Eksempel I

En bilproducent er interesseret i at fastlægge benzinforbruget ved kørsel på motorvej for et nyt bilmærke. Fra et pilotstudie vides, at variansen af forbruget, σ^2, er 0.2^2 (l/100 km)^2. Der udføres nu 25 forsøgsture (samme fører), hvor hver bil kører 100 km, og fra disse målinger estimeres middelværdien.

Hvad bliver $Var[\bar{X}]$?

Beregn maksimal fejl med 95% sandsynlighed, dvs. $E_{0.95}$

Beregn maksimal fejl med 99% sandsynlighed, dvs. $E_{0.99}$

Eksempel I

Bilproducenten beslutter sig for at accelerere testet, dvs. estimere middelforbruget baseret på målinger hvor bilerne kører flere ture, men lidt kortere. Det besluttes at køre 50 ture á 50 kilometer.

Hvad bliver $Var[\bar{X}]$ nu?

Er de nye resultater rimelige? Diskuter modellens forudsætninger.

Beregn maksimal fejl med 99% sandsynlighed, dvs. $E_{0.99}$

Eksempel II

Bilproducenten beslutter sig for at afprøve nogle justeringer, der antages at have indflydelse på benzinforbruget. Baseret på pilotstudiet antages indledningsvist, at variansen af forbruget, σ^2, er 0.2^2 (l/100 km)^2. Der køres igen ture á 100 km.

Bestem den nødvendige stikprøvestørrelse (antal ture), såfremt man ønsker, at den maksimale fejl med 95% sandsynlighed højst er $E_{95} = 0.10$ (l/100 km)?

Eksempel III

Med de nye justering udføres 16 forsøg. Fra disse estimeres variansen $S^2 = 0.25^2$.

Bestem den maksimale fejl, $E_{0.95}$, dvs. med 95% sandsynlighed.

Forklar hvorfor estimatet af $E_{0.95}$ i dette tilfæde er større end 0.10 (l/100 km).

Eksempel IV

I et amerikansk studie ønskede man at sammenligne indhold afarsenik i drikkevandet ved 8 forskellige lokaliteter. For at evaluere andre (og evt. billigere målemetoder) blev der også taget prøver af det gennemsnitlig indhold af arsenik i tånegle hos personer, der havde anvendt vandet som drikkevand. Følgende målinger blev registreret

lokalitet	vandprøve (ppm)	tånegl (ppm)
1	2.2	0.44
2	4.1	0.51
3	2.1	0.29
4	0.8	0.73
5	0.1	0.38
6	3.2	0.19
7	2.9	0.81
8	2.2	0.78
	$\bar{x} = 2.2$ og $s_x^2 = 1.64$	$\bar{y} = 0.516$ og $s_y^2 = 0.0548$

Eksempel V

Det antages nu, at både vandprøvemålingerne og målingerne af indhold i tånegle følger hver deres normalfordeling.

Angiv et 95% konfidensinterval for middelindholdet μ_x af arsenik i drikkevandet.

Angiv et 99% konfidensinterval for middelindholdet μ_y af arsenik i tånegle.

Eksempel VI

Fra et tidligere studie oplyses, at et konfidensinterval for middelværdien af arsenik i drikkevandet er $[1.63; 2.37]$.

Det oplyses, at ovenstående konfidensinterval var baseret på en stikprøve med $n = 50$ observation med estimeret middelindhold $\bar{X} = 2$ og varians $S^2 = 1.50$. Hvor stort konfidensinterval $1 - \alpha$ (i %) er der tale om?

Eksempel VII

Vi betragter nu mulige hypotesetest vedrørende indhold af arsenik i drikkevandet, idet grænseværdien for arsenik i drikkevand antages at være 2 ppm.

Formuler nul- og alternativ hypotese, såfremt man ønsker at påvise, at middelindholdet i drikkevandet overskrider grænseværdien?

Forklar hvordan man kan begå hhv. en fejl af type I og type II i ovenstående hypotesetest?