

02405: Sandsynlighedsregning - Hjemmeopgave 1

Opgave 1

En hat indeholder en mængde kort, hvoraf

- 30% er hvide på begge sider,
- 50% er sorte på den ene side og hvide på den anden,
- 20% er sorte på begge sider.

Kortene bliver blandet, og et enkelt kort trækkes tilfældigt og lægges på bordet. Hvis den øverste side er sort, hvad er så sandsynligheden for, at den anden side er hvid?

Opgave 2

Vis at

$$P(A \cap B) \geq P(A) + P(B) - 1.$$

Opgave 3

En forsker observerer hændelsen A som udfaldet af et bestemt eksperiment. Der er tre forskellige hypoteser H_1 , H_2 og H_3 , som forskeren antager, er de eneste måder at forklare hændelsen A på. Under hypotesen H_1 , burde eksperimentet give resultatet A i 10% af tilfældene, under H_2 i 1% af tilfældene og under H_3 i 39% af tilfældene. Efter at have observeret A beslutter forskeren, at H_3 er den mest sandsynlige forklaring, og, at sandsynligheden for at H_3 er sand, er

$$\frac{39\%}{10\% + 1\% + 39\%} = 78\%.$$

- Hvilken antagelse laver forskeren implicit?
- Kan man anvende en frekvensfortolkning på de 78% sandsynlighed?
- Antag at eksperimentet er et laboratorieforsøg på en blodprøve fra en person, som er tilfældigt udvalgt af en bestemt befolkning. Hypotesen H_i er, at personen har blod af typen i . I hele befolkningen vides det at andelen af personer som har blodtype 1 er 50%, andelen med blodtype 2 er 45% og at resten af befolkningen har blodtype 3. Ret forskerens udregning af sandsynligheden for H_3 givet A , så man kan anvende en frekvensfortolkning på den. Er H_3 stadig den mest sandsynlige hypotese givet A ?

Opgave 4

Antag, at der bliver slået med n almindelige terninger.

- Hvad er sandsynligheden for, at terningerne viser n forskellige tal?
- Hvad er sandsynligheden for, at mindst et tal optræder mere end én gang?