

02403 Introduktion til Statistik

Klaus Kaae Andersen

10. juni 2010

Kapitel 5: Kontinuerte fordelinger & regneregler

02403

Introduktion
til Statistik

Klaus Kaae
Andersen

Agenda

Opsummering

Ekspontial-
fordelingen

Regneregler

Trans-
formationer

Normalplot

- Eksponential fordelingen
- Regneregler for stokastiske variable
- Normalplot
- Transformation

Nogle anvendte fordelinger

02403

Introduktion
til Statistik

Klaus Kaae
Andersen

Agenda

Opsummering

Eksponential-
fordelingen

Regneregler

Trans-
formationer

Normalplot

- Binomial fordelingen
- Poisson fordelingen
- Normal fordelingen
- Log-Normal fordelingen
- Uniform fordelingen
- Eksponential fordelingen

Eksponentialfordelingen

02403

Introduktion
til Statistik

Klaus Kaae
Andersen

Agenda

Opsummering

Eksponential-
fordelingen

Regneregler

Trans-
formationer

Normalplot

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\beta} e^{-x/\beta} & x > 0, \beta > 0 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

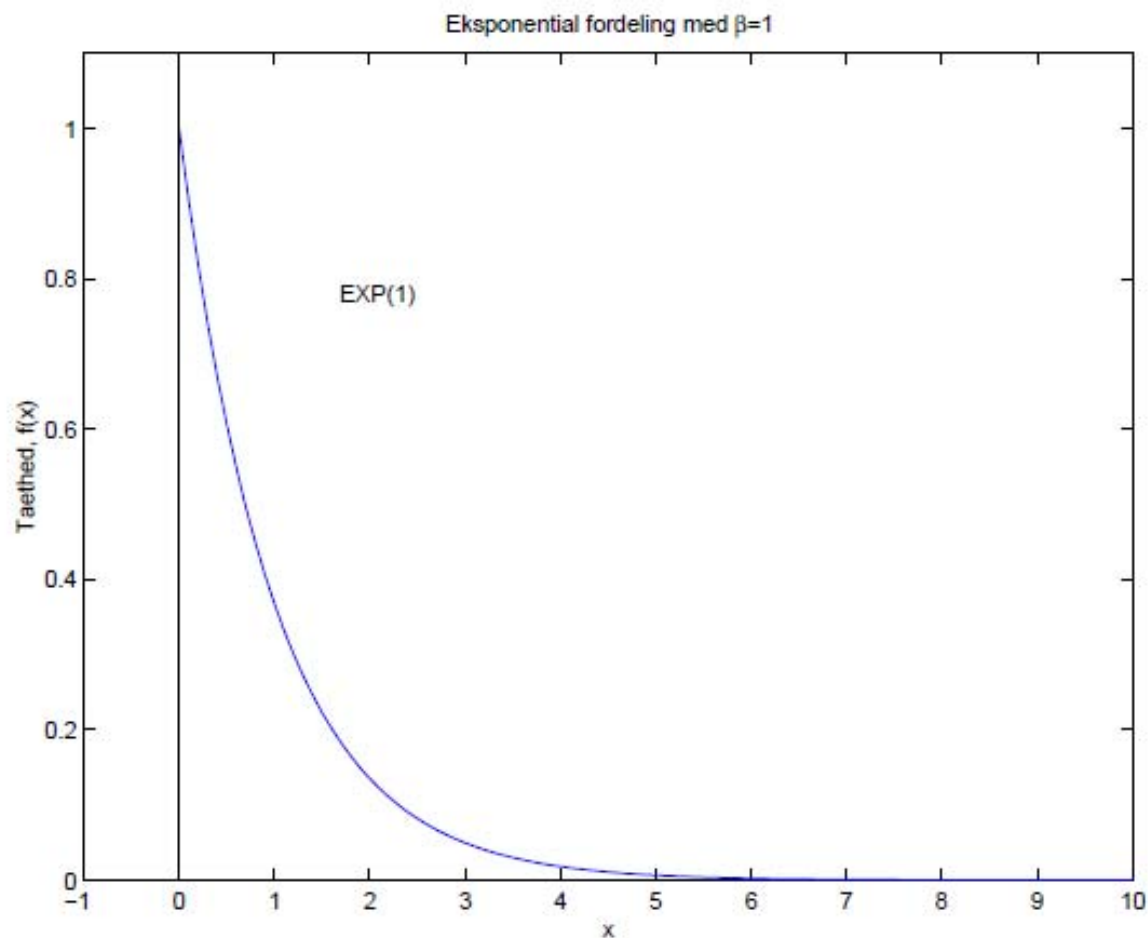
- Eksponential fordelingen anvendes f.eks. til at beskrive levetider og ventetider
- Eksponential fordelingen kan bruges til at beskrive (vente)tiden mellem hændelser i poisson fordelingen
- Middelværdi $\mu = \beta$
- Varians $\sigma^2 = \beta^2$

