

Kursus 02403

Introduktion til Statistik

Klaus Kaae Andersen

Informatics and Mathematical Modelling
Building 321 - room 011
Technical University of Denmark
2800 Lyngby – Denmark
e-mail: kka@imm.dtu.dk

Estimator for varianser

Variansen for en stokastisk variabel X estimeres ved

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

hvor n er antal observationer

X_i er observation nr. i , og $i = 1..n$

$\bar{X}$ er estimat af middelværdien for X

Inferens for varianser (kap 8)

- Hypotesetest for varianser
 - ◊ Konfidensinterval for én varians
 - ◊ Hypotesetest for én varians
 - ◊ Hypotesetest for to varianser

Det antages overallt, at de stokastiske variable (data) er normalfordelt.

Konfidensinterval for én varians

Et $(1 - \alpha)\%$ konfidensinterval for en varians σ^2 fås ved

$$\frac{(n-1)S^2}{\chi_{\alpha/2}^2} < \sigma^2 < \frac{(n-1)S^2}{\chi_{1-\alpha/2}^2}$$

Fraktillerne for χ^2 har $v = n - 1$ frihedsgrader

Bemærk: Konfidensintervallet for én varians er ikke nødvendigvis symmetrisk

Hypothesetest af varianser

Hypothesetest af varianser foregår stort set som ved hypotesetest af middelværdier, blot ændres teststørrelse og stikprøvefordeling (fordeling for kritisk værdi under H_0).

- 1. Opstil hypoteser og vælg signifikansniveau α
- 2. Beregn teststørrelse
- 3. Beregn kritisk værdi (eller p-værdi)
- 4. Sammenlign teststørrelse og kritisk værdi og drag en konklusion

Test af én varians

nul hypotese testes mod en *alternativ hypotese* (her vist for et to-sidet alternativ)

$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$

$H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$

Man vælger enten at acceptere H_0 eller at forkaste H_0 (hvor σ_0^2 er værdien der testes)

Test af én varians

Teststørrelse bliver

$$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$$

Den kritiske værdi findes ved opslag i χ^2 fordelingen (tab. 5) med $v = n - 1$ frihedsgrader

Beregning af kritisk værdi

Ved hypoteseprøvning af én varians for data der antages normalfordelt fås

Alternativ hypotese	Afvis nul-hypotese hvis
$\sigma^2 < \sigma_0^2$	$\chi^2 < \chi^2_{1-\alpha}$
$\sigma^2 > \sigma_0^2$	$\chi^2 > \chi^2_{\alpha}$
$\sigma^2 \neq \sigma_0^2$	$\chi^2 < \chi^2_{1-\alpha/2}$ eller $\chi^2 > \chi^2_{\alpha/2}$

Sammenligning af 2 varianser

- Vi sammenligner varianser af 2 stikprøver
 - ◊ Stikprøve 1: n_1 , $\bar{X}_1$ og s_1^2
 - ◊ Stikprøve 2: n_2 , $\bar{X}_2$ og s_2^2

Det antages, at data for begge stikprøver er normalfordelt.

1. Opstil Hypoteser

nul hypotese testes mod en *alternativ hypotese* (her vist for et to-sidet alternativ)

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

Man vælger enten at acceptere H_0 eller at forkaste H_0

Beregning af kritisk værdi

Ved hypoteseprivning af to varianser for data der antages normalfordelt fås

Alternativ	Test	Afvis
hypotese	størrelse	nul-hypotese hvis
$\sigma_1^2 < \sigma_2^2$	$F = \frac{S_2^2}{S_1^2}$	$F > F_\alpha(n_2 - 1, n_1 - 1)$
$\sigma_1^2 > \sigma_2^2$	$F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$	$F > F_\alpha(n_1 - 1, n_2 - 1)$
$\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$	$F = \frac{S_M^2}{S_m^2}$	$F > F_{\alpha/2}(n_M - 1, n_m - 1)$

(i sidste tilfælde gælder $S_M^2 > S_m^2$)

Inferens for varianser (kap 8)

- Hypotesetest for varianser
 - ◊ Konfidensinterval for én varians
 - ◊ Hypotesetest for én varians
 - ◊ Hypotesetest for to varianser

Det antages overallt, at de stokastiske variable (data) er normalfordelt.