}{5}}$

2 ☐ $\frac{5!}{3!2!}\left(\frac{14}{25}\right)^3\left(\frac{11}{25}\right)^2$

3 ☐ 0.6

4 ☐ $\frac{14}{25}\frac{13}{24}\frac{12}{23}\frac{11}{22}\frac{10}{21}$

5 ☐ $\frac{14}{25}\frac{13}{24}\frac{12}{23}\frac{11}{25}\frac{10}{24}$

6 ☐ Ved ikke

Opgave 16

To stokastiske variable X og Y er ukorrelerede, hvis $Cov(X,Y)=0$ i modsat fald, d.v.s. hvis $Cov(X,Y)\neq 0$ siges de at være korrelerede.

Spørgsmål 16

Et af følgende udsagn kan aldrig være sandt

1 ☐ X og Y er korrelerede og afhængige

2 ☐ X og Y er ukorrelerede og afhængige

3 ☐ X og Y er korrelerede og uafhængige

4 ☐ X og Y er ukorrelerede og uafhængige

5 ☐ $P(X=Y)=1$

6 ☐ Ved ikke

Opgave 17

Parret (X, Y) er to-dimensionalt standardiseret normalfordelt, hvor X og Y er uafhængige. Vi indfører de to variable $W = \frac{aX+Y}{2}$ og $Z = \frac{aX-Y}{2}$.

Spørgsmål 17

Z og W har korrelation $\rho = \frac{1}{2}$ når a vælges til

1 ☐ $\sqrt{2}$

2 ☐ $\sqrt{3}$

3 ☐ $\frac{1}{\sqrt{3}}$

4 ☐ $\frac{1}{\sqrt{2}}$

5 ☐ 1

6 ☐ Ved ikke

Opgave 18

Man har en løbende produktion af emner, hvor den hændelse, at et emne er defekt, er uafhængig af, om andre emner i produktionen er defekte. Det enkelte emne har en defektsandsynlighed på p. Emnerne sælges i partier med n emner.

Spørgsmål 18

Middelværdi og standard afvigelse for antal defekte emner i et parti findes til

1 ☐ $E(X) = n \cdot p, SD(X) = n \cdot p(1-p)$

2 ☐ $E(X) = n \cdot p, SD(X) = \sqrt{n \cdot p(1-p)}$

3 ☐ $E(X) = \frac{n}{2}, SD(X) = \frac{1}{2}\sqrt{n}$

4 ☐ $E(X) = \frac{n}{2}, SD(X) = \frac{n}{4}$

5 ☐ $E(x) = \sqrt{n}p, SD(X) = \sqrt{n \cdot p(1-p)}$

6 ☐ Ved ikke

Opgave 19

Om en bestemt type af komponenter vides, at levetiden kan beskrives ved en eksponentialfordeling med intensitet λ. En bestemt type af apparat, der er afhængigt af en sådan komponent, har fungeret i tiden t_0. Komponenten har således ligeledes fungeret i t_0 tidsenheder.

Spørgsmål 19

Hvad er sandsynligheden for, at komponenten og dermed apparatet fejler, inden det når en samlet levetid på t tidsenheder.

1 ☐ $\lambda(\lambda t_0)e^{-\lambda t}$

2 ☐ $e^{-\lambda t_0}(1-e^{-\lambda t})$

3 ☐ $1-e^{-\lambda t}$

4 ☐ $1-e^{-\lambda(t-t_0)}$

5 ☐ $\frac{1-e^{-\lambda(t)}}{1-e^{-\lambda(t_0)}}$

6 ☐ Ved ikke

Opgave 20

Et punkt vælges tilfældigt i området $0 < x < 1$, $0 < y < x$. Koordinaterne for punktet betegnes med den todimensionale stokastiske variabel (X, Y).