Sammenhæng mellem Eksponential og Poisson fordelingen

Poisson: Diskrete hændelser pr. enhed

Eksponential: Kontinuert afstand mellem hændelser





- Antag, at et batteri til noget medicinsk udstyr har en levetid, der kan beskrives ved en eksponentialfordeling med middelværdi 5 år.
1. Angiv sandsynligheden for, at et batteri stadig virker efter 5 år
0.36
 2. Angiv sandsynligheden for, at højst virker i et år
0.18

Regneregler for stokastiske variable

02403

Introduktion
til Statistik

Klaus Kaae
Andersen

Agenda

Opsummering

Eksponential-
fordelingen

Regneregler

Trans-
formationer

Normalplot

Vi antager at a og b er konstanter og X er en stokastisk variabel. Da gælder

$$E(aX + b) = aE(X) + b$$

$$\text{Var}(aX + b) = a^2 \text{Var}(X)$$

Følgende linear kombinationer gælder:

$$E(a_1X_1 + a_2X_2 + \dots + a_nX_n) = a_1E(X_1) + a_2E(X_2) + \dots + a_nE(X_n)$$

$$Var(a_1X_1 + a_2X_2 + \dots + a_nX_n) = a_1^2 Var(X_1) + \dots + a_n^2 Var(X_n)$$

Regneregler

- En stokastisk variabel X har middelværdi 2 og varians 3.
- 1. Beregn middelværdi og varians for den stokastiske variabel Y , givet ved $Y=2X-3$
- 2. Beregn middelværdi og varians for den stokastiske variabel Y , givet ved $Y=-3X+3$

$$\mu=1 \text{ og } \sigma^2=12$$

$$\mu=-3 \text{ og } \sigma^2=27$$

Regneregler

- Man er i gang med at samle ind til en gave. 20 personer giver et bidrag, der i middel er 30 kr og med en standard afvigelse på 5 kr.
1. Beregn middelværdi og varians for det beløb, der bliver samlet ind, Y
 $\mu=600$ og $\sigma^2=500$
 2. Beregn sandsynligheden for, at man er i stand til at samle mindst 650 kr ind
0.012

Regneregler

- Antag, at sandsynligheden for at et æg er inficeret med salmonella er 3%. Du køber nu 1000 æg fra en hønsefarm
 1. Beregn middelværdi og varians for det antal æg, Y , der er inficeret med salmonella
 2. Beregn sandsynligheden for, at der blandt de 1000 æg højst er 20 æg, der er inficeret med salmonella

$$\mu=30 \text{ og } \sigma^2=29.1$$

$$0.033$$

Transformationer

02403

Introduktion
til Statistik

Klaus Kaae
Andersen

Agenda

Opsummering

Eksponential-
fordelingen

Regneregler

Trans-
formationer

Normalplot

- Såfremt data afviger fra at være normal fordelt, kan man ofte med fordel transformere data, således at de transformerede data kan antages at være normal fordelt.

Transformationer - Før

02403
Introduktion
til Statistik

Klaus Kaae
Andersen

Agenda

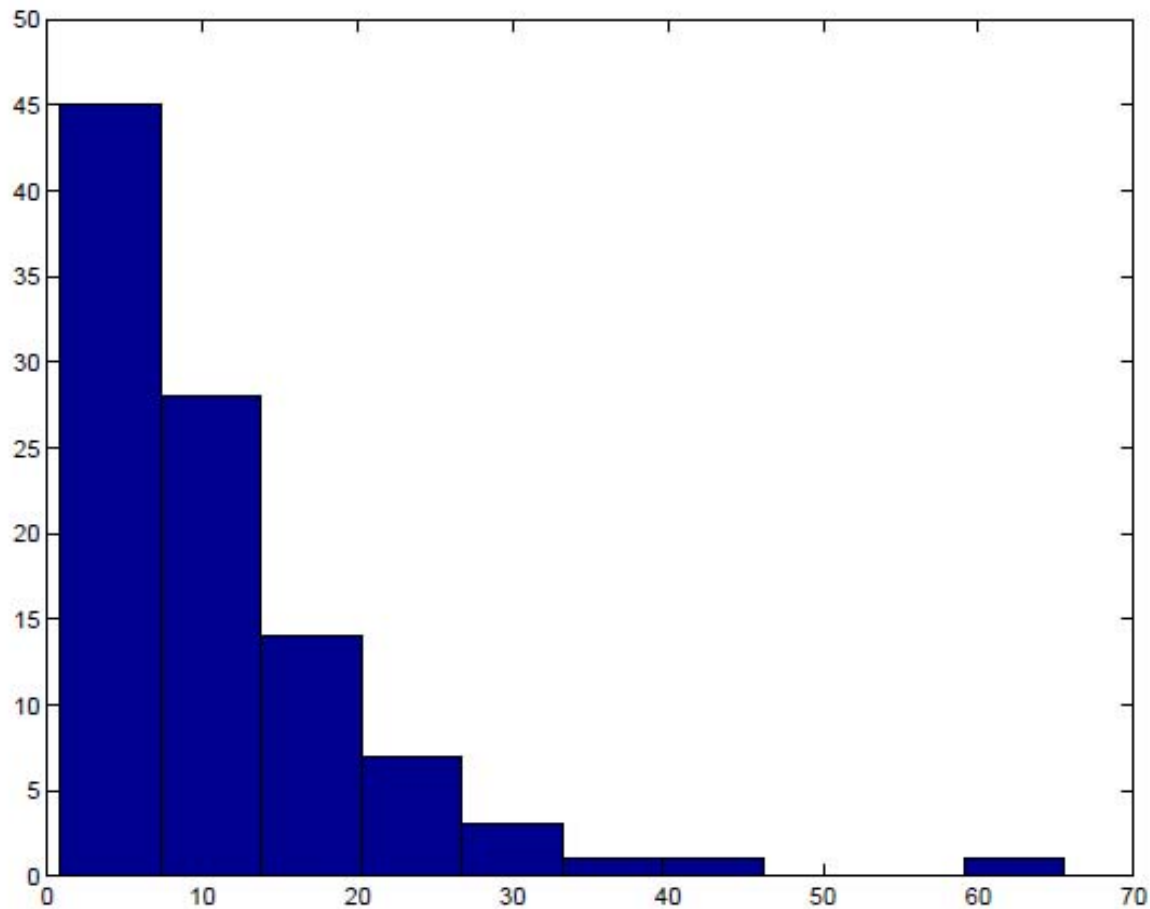
Opsummering

Eksponential-
fordelingen

Regneregler

Trans-
formationer

Normalplot



Transformationer - Efter

02403

Introduktion
til Statistik

Klaus Kaae
Andersen

Agenda

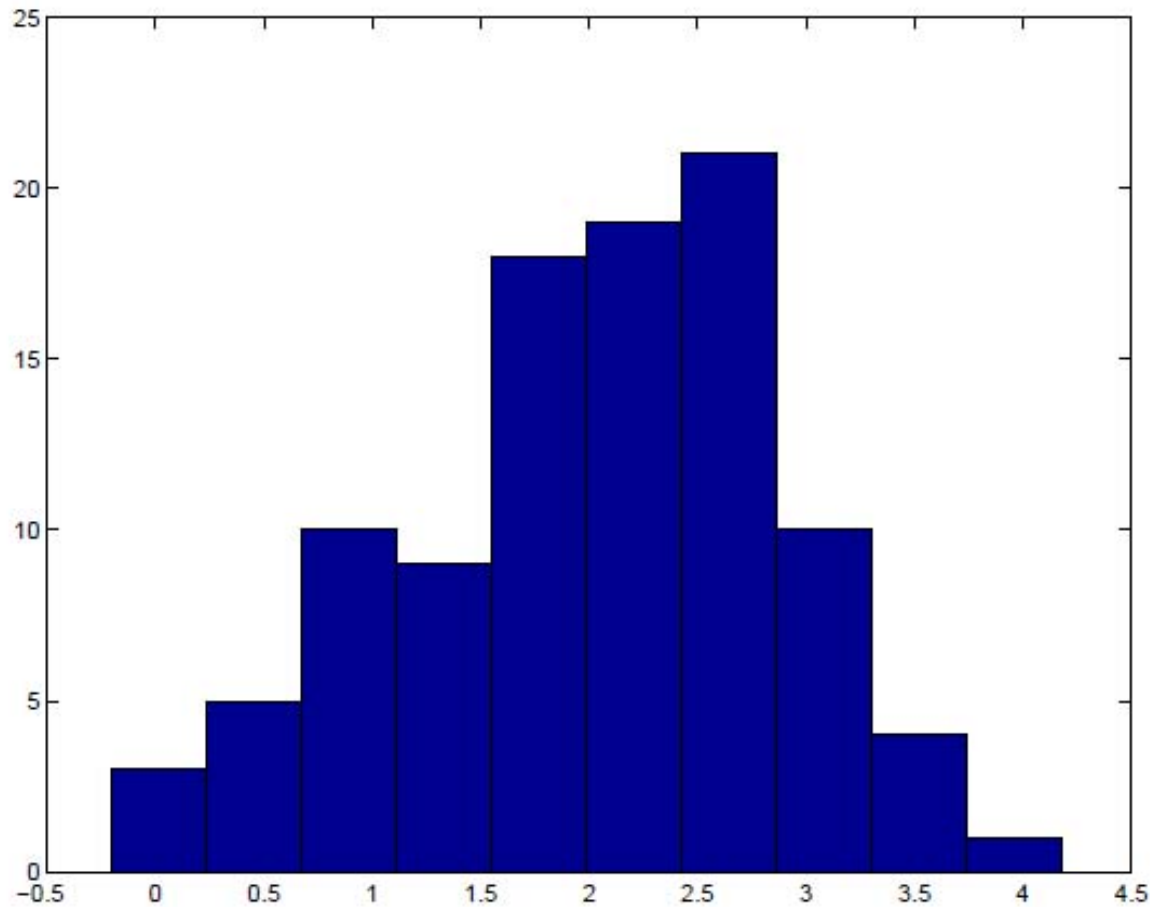
Opsummering

Eksponential-
fordelingen

Regneregler

Trans-
formationer

Normalplot



Hyppigt anvendte transformationer

02403

Introduktion
til Statistik

Klaus Kaae
Andersen

Agenda

Opsummering

Eksponential-
fordelingen

Regneregler

Trans-
formationer

Normalplot

Gør store værdier mindre:

- $-\frac{1}{x}$
- $\ln x$
- $x^{1/4}$
- $\sqrt{x}$

Hyppigt anvendte transformationer

02403

Introduktion
til Statistik

Klaus Kaae
Andersen

Agenda

Opsummering

Eksponential-
fordelingen

Regneregler

Trans-
formationer

Normalplot

Gør små værdier større:

- x^2
- x^3