Spørgsmål 20

Den marginale tæthed for y-koordinaten findes til

1 ☐ 1

2 ☐ 2

3 ☐ y

4 ☐ $2 \cdot y$

5 ☐ $2 - 2 \cdot y$

6 ☐ Ved ikke

Opgave 21

Middelværdien af belastningen af en bro er 14 ton med en spredning på 4 ton, men selve fordelingen er ikke nøjagtigt kendt.

Spørgsmål 21

Man ønsker at bestemme en bedste øvre grænse for sandsynligheden for, at broen belastes med mere end 30 ton. Man finder denne sandsynlighed til

1 ☐ $\frac{1}{16}$

2 ☐ $\frac{4}{15}$

3 ☐ $\frac{1}{150}$

4 ☐ $\Phi\left(\frac{30-14}{4}\right)$

5 ☐ $2\Phi\left(\frac{30-14}{4}\right)$

6 ☐ Ved ikke

Hvor Φ som sædvanlig betegner fordelingsfunktionen for en standardiseret normalfordelt variabel.

Opgave 22

Sandsynligheden for, at en given gasledning er læk på et givet tidspunkt, er 0.01. Ved en overvågningsstation tilknyttet denne gasledning har man gennem længere tid observeret, at sandsynligheden for at måle et tryk mindre end 300kpa er 0.039, hvis der er en læk i ledningen medens den tilsvarende sandsynlighed er 0.000394, hvis der ikke er en læk.

Spørgsmål 22

På et givet tidspunkt observeres gastryk på 290kpa, og man ønsker, at bestemme sandsynligheden for en læk. Denne sandsynlighed findes med en præcision på tre betydende cifre til

1 ☐ 0.000394

2 ☐ 0.0390

3 ☐ 0.500

4 ☐ 0.750

5 ☐ 1.00

6 ☐ Ved ikke

Opgave 23

Der kastes tre kast med en mønt. Den stokastiske variabel X betegner antallet af krone, medens den stokastiske variabel Y er indikatorvariablen for den hændelse, at alle tre kast giver samme resultat (i.e. tre plat eller tre krone).

Spørgsmål 23

Om de stokastiske variable X og Y gælder

1 ☐ Hændelserne $\{X \leq x\}$ og $\{Y \leq y\}$ er gensidigt udelukkende

2 ☐ X og Y er uafhængige

3 ☐ Parret (X, Y) er multinomialfordelt

4 ☐ $X + Y$ beskrives godt ved en normalfordeling

5 ☐ $E(X + Y) = \frac{7}{4}$

6 ☐ Ved ikke

Opgave 24

Varigheden af en speciel type fræsearbejde beskrives godt ved en *gamma* $\left(3, \frac{3}{\mu}\right)$ fordeling. Konstanten δ er meget mindre end μ.

Spørgsmål 24

En god approksimation til sandsynligheden for, at varigheden af fræsearbejdet er mellem t_0 og $t_0 + \delta$, findes til

1 ☐ $\mu e^{-\mu(t_0+\delta)}$

2 ☐ $\delta \frac{3}{\mu} \frac{\left(\frac{3t_0}{\mu}\right)^2}{2} e^{-\frac{3t_0}{\mu}}$

3 ☐ $\delta \frac{1}{\frac{\mu}{\sqrt{3}}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t_0-\mu}{\frac{\mu}{\sqrt{3}}}\right)^2}$

4 ☐ $\frac{1}{\frac{\mu}{\sqrt{3}}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t_0+\delta-\mu}{\frac{\mu}{\sqrt{3}}}\right)^2}$

5 ☐ $\frac{3}{\mu} \frac{\left(\frac{3(t_0+\delta)}{\mu}\right)^2}{2} e^{-\frac{3(t_0+\delta)}{\mu}}$

6 ☐ Ved ikke

Opgave 25

På en økologisk mark har man fundet, at det gennemsnitlige antal mælkebøtter per hektar ($10{,}000\text{m}^2$) er 10,000 (ti tusinde).

Man antager approksimativt, at den enkelte mælkebøtteplante ikke har nogen udstrækning. Det vil sige, at den i en matematisk beskrivelse kan opfattes som et punkt i planen. Man antager tillige, at fordelingen af mælkebøtteplanterne er tilfældig.

Spørgsmål 25

Sandsynligheden for, at der højst forekommer en mælkebøtteplante på en tilfældigt udtaget m^2, beregnes med 2 betydende cifre til

1 ☐ 0.26

2 ☐ 0.38

3 ☐ 0.50

4 ☐ 0.62

5 ☐ 0.74

6 ☐ Ved ikke

Opgave 26

Der er 100 familier med børn i et givet område. Ud af disse er der 30 familier med 1 barn, 30 familier med 2 børn, 25 familier med 3 børn og 15 familier med 4 børn.

Spørgsmål 26

Sandsynligheden for, at et tilfældigt valgt barn fra dette område har netop to søskende findes til

1 ☐ $\frac{1}{4}$

2 ☐ $\frac{3}{10}$

3 ☐ $\frac{1}{3}$

4 ☐ $\frac{7}{20}$

5 ☐ $\frac{2}{5}$

6 ☐ Ved ikke

Man kan eventuelt benytte at

$$30 + 2 \cdot 30 + 3 \cdot 25 + 4 \cdot 15 = 225$$

Opgave 27

Vi betragter n uafhængige og identisk fordelte stokastiske variable samt deres gennemsnit $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$.

Spørgsmål 27

Man finder standard afvigelsen $SD(\bar{X})$ af $\bar{X}$ til

1 ☐ $\frac{SD(X)}{n}$

2 ☐ $SD(X)$

3 ☐ $\frac{SD(X)}{n^2}$

4 ☐ $\frac{SD(X)}{\sqrt{n}}$

5 ☐ $\sqrt{n} \cdot SD(X)$

6 ☐ Ved ikke

Opgave 28

Vi betragter en $beta(2,2)$ fordeling med tæthed

$$f(x) = 6x(1-x), \qquad 0 < x < 1$$

Spørgsmål 28

For denne fordeling findes fejlraten (hazard rate) til

1 ☐ $\frac{6x(1-x)}{3x^2-2x^3}$

2 ☐ $\frac{6x(1-x)}{1+2x^3-3x^2}$

3 ☐ $6(1-x)$

4 ☐ $\ln(x+1) - \ln(x-1)$

5 ☐ $\frac{3x}{1-x^2}$

6 ☐ Ved ikke

Opgave 29

De uafhængige stokastiske variable $X \in exp(\lambda)$ og $Y \in exp(\mu)$ er givet.

Spørgsmål 29

Fordelingen $f(z)$ af $Z = \frac{Y}{X}$ er givet ved tætheden

1 ☐ $f(z) = (\mu - \lambda)e^{-(\mu-\lambda)z}$

2 ☐ $f(z) = (\mu - \lambda)((\mu - \lambda)z)^2 e^{-(\mu-\lambda)z}$

3 ☐ $f(z) = \sqrt{\frac{2}{3}}\frac{\mu}{\lambda}\left(1 + \frac{1}{3}\left(\frac{\mu z}{\lambda}\right)^2\right)^{-2}$

4 ☐ $f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\lambda}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\lambda}\right)^2}$

5 ☐ $f(z) = \frac{\lambda\mu}{(\lambda+\mu z)^2}$

6 ☐ Ved ikke

Opgave 30

Parret (X, Y) er stokastiske variable således, at X følger en eksponential(1) fordeling og $P(Y = i|X = x) = \frac{x^i}{i!}e^{-x}$.

Spørgsmål 30

Sandsynligheden $P(Y = 0)$ findes til

1 ☐ $1 - \ln(2)$

2 ☐ $\frac{1}{3}$

3 ☐ e^{-1}

4 ☐ $e^{-\frac{3}{2}}$

5 ☐ $\frac{1}{2}$

6 ☐ Ved ikke

Slut på opgavesættet.