- Ofte vil man udføre statistiske analyser på de transformerede data, såfremt det viser sig, at de transformerede data er 'pænere', f.eks. mere symmetriske.

Normalplot

02403

Introduktion
til Statistik

Klaus Kaae
Andersen

Agenda

Opsummering

Eksponential-
fordelingen

Regneregler

Trans-
formationer

Normalplot

- Et normalplot anvendes til at grafisk vurdere, om data kan antages at følge en normalfordeling.
- Dette gøres f.eks. ved at afbilde teoretiske fraktiler mod de faktisk observerede fraktiler
- Såfremt data følger en normalfordeling, skal de faktisk observerede fraktiler svare til de teoretiske fraktiler
- .. dvs. figuren skal vise en ret linie

Normal Scores

- Betragt observationerne, x_i , $i = 1 \dots 10$:

24 25 26 27 28 30 30 33 33 34

- Beregn $y_i = (i - 0.5)/n$

0.05 0.15 0.25 0.35 0.45 0.55 0.65 0.75 0.85 0.95

- Find z_i (z-scores) svarende til y_i

-1.64 -1.04 -0.67 -0.39 -0.13 0.13 0.39 0.67 1.04 1.64

- Afbild x_i mod z_i . Hvis data er tilnærmelsesvis normalfordelte, skal punkterne falde omkring den rette linie $x=z$

